



Академия повышения квалификации и профессиональной
переподготовки работников образования

Центр системно-деятельностной педагогики «Школа 2000...»

СЕРИЯ ОБУЧАЮЩИХ ВЕБИНАРОВ:

**Теоретические основы и методические
особенности курса математики
Г.В. Дорофеева, Л.Г. Петерсон
“Учусь учиться” для 5-6 классов средней
школы в контексте реализации ФГОС ООО**

апрель 2013 г.

Тема вебинара:

**Содержание и методика
изучения темы: «Геометрия»**

6 класс

Глава 4

Геометрия (32/37 ч)

§ 1 Геометрические фигуры на плоскости	10 ч
§ 2 Геометрические фигуры в пространстве	6 ч
§ 3 Геометрические величины и их измерение	9/13 ч
§ 4 Симметрия фигур	7/8 ч



Цели изучения главы:

- Систематизировать знания о геометрических фигурах.
- Познакомить с простейшими построениями циркулем и линейкой.
- Выработать навыки работы с линейкой, угольником, транспортиром, циркулем.

Начальная школа

- ❖ Выделение форм простейших плоских и пространственных фигур: квадрат, прямоугольник, круг, треугольник, шар, цилиндр, параллелепипед – их названия, распознавание.
- ❖ Выделение элементов фигур: сторон, вершин, граней.
- ❖ Равенство фигур.
- ❖ Разбиение фигур на части.
- ❖ Измерение длин отрезков. Построение отрезков данной длины.
- ❖ Нахождение периметра многоугольника.
- ❖ Пересечение геометрических фигур.
- ❖ Параллельные прямые.
- ❖ Прямая, луч, отрезок, ломаная, длина ломаной, периметр.
- ❖ Плоские поверхности, плоскость.
- ❖ Угол, прямой угол. Перпендикулярные прямые.
Прямоугольник, квадрат, прямоугольный параллелепипед.



Начальная школа



- ❖ Измерение площади фигур. Площадь прямоугольника.
- ❖ Виды углов.
- ❖ Окружность и её элементы.
- ❖ Построение окружностей с помощью циркуля.
- ❖ Объём фигур. Объём прямоугольного параллелепипеда.
- ❖ Геометрическая фигура, как множество точек.
- ❖ Вычисление площади фигур, составленных из прямоугольников.
- ❖ Преобразование фигур. Симметрия. Симметричные фигуры. Простейшие построения.

Начальная школа



- ❖ Измерение площади фигур. Площадь прямоугольника.
- ❖ Виды углов.
- ❖ Окружность и её элементы.
- ❖ Построение окружностей с помощью циркуля.
- ❖ Объём фигур. Объём прямоугольного параллелепипеда.
- ❖ Геометрическая фигура, как множество точек.
- ❖ Вычисление площади фигур, составленных из прямоугольников.
- ❖ Преобразование фигур. Симметрия. Симметричные фигуры. Простейшие построения.

§ 1. Геометрические фигуры на плоскости

п. 1. Что такое геометрия?

**Рисунки и определения
геометрических понятий.**

**п. 2. Классификация геометрических
фигур.**

п. 3. Задачи на построение.

**п. 4. Замечательные точки в
треугольнике.**

§ 1. Геометрические фигуры на плоскости

Цель:

Сформировать:

- представления о геометрии как науке, об определении и свойствах плоских фигур;
- умение выполнять геометрические построения с помощью циркуля и линейки, и использовать построение для исследования свойств геометрических объектов

В определениях геометрических понятий описываются их характеристические свойства.

Определение геометрического понятия *содержит*:

- 1) *новое* – определяемое понятие;**
- 2) *старое* – известные понятия и их свойства, с помощью которых объясняется новое понятие.**

Понятия, которые принимаются без определения, называются основными.

Неопределяемые понятия:
точка, прямая, плоскость

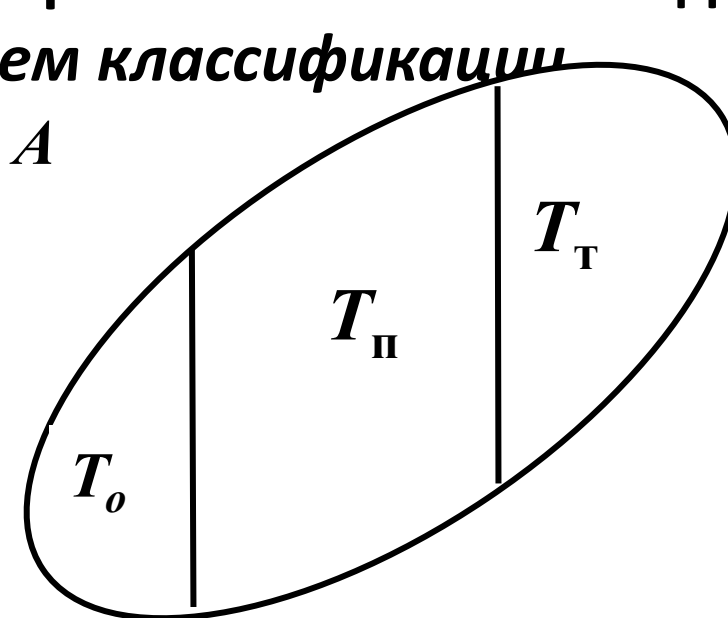
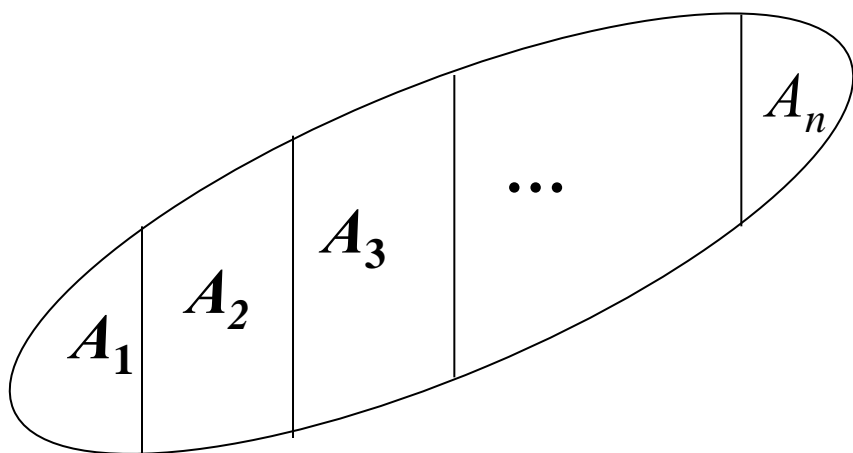
Алгоритм построения определения:

- 1) Установить, с помощью какого известного понятия можно определить новое понятие.
- 2) Перечислить свойства данного понятия и выделить среди них характеристические свойства.
- 3) Составить определение понятия (если требуется, записать его на математическом языке с использованием знака \Leftrightarrow).

Разбиение множества на части, при котором каждый элемент попадает ровно в одну часть, называют **классификацией**.

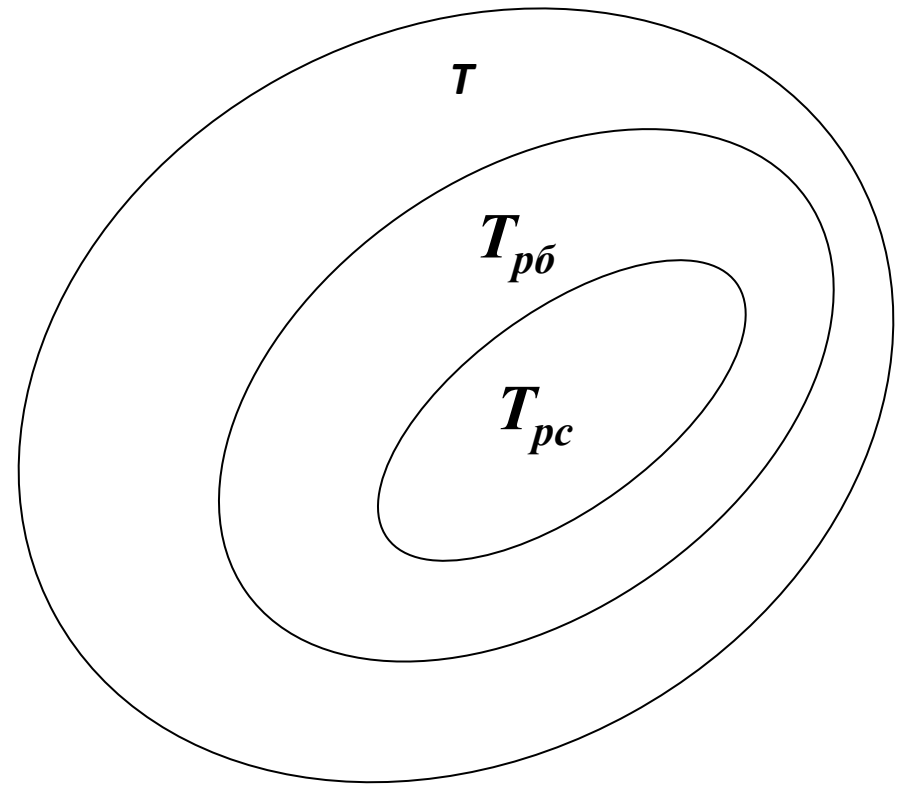
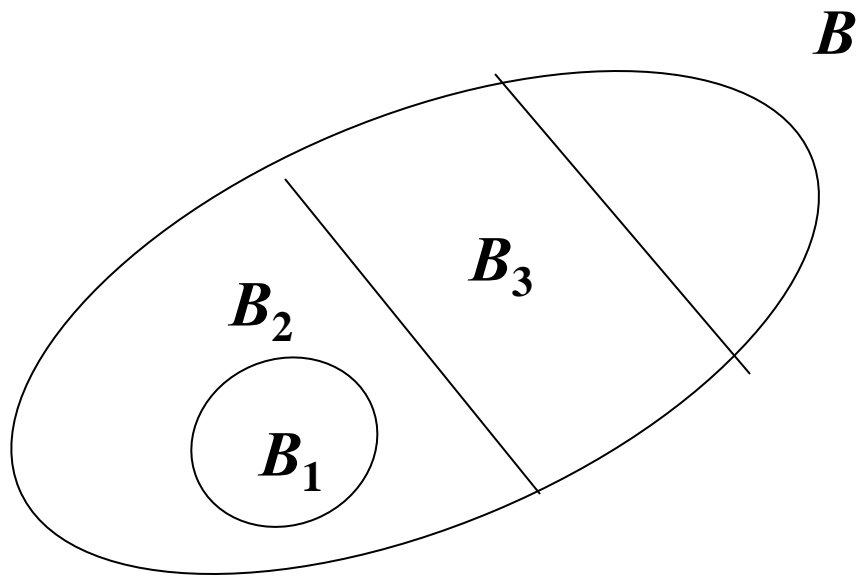
Части A_1, A_2, \dots, A_n множества A , полученные в результате разбиения, называют **классами**.

Свойство, на основании которого в множестве выделяются классы называют **основанием классификации**.

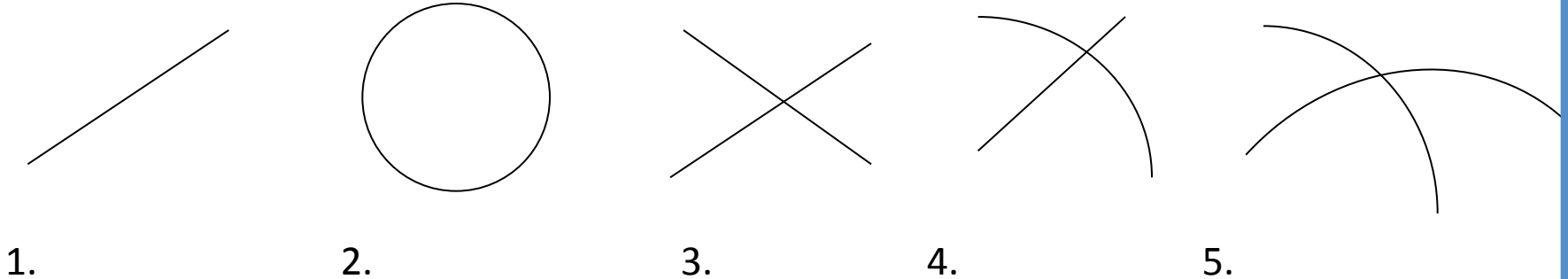


Подмножества классов называют **подклассами**.

$$B_1 \subset B_2 \subset B$$



Операции с помощью циркуля и линейки без делений:

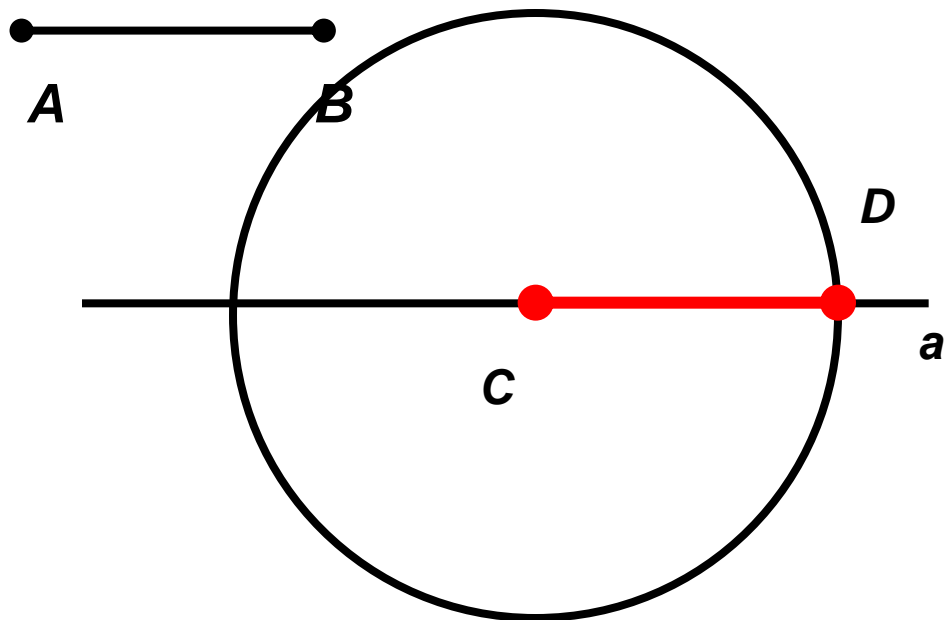


Условные обозначения:

A, B – точки A, B ; $[AB]$ – отрезок AB ;
 (AB) – прямая AB ; $[AB)$ – луч AB ;
 a – прямая a ; (O, r) – окружность с
центром O и радиусом r .

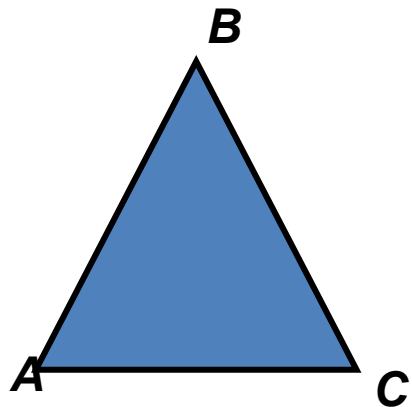
Основные задачи на построение

1) Построение отрезка, равного данному.



- 1) a
- 2) $C, C \in a$
- 3) $r = AB, (C, r)$
- 4) $D \in a \cap (C, r)$
- 5) $[CD]$ – искомый

2) Построение треугольника, равного данному.



1) a

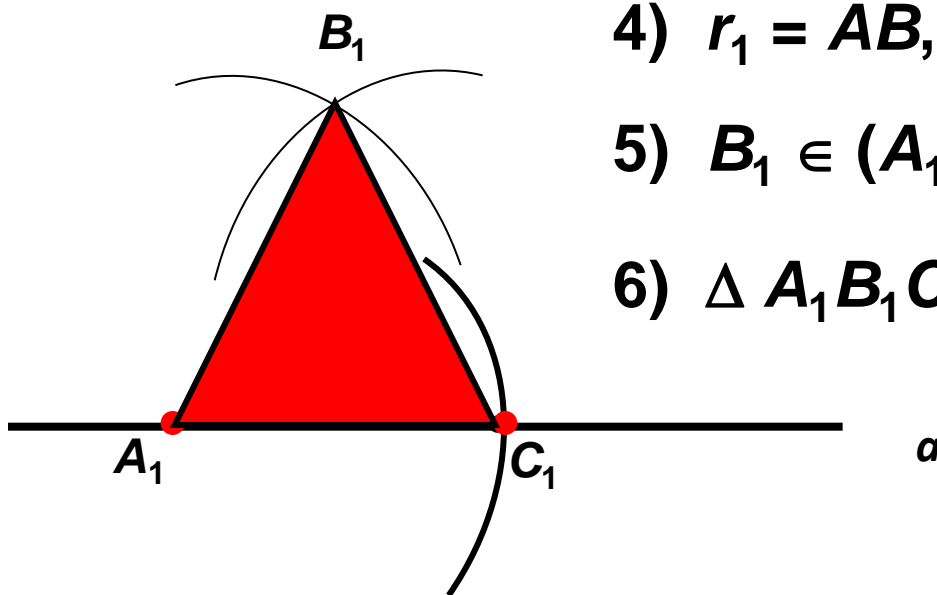
2) $A_1 \in a$

3) $[A_1 C_1] \subset a; A_1 C_1 = AC$

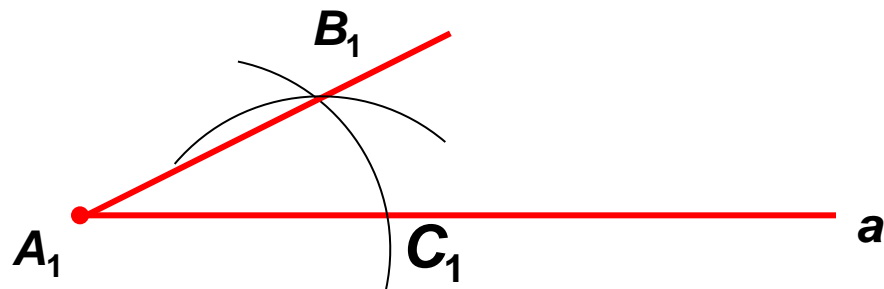
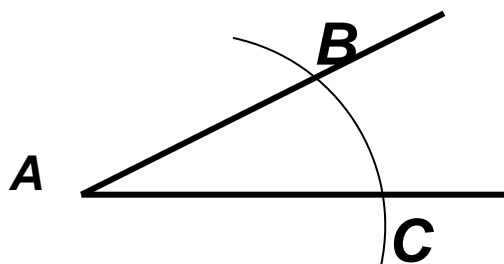
4) $r_1 = AB, (A_1; r_1) \quad r_2 = BC, (C_1; r_2)$

5) $B_1 \in (A_1; r_1) \cap (C_1; r_2)$

6) $\triangle A_1 B_1 C_1$ - искомый



3) Построение угла, равного данному.



1) $a, A_1 \in a$

2) $(A; r) (A_1; r)$

3) $(A; r) \cap [AB) = \{B\}$

$(A; r) \cap [AC) = \{C\}$

$(A_1; r) \cap [A_1 C_1) = \{C_1\}$

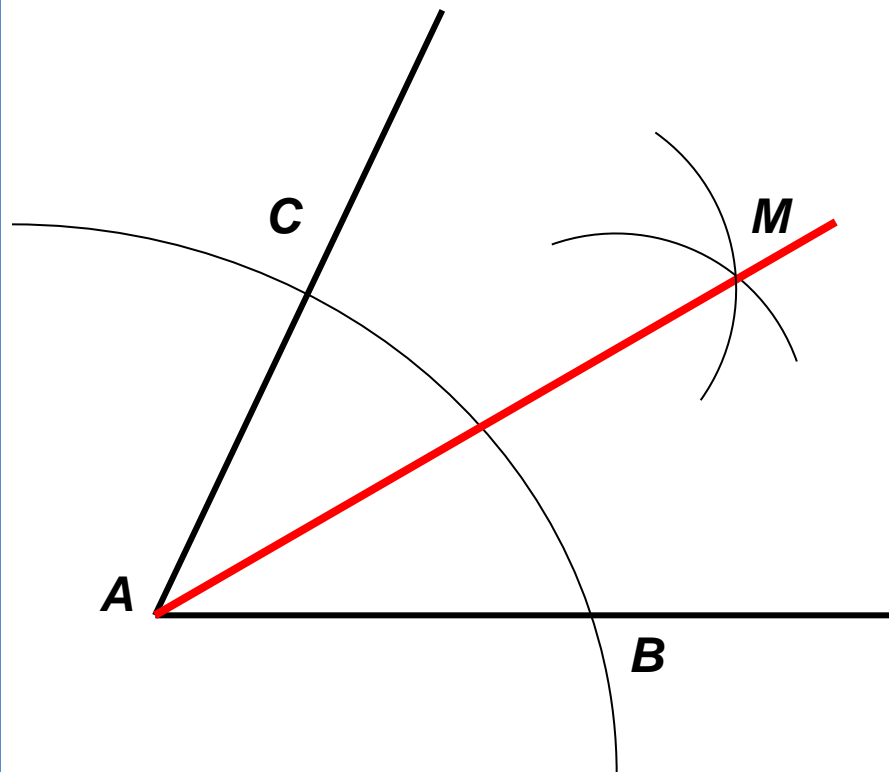
4) $r_1 = BC; (C_1; r_1)$

5) $B_1 \in (A_1; r) \cap (C_1; r_1)$

6) $[A_1 B_1)$

7) $\angle A_1$ - искомый

4) Построение биссектрисы угла.



1) $(A; r)$

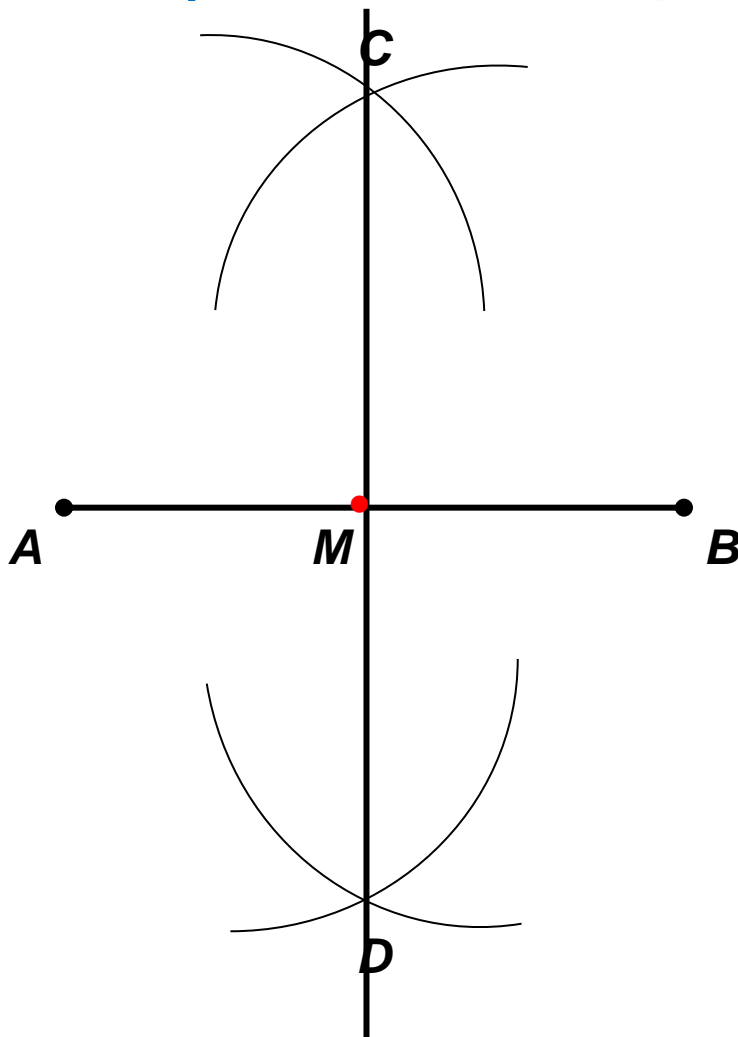
2) $(A; r) \cap [AB) = \{B\}$
 $(A; r) \cap [AC) = \{C\}$

3) $(B; r) \quad (C; r)$

4) $(B; r) \cap (C; r) = \{M\}$

5) $[AM)$ – биссектриса $\angle A$

5) Деление отрезка пополам.



1) $(A; r) (B; r)$

2) $(A; r) \cap (B; r) = \{C; D\}$

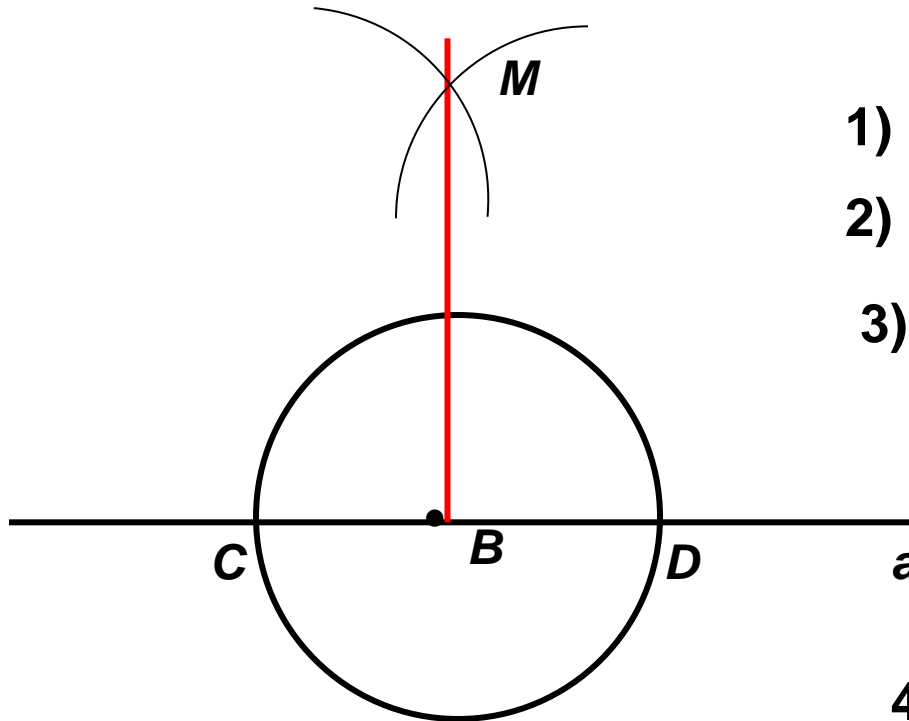
3) (CD)

4) $(CD) \cap [AB] = \{M\}$

5) Точка M - искомая

6) Построение прямой перпендикулярной данной и проходящей через данную точку (два случая).

Случай 1. Точка B лежит на прямой a



1) (B, r)

2) $(B, r) \cap a = \{C; D\}$

3) $r_1 > \frac{1}{2} [CD]; (C, r_1); (D, r_1)$

4) $M \in (C, r_1) \cap (D, r_1)$

5) (MB) - искомая

Случай 2. Точка B не лежит на прямой a

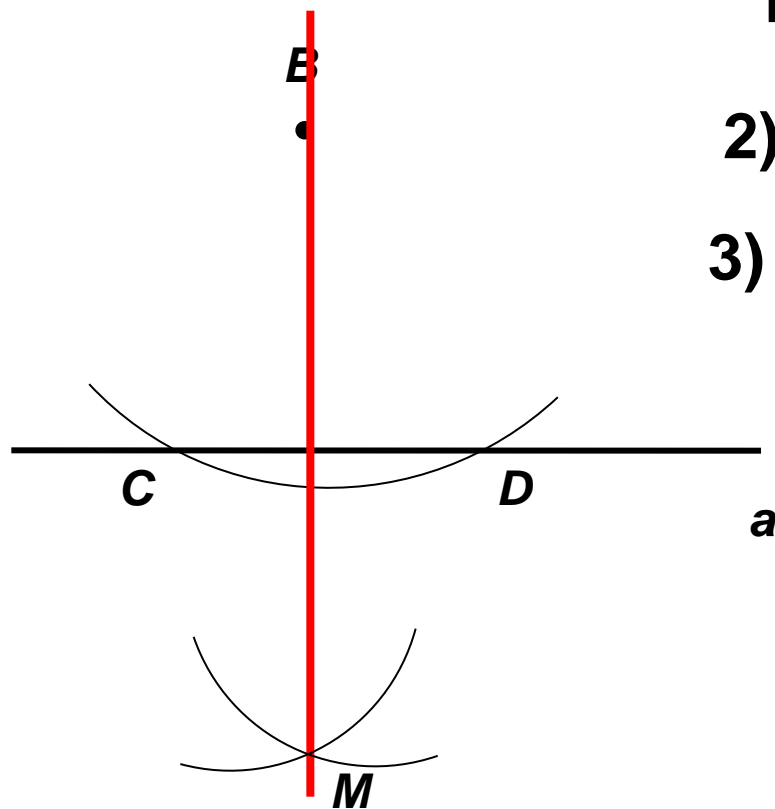
1) $(B; r)$

2) $(B; r) \cap a = \{C; D\}$

3) $r_1 > \frac{1}{2} [CD]; (C, r_1); (D, r_1)$

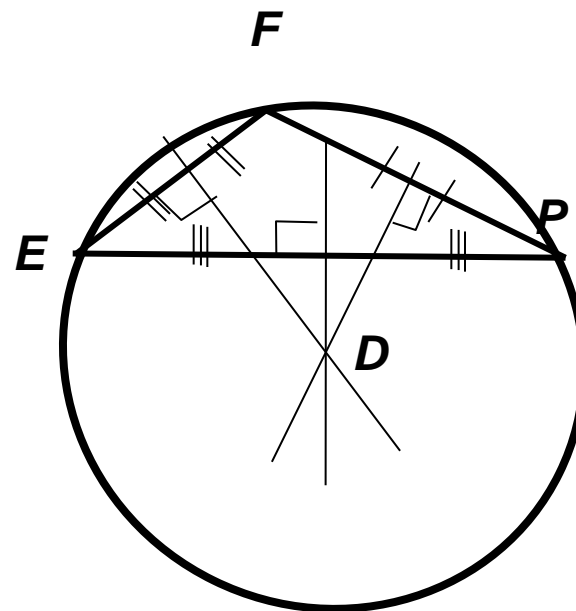
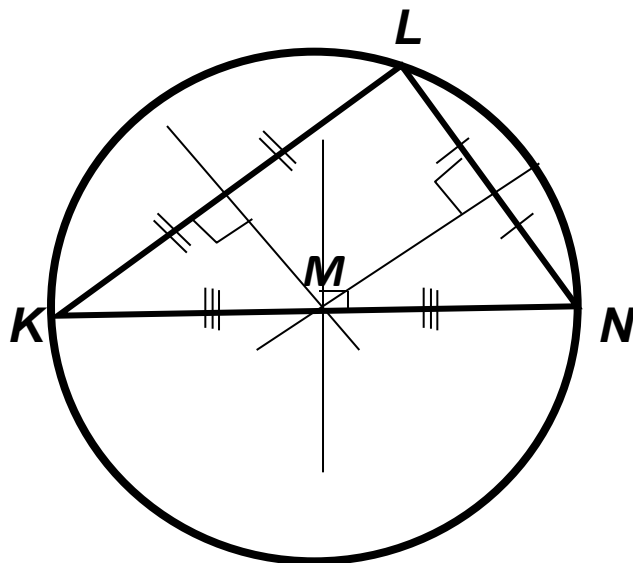
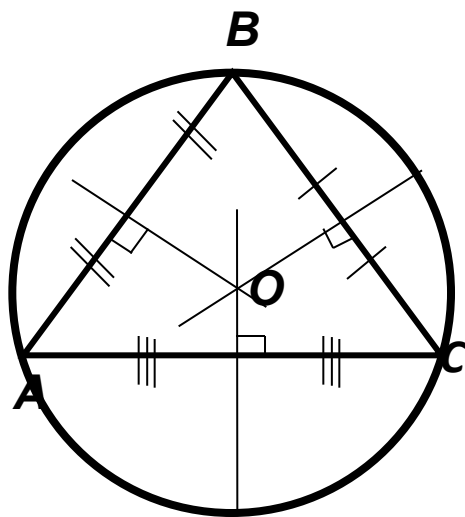
4) $M \in (C, r_1) \cap (D, r_1)$

5) (BM) - искомая

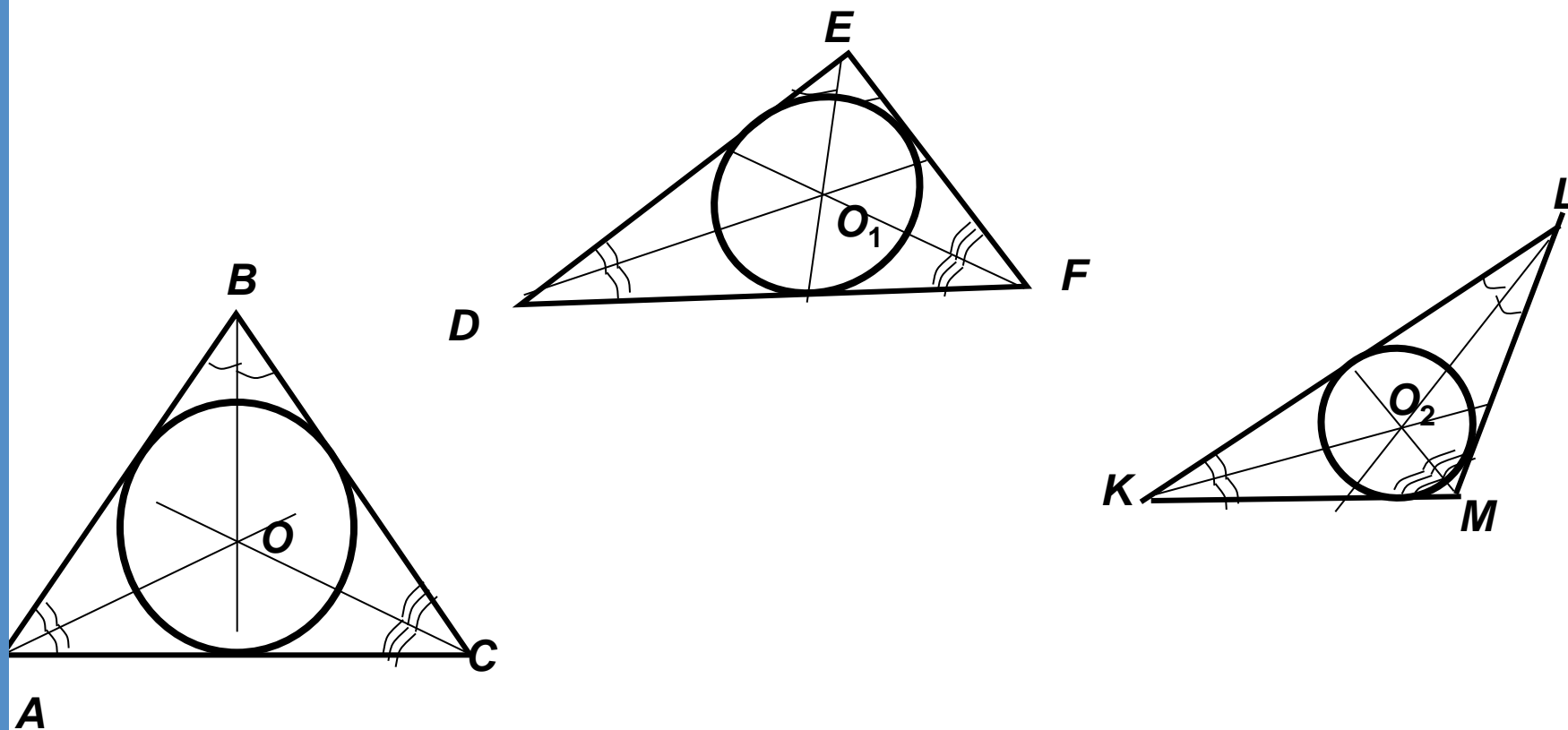


Замечательные точки в треугольнике

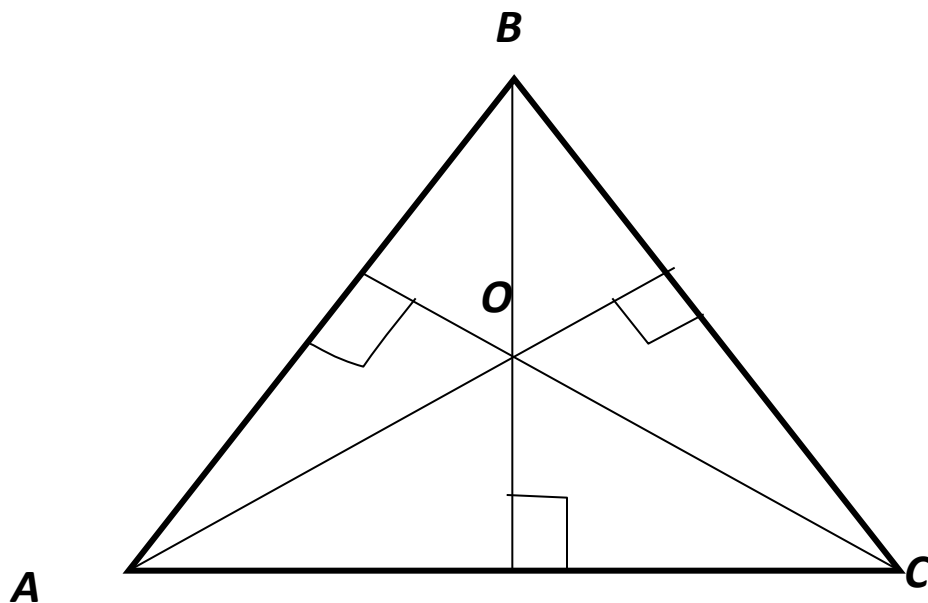
Центр описанной окружности – точка пересечения
серединных перпендикуляров к сторонам
треугольника.



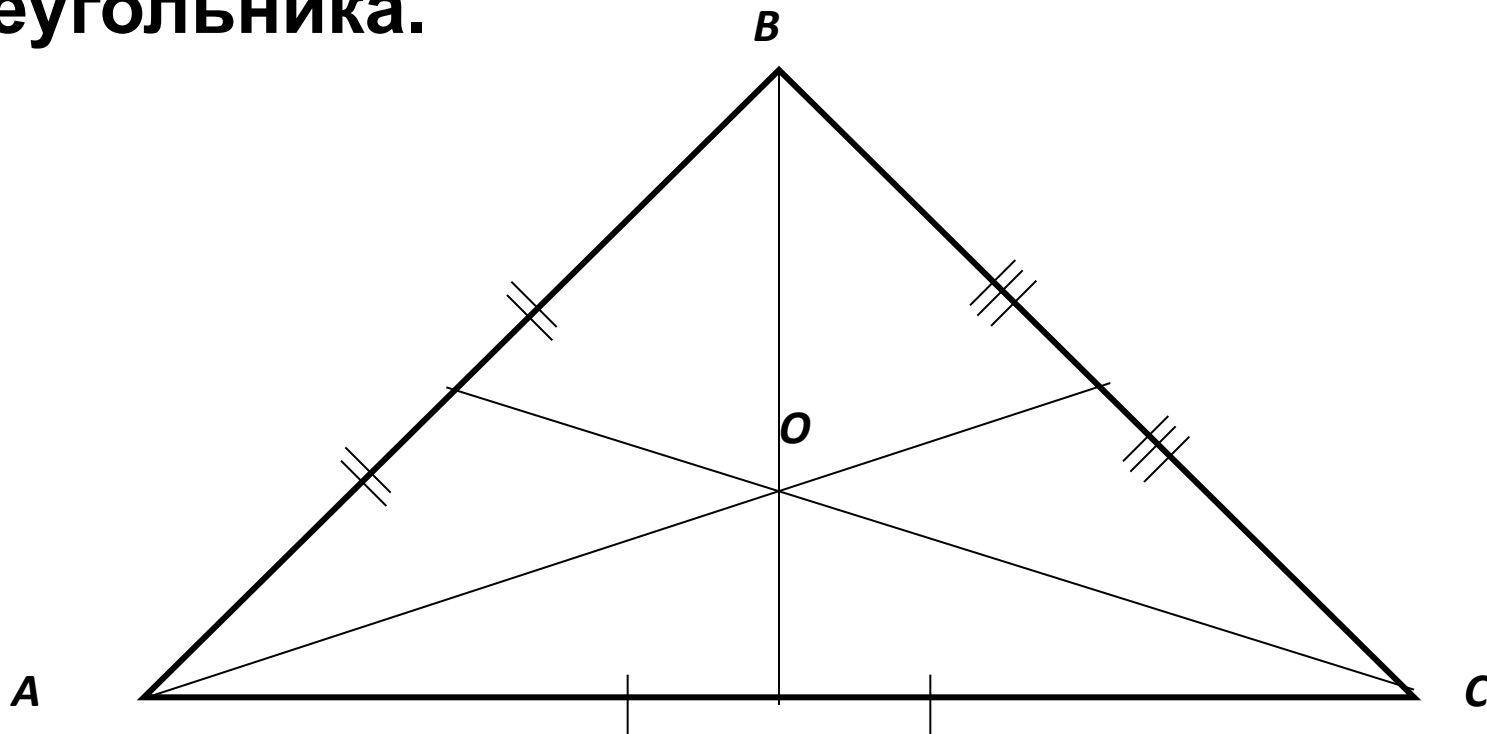
Центр вписанной окружности –
точка пересечения биссектрис углов
треугольника.



Ортоцентр – точка пересечения **высот** треугольника.



Центр тяжести – точка пересечения **медиан** треугольника.



Точка пересечения медиан треугольника делит медианы в отношении $2 : 1$, считая от вершины треугольника.

Темы для повторения

- Понятие логического следования.
- Понятие дроби.
- Действия с рациональными числами, их свойства.
- **Решение уравнений и решение задач методом уравнений.**
- **Решение задач на дроби, проценты, одновременное движение и движение по реке.**

§ 2. Геометрические фигуры в пространстве

- п. 1. Пространственные фигуры и их изображение.**
- п. 2. Многогранники.**
- п. 3. Тела вращения.**

§ 2. Геометрические фигуры в пространстве

Цель:

Сформировать:

- представления о пространственных геометрических фигурах (параллелепипед, куб, цилиндр, конус, пирамида, шар);
- умение изображать пространственные геометрические фигуры на клетчатой бумаге.

Основные понятия и способы действий

Плоские фигуры

Пространственные фигуры

Правила изображения пространственных фигур

Проекции фигуры

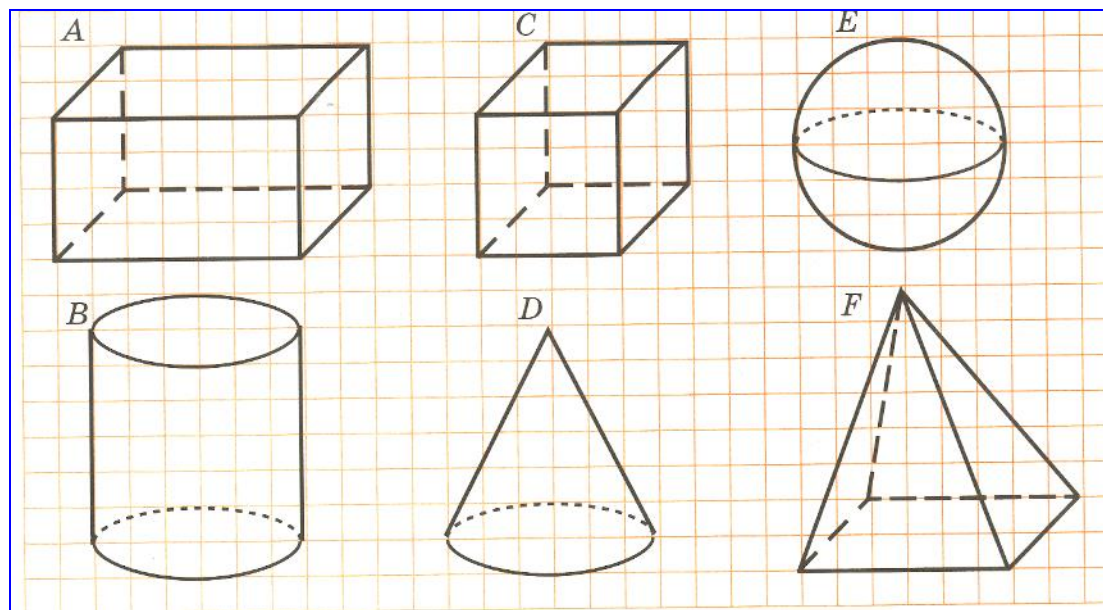
Многогранники: *развёртка, пирамида, тетраэдр, прямоугольный параллелепипед, куб*

Тела вращения: *цилиндр, развёртка цилиндра, конус, развёртка конуса, шар, сфера*



Плоскими фигурами называются геометрические фигуры, все точки которых **расположены в одной плоскости**.

Пространственными фигурами (геометрическими телами) называются геометрические фигуры, все точки которых **не могут быть расположены ни в одной из плоскостей**.



Правила изображения пространственных фигур

1. Линии, которые скрыты от глаз наблюдателя, изображаются штриховыми.
2. На рисунке сохраняется параллельность прямых.
3. На рисунке сохраняется отношение параллельных отрезков.

Проекциями фигуры называются изображения ее вида спереди, слева и сверху.

Многогранниками называются геометрические тела, поверхность которых состоит из многоугольников.

Примеры многогранников

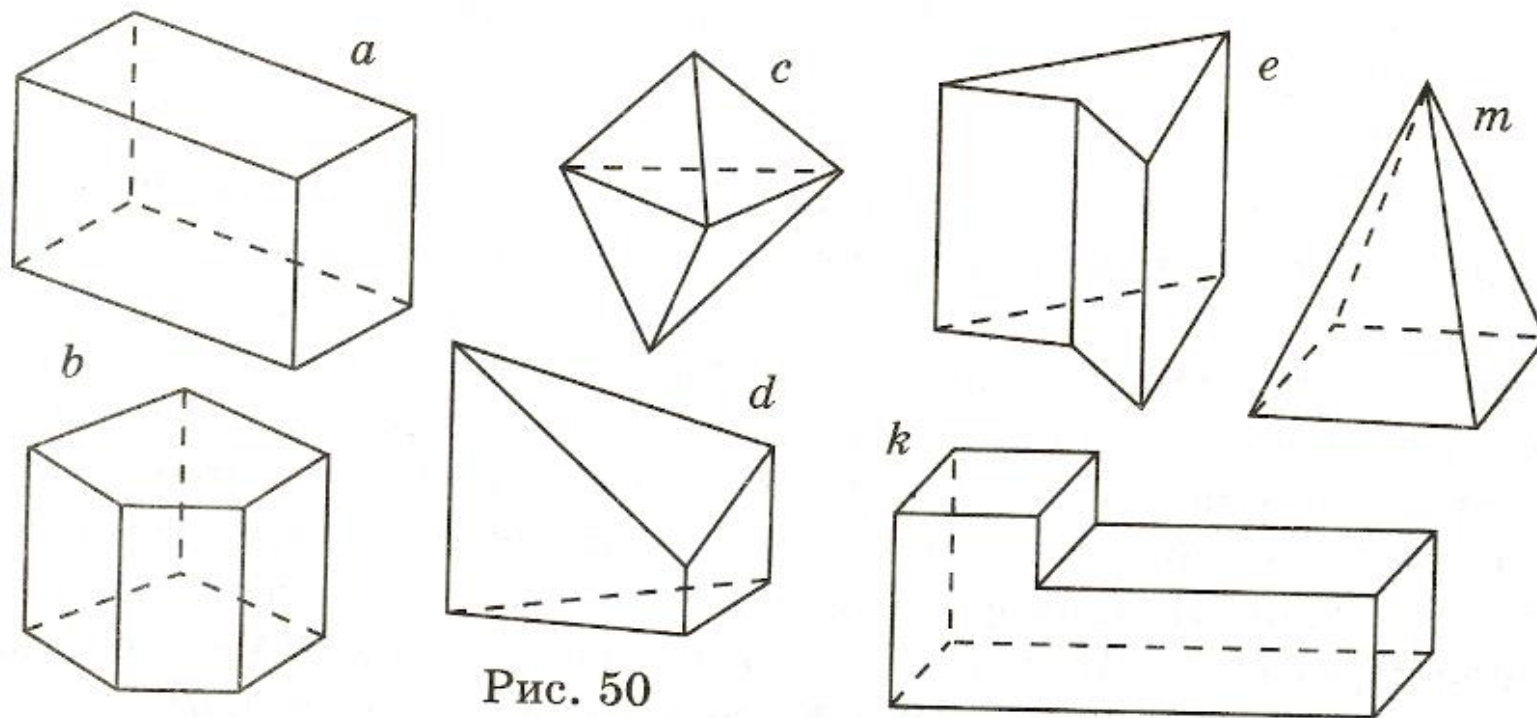
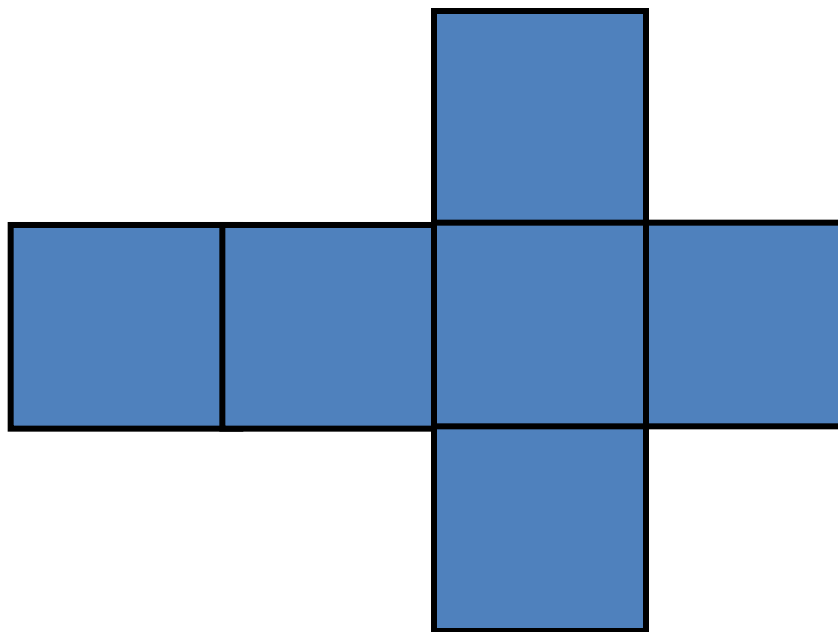


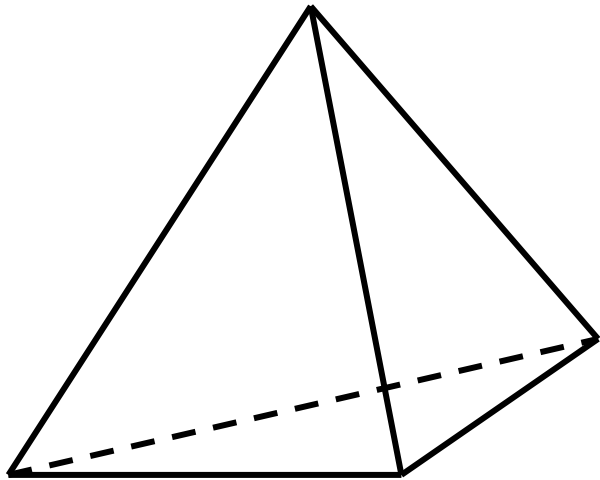
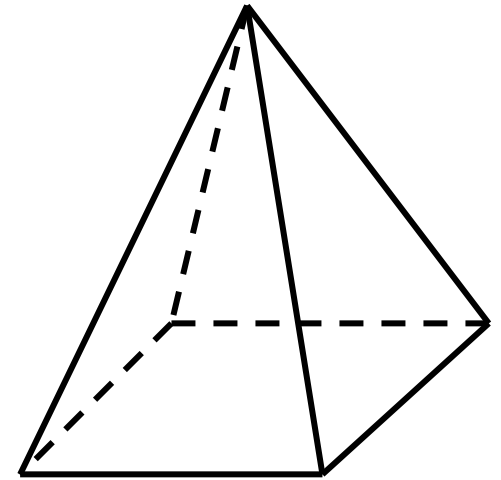
Рис. 50

Элементы многогранников: вершины, рёбра, грани.

Развёрткой многогранника называется его поверхность, разрезанная по некоторым рёбрам и развёрнутая на плоскости.

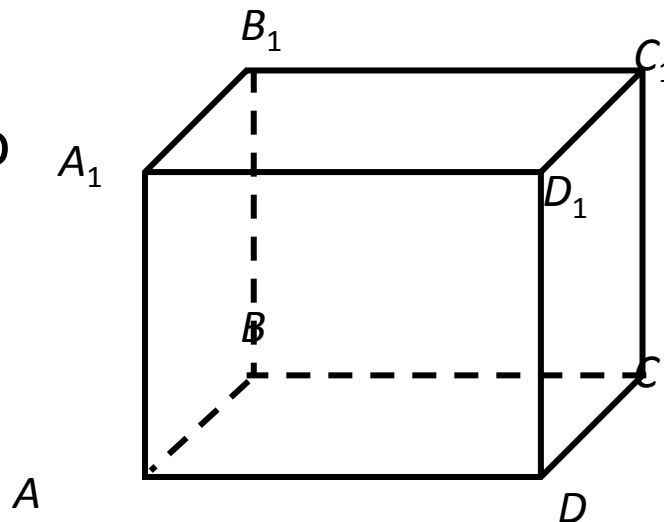


Пирамидой называется многогранник, у которого одна грань многоугольник (основание), а остальные грани – треугольники с общей вершиной.



Тетраэдром называется пирамида, все грани которой являются треугольниками.

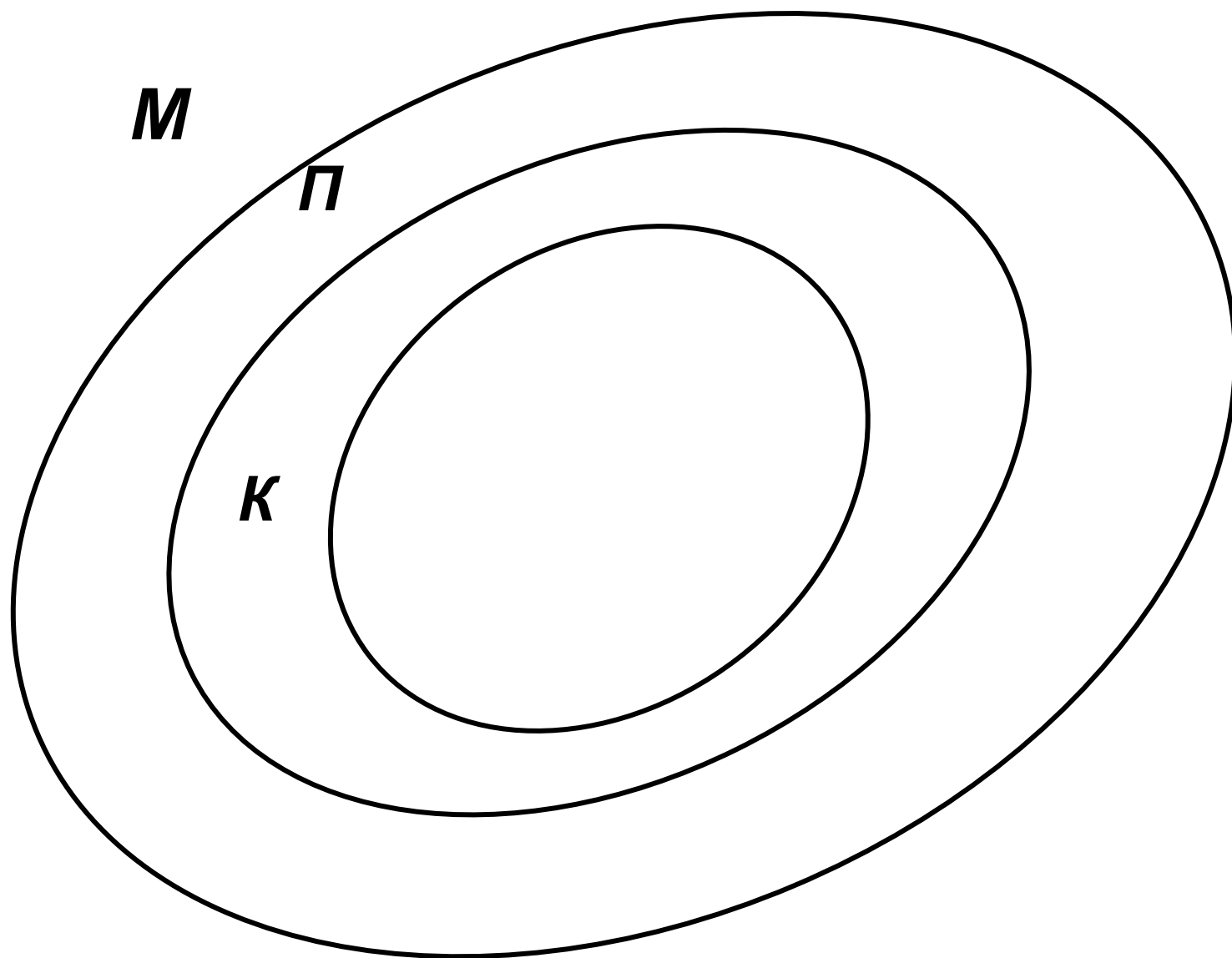
Прямоугольным параллелепипедом называется многогранник, все грани которого прямоугольники.



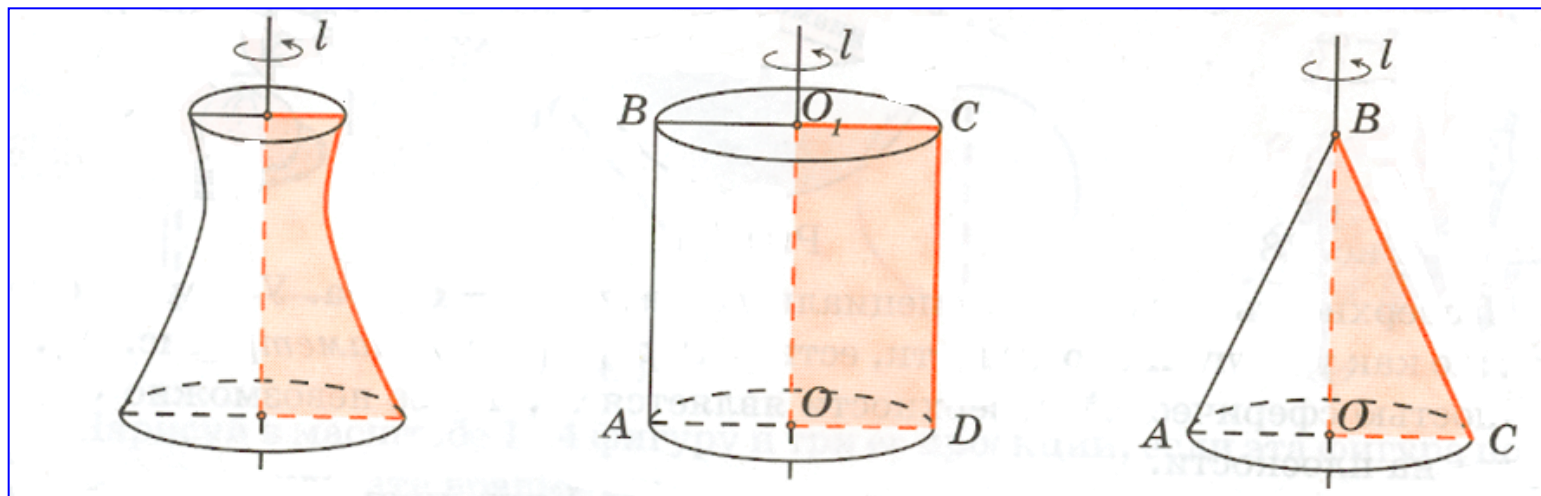
Прямоугольный параллелепипед имеет **6 граней**, **8 вершин** и **12 рёбер**.

Прямоугольный параллелепипед **имеет три измерения**: длину, ширину и высоту.

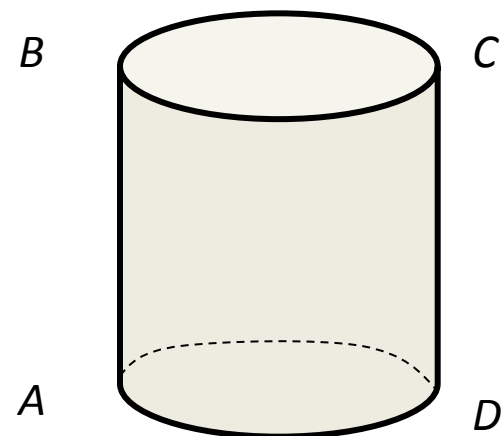
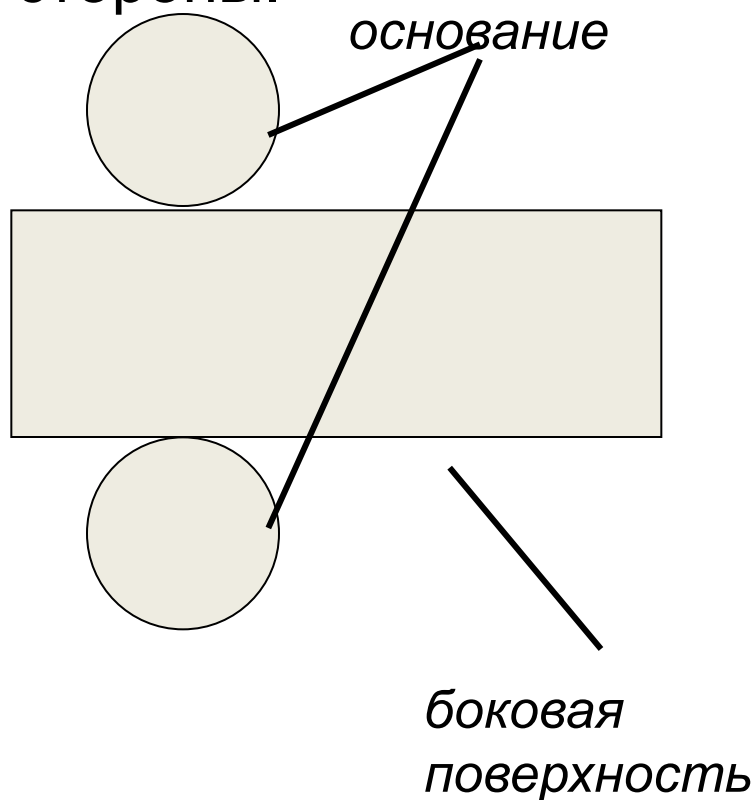
Кубом называется прямоугольный параллелепипед, все три измерения которого равны.



Телами вращения называются геометрические тела, полученные в результате вращения некоторой плоской фигуры вокруг прямой (оси вращения)

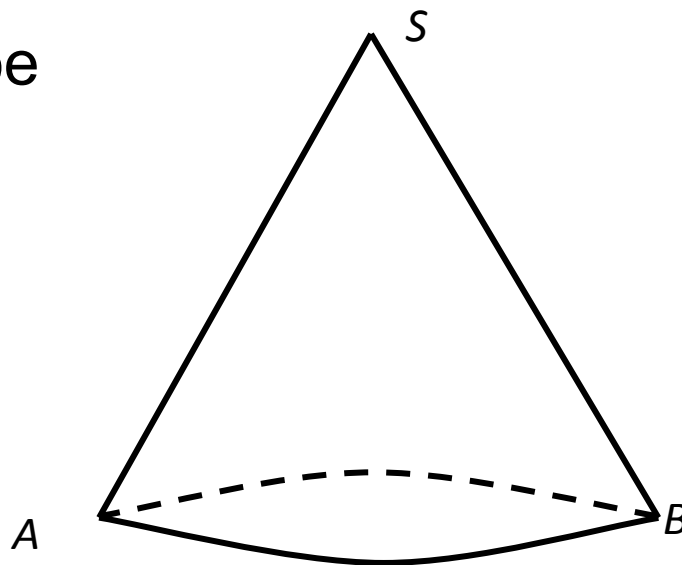
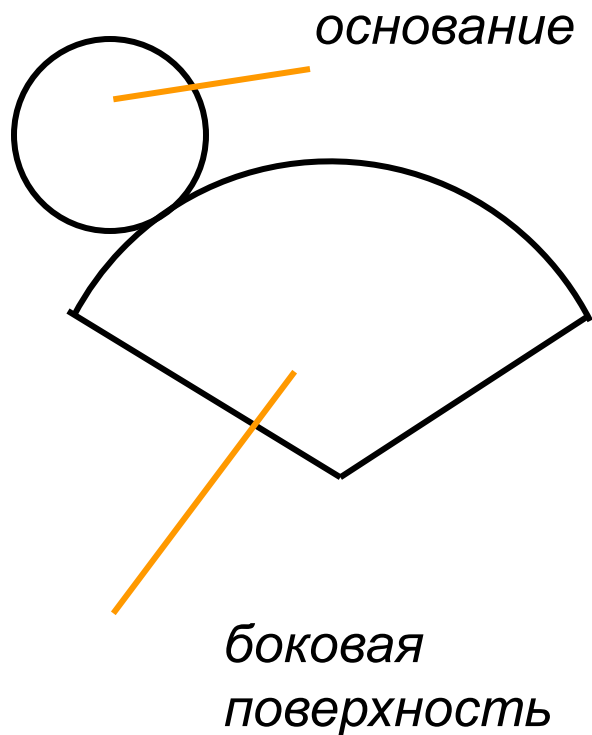


Цилиндром называется геометрическое тело, полученное в результате вращения прямоугольника вокруг своей стороны.



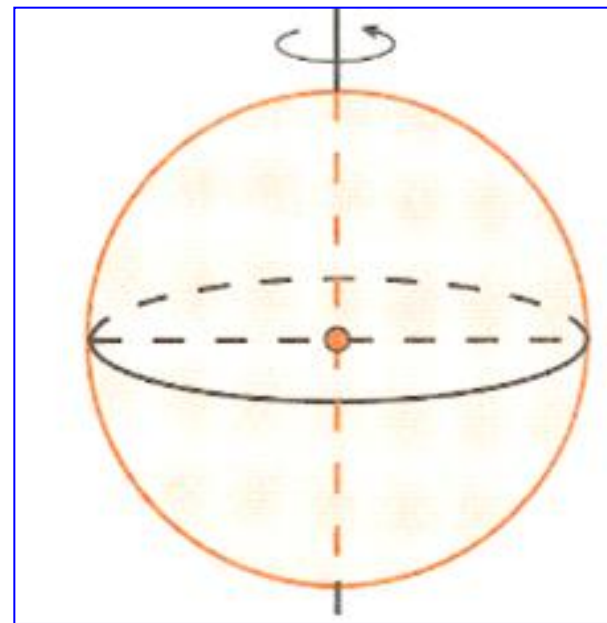
Развёртку цилиндра составляют два круга (основания) и прямоугольник (боковая поверхность).

Конусом называется геометрическое тело, полученное в результате вращения прямоугольного треугольника вокруг своего катета.

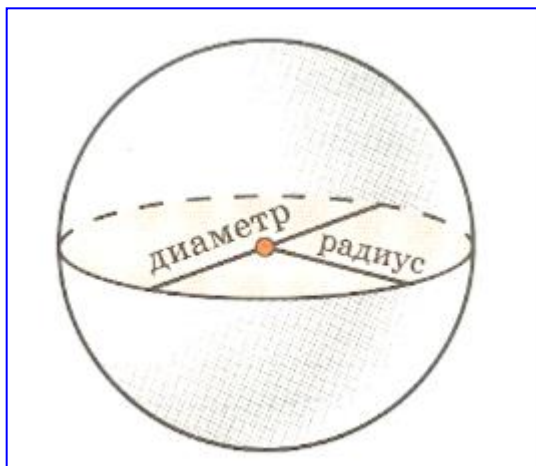


Развёртку конуса составляют круг (основание) и сектор круга (боковая поверхность).

Шаром называется геометрическое тело, полученное в результате вращения круга вокруг диаметра.



Поверхность шара называется **сферой**.



Элементы шара:
радиус, диаметр, центр.

Темы для повторения

- Признаки делимости и теоремы делимости.
- Основное свойство дроби.
- Понятия отношения, масштаба, пропорции, функциональной зависимости.
- Понятие логического следования.
- Действия с рациональными числами.



§ 3. Геометрические величины и их измерение

п. 1. Измерение величин. Длина, площадь, объём.

п. 2. Измерение углов. Транспортир.

§ 3. Геометрические величины и их измерения

Цель:

- Уточнить общий принцип измерения величин, зависимость результата измерения от выбора единицы измерения.
- Систематизировать представления об измерении геометрических величин – длина, площадь, объём, мера угла.

Основные понятия и способы действий

Величина

Способ измерения величин

Формулы зависимости между геометрическими величинами

Алгоритм сравнения углов

Транспортир

Алгоритм измерения угла с помощью транспортира

Алгоритм построения угла заданной градусной меры

Эталоны

Величиной называют количественную характеристику свойств объектов.

Чтобы **измерить величину**, нужно выбрать единицу измерения и узнать, сколько раз она содержится в измеряемой величине.

Сравнивать величины и выполнять над ними арифметические действия можно только тогда, когда они выражены **в одинаковых единицах измерения**.

Величины, характеризующие свойства геометрических фигур, называют **геометрическими величинами**.

Геометрическими величинами являются **длина, площадь, объём, мера угла**.

Величины	Обозначения	Единицы измерения
Длина	l, C	мм, см, дм, м, км
Площадь	S	мм ² , см ² , дм ² , м ² , км ² а, га
Объём	V	мм ³ , см ³ , дм ³ , м ³ , л
Мера угла	α	градусы

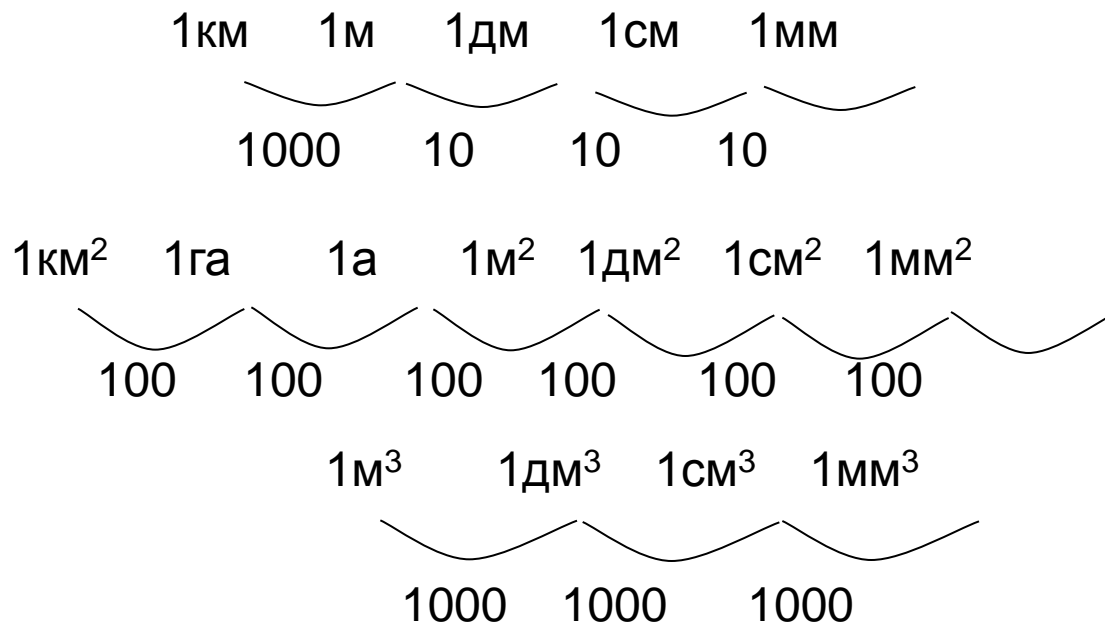
Фигуры	P	S
Прямоуголь ник	$2(a + b)$	ab
Квадрат	$4a$	a^2

Тела	S	V
Прямоуголь ный парал лелепипед	$2(ab+ac+bc)$	abc
Куб	$6a^2$	a^3

Фигуры	C	S
Окружность	$2\pi r$	
Круг		πr^2

Тела	S	V
Сфера	$4\pi r^2$	
Шар		$\frac{4}{3}\pi r^3$

Метрическая система мер.



Примеры

№ 539 Заполни пропуски.

а) $2 \text{ м}^2 45 \text{ см}^2 = 20\,045 \text{ см}^2$

б) $2 \text{ м}^2 45 \text{ см}^2 = 2,0045 \text{ м}^2$

в) $2 \text{ м}^2 45 \text{ см}^2 = 200,45 \text{ дм}^2$

№ 542 Выполни действия.

б) $10,2 \text{ дм} + 8,4 \text{ см} - 0,125 \text{ м} =$

$$102 \text{ см} + 8,4 \text{ см} - 12,5 \text{ см}$$

$$10,2 \text{ дм} + 0,84 \text{ дм} - 1,25 \text{ дм}$$

$$1,02 \text{ м} + 0,084 \text{ м} - 0,125 \text{ м}$$

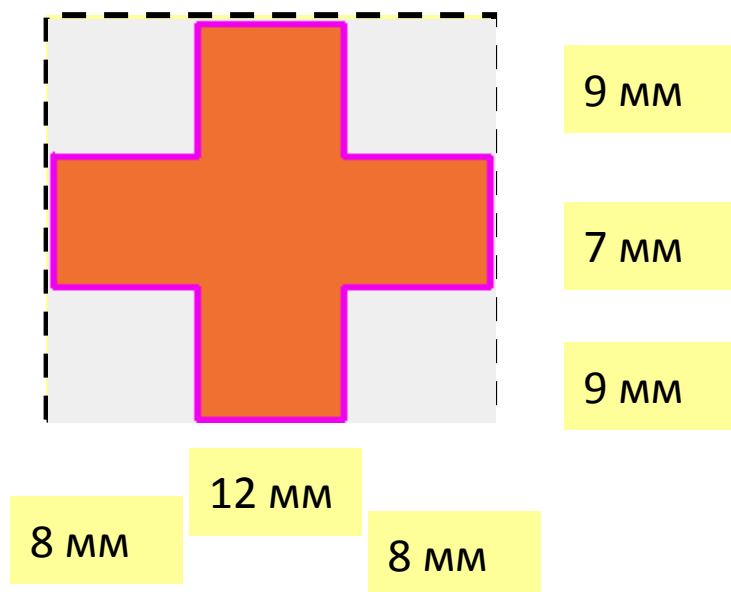
Примеры

№ 548 Сравни

$$\text{б) } 9000 \text{ дм}^3 = 9 \text{ м}^3$$

$$700 \text{ см}^3 < 7 \text{ дм}^3$$

№ 540 Вычисли разными способами площадь заштрихованных фигур



Эталоны

Мера угла является геометрической величиной.

Алгоритм непосредственного сравнения углов

Наложить углы так, чтобы одна их сторона совпала

да

Совпали две другие
стороны

нет

Углы равны

Меньше тот угол,
сторона которого
находится внутри
другого угла

Эталоны

Чтобы **измерить величину угла**, надо выбрать единичный угол и узнать, сколько раз он содержится в измеряемом угле.

1° – это $\frac{1}{90}$ часть прямого угла

Транспортир – это инструмент, с помощью которого измеряют и строят углы заданной величины.

Эталоны

Алгоритм измерения углов с помощью транспортира

1. Совместить центр транспортира с вершиной угла.
2. Сторону угла направить в начало отсчёта на транспортире.
3. Отметить точку пересечения второй стороны угла со штрихом *на той же шкале* (где начало отсчёта) транспортира.
4. Записать величину угла – число, соответствующее найденному штриху на шкале.

Эталоны

Алгоритм построения угла заданной градусной меры

1. Начертить луч.
2. Совместить центр транспортира с началом луча.
3. Направить луч через начало отсчёта на шкале.
4. Отметить точку около числа *на той же шкале*, соответствующего величине угла.
5. Соединить отмеченную точку с началом луча.
6. Обозначить угол и записать результат.

Темы для повторения

- Действия с именованными числами.
- Запись, чтение и преобразование выражений.
- Решение уравнений.
- Понятие логического следования.
- Понятие модуля.
- Понятие координатной плоскости.
- Действия с рациональными числами.



Вариант контрольной работы

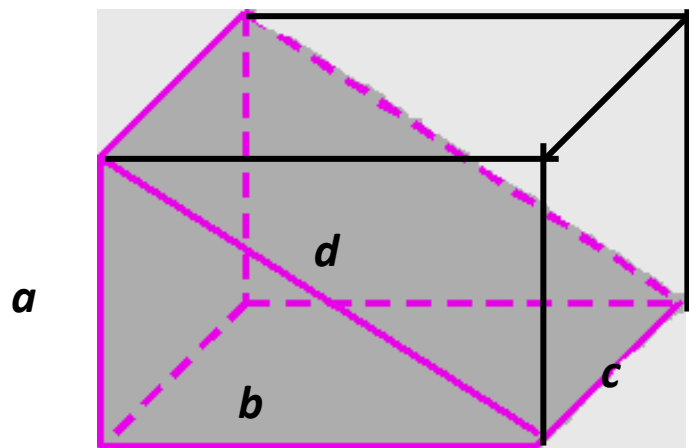
1. Выполни действия:
 - а) $0,4 \text{ м} + 31,6 \text{ см} - 150,4 \text{ мм}$;
 - б) $(238 \text{ га } 50 \text{ а} : 1,5 + 4 \text{ км}^2 \text{ } 2 \text{ га}) : 1,87 - 2 \text{ } 500 \text{ } 000 \text{ м}^2$.
2. Ширина прямоугольника на 30% меньше длины, а его периметр равен 40,8 см. Найди площадь прямоугольника. Вырази эту площадь в квадратных дециметрах.
3. Сравни объёмы куба и прямоугольного параллелепипеда, если ребро куба равно 20 м, а измерения прямоугольного параллелепипеда: 1 км, 18 м, 260 см.

4. Лучи, исходящие из вершины развёрнутого угла, делят его на три части. Первые два угла относятся как 4:3, а третий на 25% больше первого. Найди величины этих углов и сделай чертёж.

5. Начерти куб $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ и назови:

- а) одну видимую и одну невидимую вершину;
- б) одно видимое и одно невидимое ребро;
- в) одну видимую и одну невидимую грань.

6*. Составь формулы для вычисления объёма и площади поверхности закрашенной фигуры.

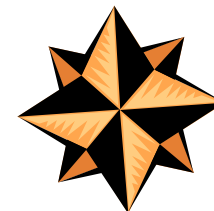


§ 4. Симметрия фигур

- п. 1. Красота и симметрия.**
- п. 2. Преобразования плоскости.
Равные фигуры.**
- п. 3. Правильные многоугольники.**
- п. 4. Правильные многогранники.**

Основные понятия и способы действий

Симметричность, асимметричность



Виды симметрии

Симметричные точки



Способы построения

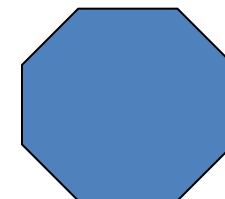
Равные фигуры

Правильные многоугольники, их свойства

Алгоритмы построения правильных многоугольников



«Паркет»



Правильные многогранники

Симметричность – правильность,
упорядоченность, повторяемость,
гармония.

Асимметричность –
неправильность, нарушение
порядка.



Виды симметрии в математике

Осевая симметрия означает, что при перегибании плоскости по некоторой прямой l совмещаются либо две половинки одной фигуры F , либо две фигуры F_1 , и F_2 .

Прямая l – **ось симметрии**.

Фигуры F_1 , и F_2 (либо фигура F) – **симметричны** относительно прямой l .

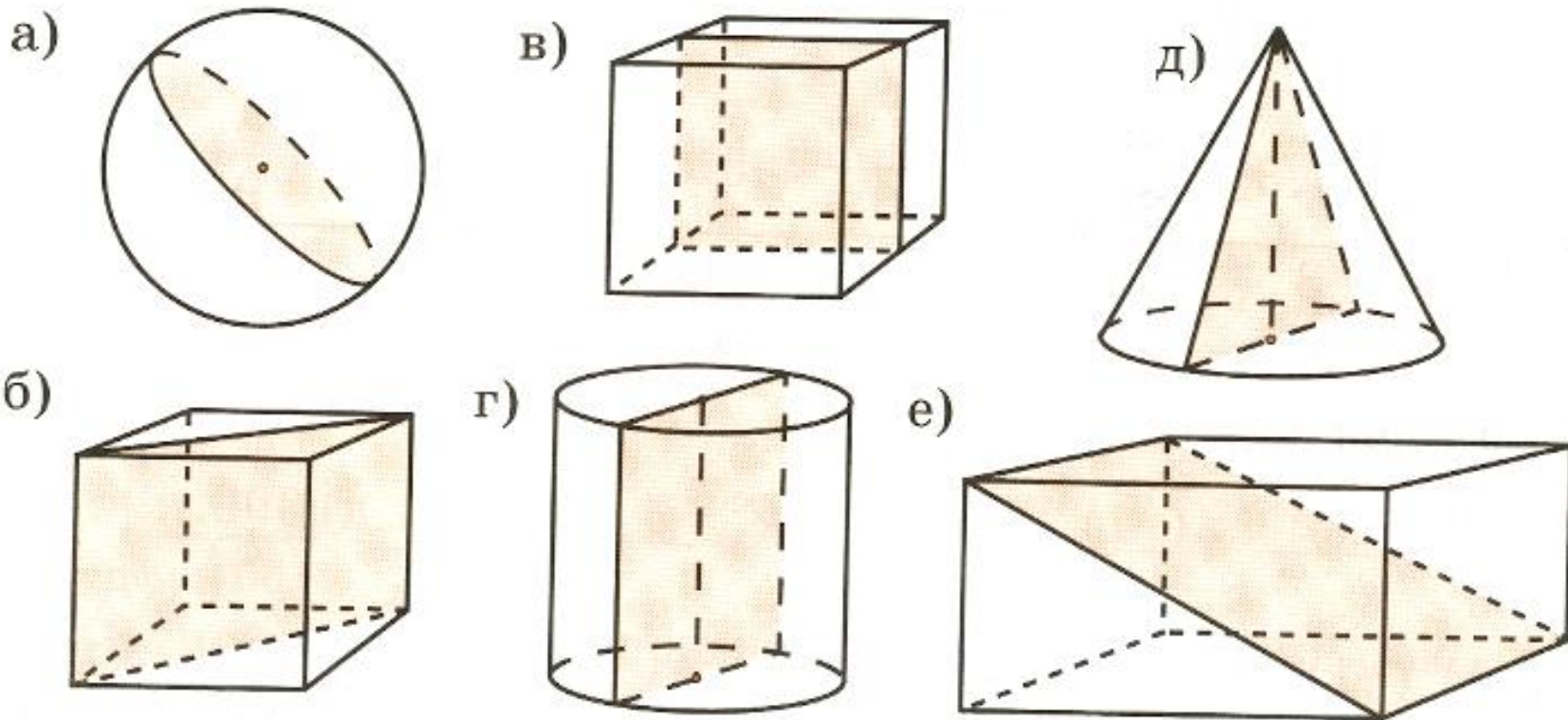
Поворот (или **поворотная симметрия**) означает, что при повороте плоскости вокруг точки O на угол α фигура F_1 переходит в фигуру F_2 .

Поворот на 180° называется **центральной симметрией**.
Точка O – **центр симметрии**.

Фигуры F_1 и F_2 – **центрально-симметричны** относительно точки O .

Параллельный перенос (или **переносная симметрия**) означает, что при перемещении плоскости на вектор \vec{d} фигура F_1 переходит в фигуру F_2 .

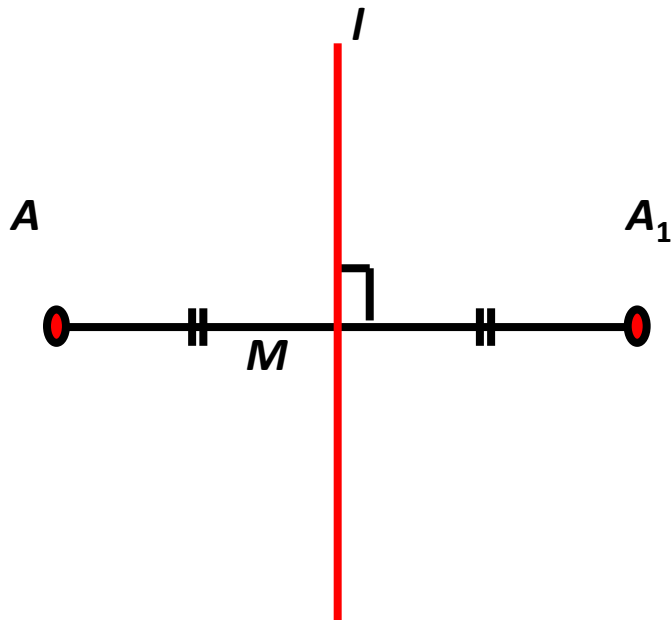
Зеркальная симметрия в пространстве.



Преобразования плоскости. Равные фигуры.

Осевая симметрия

Точки A и A_1 называются **симметричными относительно прямой l** , если отрезок AA_1 перпендикулярен прямой l и делится ею пополам.



- 1) $[AA_1] \perp l, [AA_1] \cap l = \{M\}$;
- 2) $AM = A_1M$.

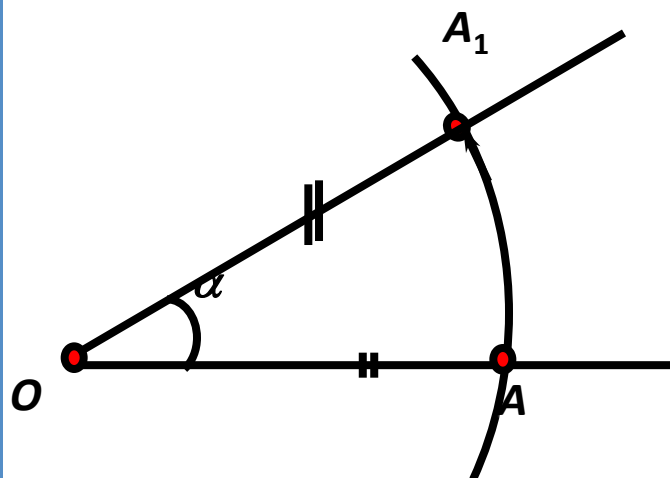
Точка A_1 симметрична точке A относительно прямой l .

Поворот вокруг точки

Точка A_1 результат **поворота** точки A вокруг центра O на угол α , если

1) $OA = OA_1$;

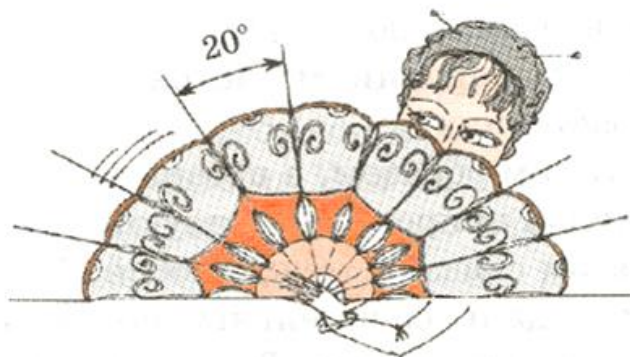
2) $\angle AOA_1 = \alpha$.



1) $[OA)$;

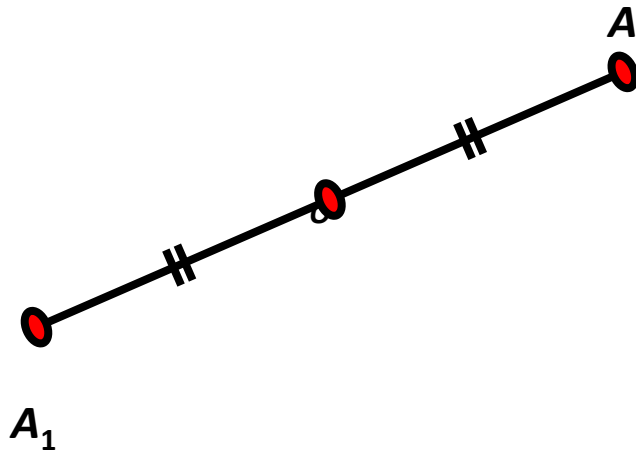
2) $\angle AOA_1 = \alpha$;

3) $OA_1 = OA$.



Центральная симметрия

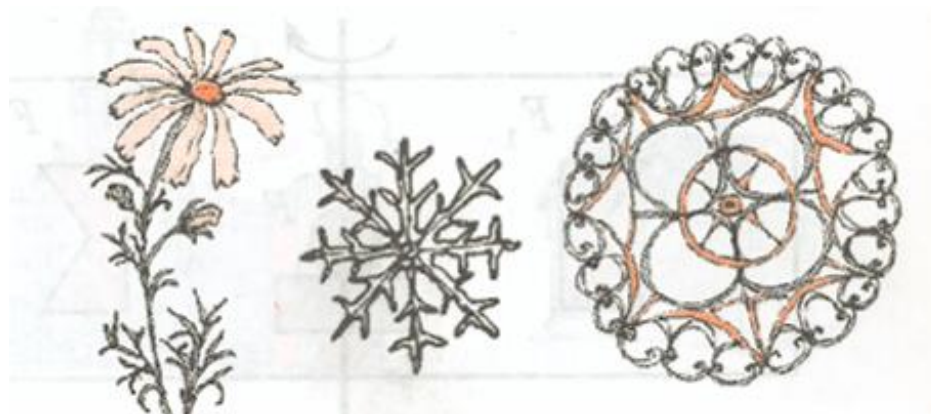
Точки A и A_1 называются **симметричными относительно точки O** , если O является серединой отрезка AA_1 .



1) $[AO)$;

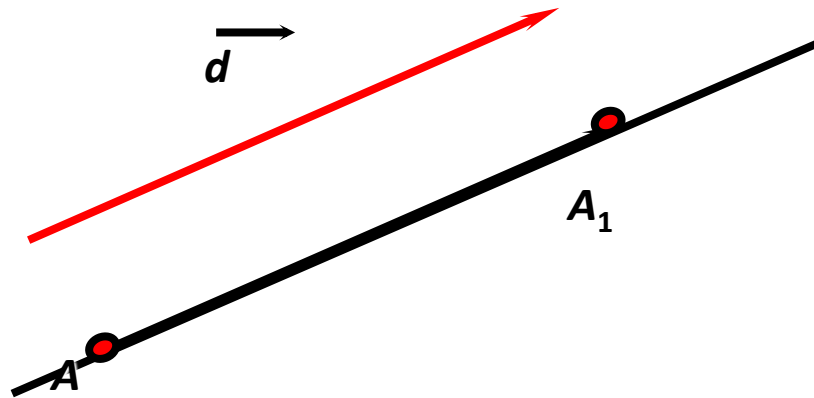
2) $OA_1 = OA$.

Точка A_1 симметрична точке A относительно точки O .



Параллельный перенос

Точка A_1 называется результатом **параллельного переноса** точки A на вектор \vec{d} , если $\overrightarrow{AA_1} = \vec{d}$.



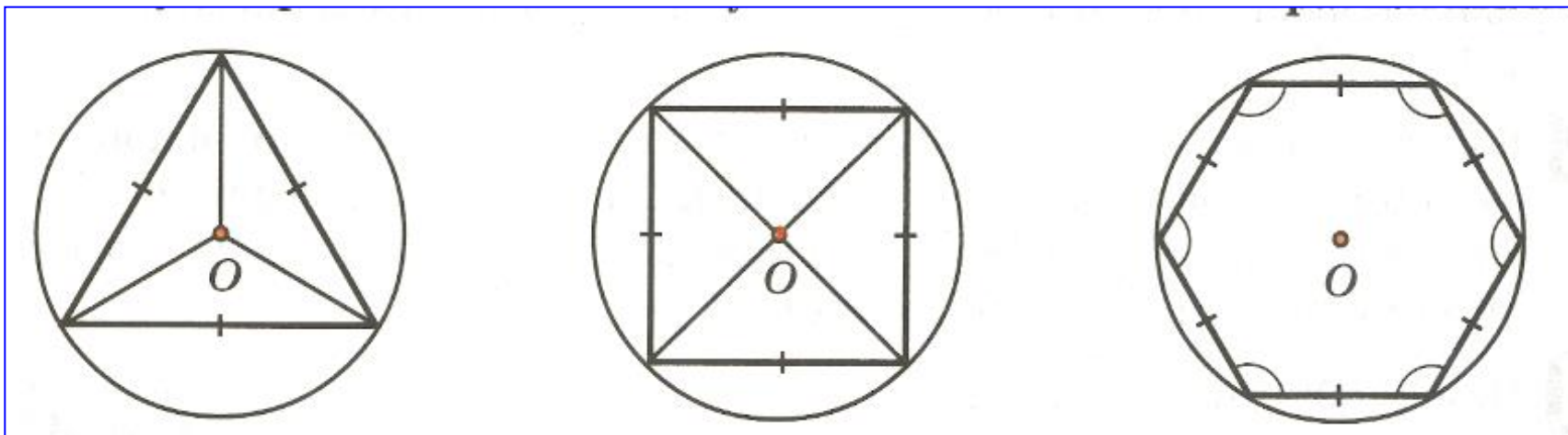
$$1) (AA_1) \parallel \vec{d}; \quad 2) \overrightarrow{AA_1} = \vec{d}$$

Точка A_1 является результатом параллельного переноса точки A на вектор \vec{d} (то есть в данном направлении на данное расстояние)

В результате всех преобразований симметрии получаются равные фигуры

Для обоснования равенства фигур достаточно показать, что эти фигуры могут быть получены друг из друга в результате преобразований симметрии

Многоугольники, у которых равны все стороны и все углы, называются **правильными**.



Алгоритм построения правильного шестиугольника

1. Провести окружность произвольного радиуса.
2. От любой точки окружности отложить последовательно шесть дуг радиусом, равным радиусу окружности
3. Соединить последовательно полученные точки.

Алгоритм построения правильного треугольника

- 1. Провести окружность произвольного радиуса.**
- 2. От любой точки окружности отложить последовательно шесть дуг радиусом, равным радиусу окружности.**
- 3. Соединить полученные точки через одну.**

Алгоритм построения квадрата

- 1. Провести окружность произвольного радиуса.**
- 2. Провести два перпендикулярных диаметра.**
- 3. Последовательно соединить концы диаметров.**

Алгоритм построения квадрата

1. Провести окружность произвольного радиуса.
2. Провести два перпендикулярных диаметра.
3. Последовательно соединить концы диаметров.

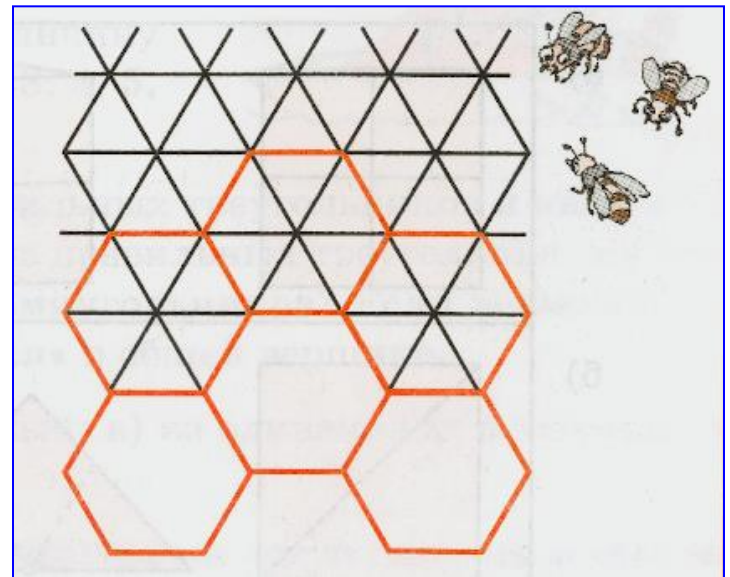
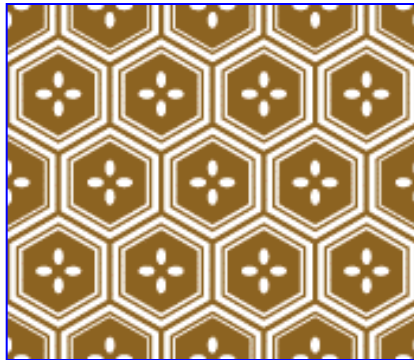
Алгоритм построения правильного восьмиугольника

1. Провести окружность произвольного радиуса.
2. Провести два перпендикулярных диаметра.
3. Разделить образовавшиеся дуги пополам.
4. Последовательно соединить полученные точки.

Алгоритм построения правильного восьмиугольника

1. Провести окружность произвольного радиуса.
2. Провести два перпендикулярных диаметра.
3. Разделить образовавшиеся дуги пополам.
4. Последовательно соединить полученные точки.

Составить «паркет» – это значит, покрыть плоскость геометрическими фигурами без зазоров и пересечений.



Примеры

№ 692 Можно ли составить паркет: а) из правильных треугольников и квадратов; б) из правильных пятиугольников.

а) $\alpha_3 = 60^\circ$; $\alpha_4 = 90^\circ$

$$60 \cdot x + 90 \cdot y = 360$$

1) Если $x = 1$, то $60 + 90y = 360$
 $90y = 300$

Нет корней на множестве \mathbb{N}

2) Если $x = 2$, то $120 + 90y = 360$
 $90y = 240$

Нет корней на множестве \mathbb{N}

3) Если $x = 3$, то $180 + 90y = 360 \Leftrightarrow 90y = 180 \Leftrightarrow y = 2$

Т. к. $60^\circ \cdot 3 + 90^\circ \cdot 2 = 360^\circ$, паркет составить можно.

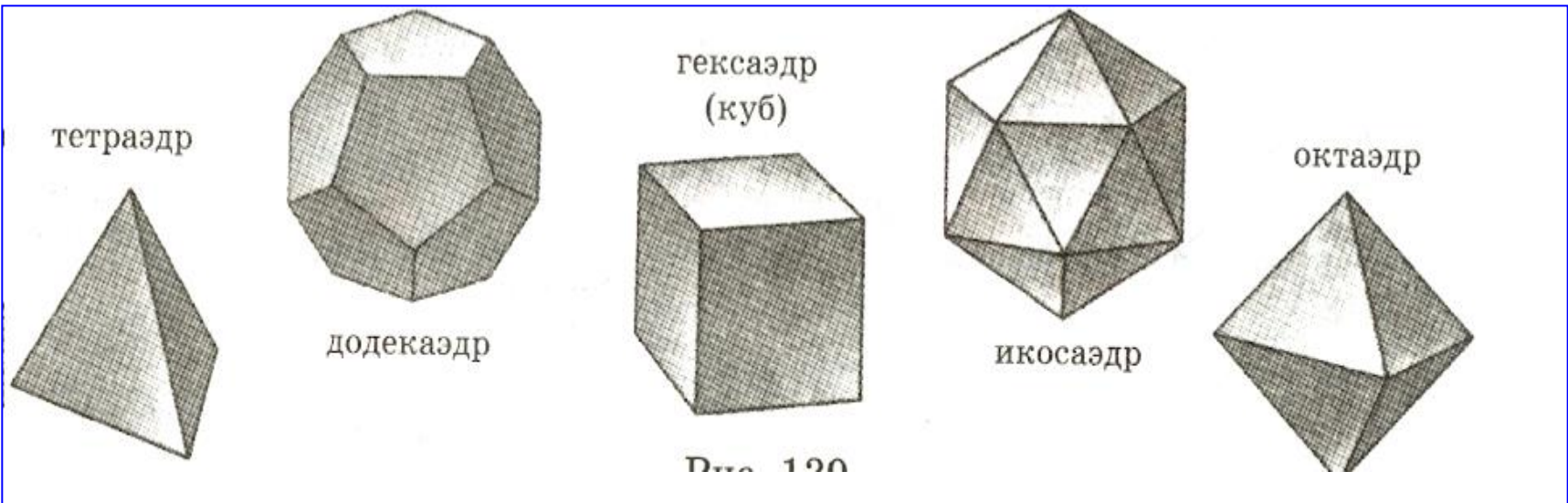
б) $\alpha_5 = \frac{180(5-2)}{5} = 108^\circ$

$$108 \cdot x = 360$$

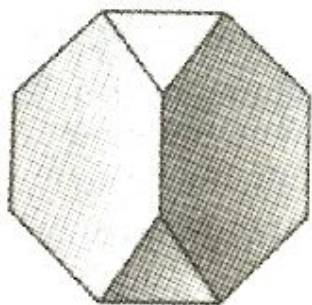
Нет корней на множестве \mathbb{N}

Т. к. $108 \cdot x = 360$ не имеет корней на множестве \mathbb{N} , паркет составить невозможно.

Правильными многогранниками называются многогранники, все грани которых являются равными правильными многоугольниками, а углы между гранями равны.



Полуправильные многогранники
(*Архимедовы тела*) –многогранники, полученные из правильных с помощью операции «усечения», то есть отсечения углов плоскостями.



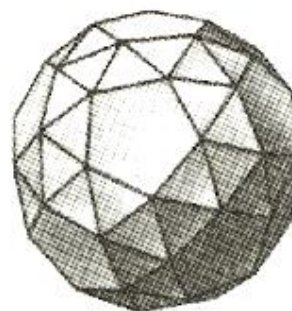
усеченный
тетраэдр



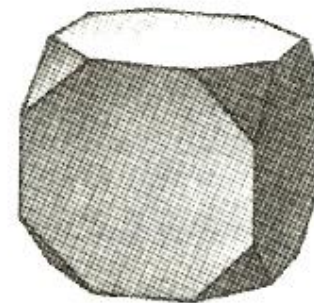
усеченный
икосододекаэдр



усеченный
икосаэдр



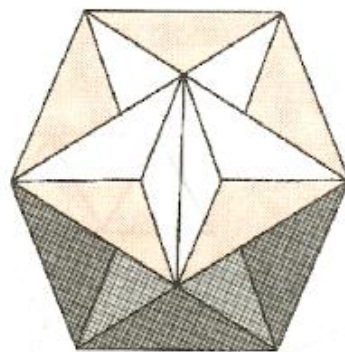
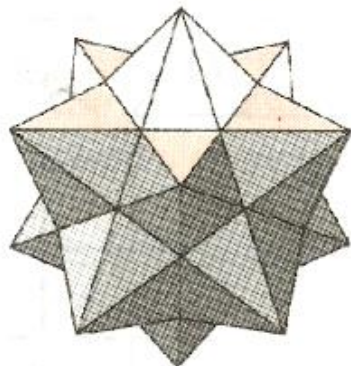
«ПЛОСКОНОСЫЙ»
додекаэдр



усеченный
куб

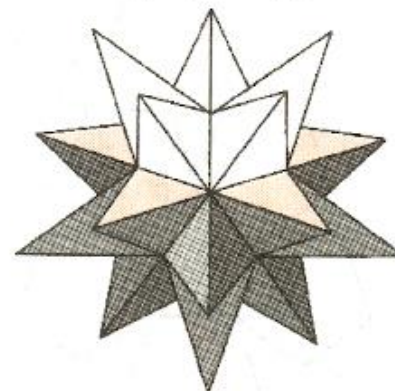
Звёздчатые многогранники (*тела Кеплера-Пуансо*) –многогранники, полученные из правильных с помощью продолжения их граней и ребер.

малый звездчатый
додекаэдр



большой додекаэдр

большой звездчатый
додекаэдр



Темы для повторения

- Изученные логические понятия.
- **Решение уравнений и решение текстовых задач методом уравнений.**
- Понятие модуля числа.
- Понятие степени числа.
- Понятие противоположных и обратных чисел.
- Действия с рациональными числами.



Вариант итоговой контрольной работы

1. Найти значение выражений:

а) $2,4 \cdot \left(-1\frac{1}{3}\right)$;

б) $(4,75 - 8,2) : (-0,01)$;

в) $2,56 \cdot (-40,5) - 6,38$.



2. Реши уравнения:

а) $5(y + 2) = 9y - 6(y - 1)$;

б) $2,4 + \frac{3}{5}x = 1\frac{1}{15}x + 1,56$

- 3. Сумма трёх чисел равна 80. Первое число составляет 15% всей суммы, но 40% второго числа. Найти третье число.**
- 4. Когда велосипедист выехал из деревни на станцию, пешеход уже находился на расстоянии 2 км 400 м от деревни. На станцию они прибыли одновременно через 15 мин после выезда велосипедиста. С какой скоростью ехал велосипедист, если скорость пешехода была 6 км/ч?**
- 5. Одна сторона прямоугольника a м, а другая в 9 раз больше. Найди периметр прямоугольника.**

6*. Найди значение выражения.

$$14,07 : 3,5 + \left[\left(3,36 + \frac{3}{8} - 3,36 - 0,125 \right) : \frac{1}{4} \cdot 0,8 - 0,072 \right] \cdot \left(5,8 + 4 \frac{1}{5} \right)$$

7*. Определи, истинны или ложны данные высказывания. Построй отрицания ложных высказываний:

а) $\exists n \in N: 3n - 7 = 19$;

б) $\forall a, b \in R: a + b = b + a$ (R – множество всех чисел);

в) $\exists c, d \in N: c^2 + d^2 = 5$;

г) $\forall x, y \in N: x + 1 > y - 1$.

Задания для отработки минимума и ВОЗМОЖНЫЙ максимум

Глава	Параграф	Пункт	Минимум №№	Максимум №№
4	1	1	324-329	330-336
		2	351-355	356-360
		3	377-378, 380, 385-388	379, 381-384
		4	416-419	
	2	1	450, 451	452-457
		2	477, 484, 485, 493	478-483, 486-492, 494, 495
		3		509-518

Задания для отработки минимума и ВОЗМОЖНЫЙ максимум

Глава	Параграф	Пункт	Минимум №№	Максимум №№
4	3	1	536-539, 541-543, 548, 549 (1)	540, 547, 549 (2, 3, 4), 550- 552
		2	571-578, 585, 586	579-584, 587, 588
	4	1	608-612	614-619
		2	636-638, 650	639-649, 651-658
		3	686-687	432-443
		4	711-712	466-468

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ:

- 1. Изучить литературу.**
- 2. Выполнить практическое задание.**



Перспективы развития программы по математике «Учусь учиться» в 7-9 классов основной школы

- **знакомство с особенностями курса "Учусь учиться" в 7 - 9 классах,**
- **обзор содержания учебника 7 класса,**
- **перспективы развития курса.**

Особенности структуры нового учебника

- Система заданий выстроена в логике технологии деятельностного метода;
- Алгоритмы по всем темам представлены в учебнике;
- Выделены задания повышенной трудности.

учебники позволяют реализовать системно-деятельностный подход

Начальная школа

6 Что общего в примерах каждого столбика? Вычисли:

$30 \cdot 9$

$150 : 30$

$43 \cdot 6$

$75 : 5$

$56 : 14$

$47 : 5$

$4 \cdot 70$

$240 : 8$

$9 \cdot 89$

$60 : 4$

$98 : 49$

$65 : 8$

Основная школа

432 Что общего в примерах каждого столбика? Выполни действия:

а) $(+3) + (-0,9)$

б) $(-10,2) + (-8)$

в) $(-5) + (+4,3)$

г) $0 + (-1,8)$

$(+\frac{4}{5}) + (-1,2)$

$(-1\frac{1}{2}) + (-2,5)$

$(-\frac{8}{9}) + (+2\frac{1}{6})$

$(-0,375) + (+\frac{3}{8})$

$(-1,2) + (+0,3)$

$(-2,4) + (-0,16)$

$(+0,04) + (-0,2)$

$(-2,7) + 0$

$(-1\frac{2}{3}) + (+5\frac{1}{6})$

$(-1\frac{7}{15}) + (-3\frac{5}{6})$

$(+1\frac{11}{35}) + (-\frac{1}{21})$

$(+1\frac{1}{4}) + (-1,25)$

6 класс (уровень максимум)

212 Построй в одной координатной плоскости графики трех данных зависимостей между переменными y и x :

а) $y = \frac{1}{3}x$, $y = x$ и $y = 3x$;

б) $y = 2x$, $y = 2x + 3$ и $y = 2x - 1$.

Что ты наблюдаешь? Сформулируй *гипотезу*.

213 Построй в одной координатной плоскости графики зависимостей $y = kx$, если: а) $k = 2$ и $k = -2$; б) $k = 1$ и $k = -1$; в) $k = 2,5$ и $k = -2,5$.
Что ты наблюдаешь? Сформулируй *гипотезу*.

379 Перерисуй в тетрадь и заполни таблицу. Запиши на математическом языке закономерности, которые ты наблюдаешь.

Число	x	5	-3	0			1 или -1	
Противоположное число					2	-4		
Модуль числа							1	
Модуль противоположного числа	$ -x $							8

7 класс. Открытие нового знания

а) На овощной базе было 5 т картофеля. Ежедневно на базу привозили 2 т картофеля. Запишите формулу зависимости количества картофеля на базе в тоннах от количества дней завоза картофеля.

б) После того как Михаил прошел 4 км, он пошел со скоростью 3 км/ч. Запишите формулу зависимости длины пути, пройденного Михаилом, от времени его движения со скоростью 3 км/ч (в часах).

в)...

г) ...

1) Что общего во всех построенных формулах? Запишите их всех с помощью одной общей формулы. Является ли эта зависимость функциональной?

2) Рассмотрите частные случаи построенной зависимости, когда один или сразу оба коэффициента равны нулю. Что вы замечаете? Сравните свои наблюдения и выводы с выводами на стр. 36 учебника.

8 класс. Открытие нового знания

- 1) Постройте на одной координатной плоскости графики функций $y = 2x^2$ и $y = 2x^2 + 3$.

Что вы замечаете?

Продолжите исследование, начертив график функции $y = 2x^2 - 9$.

- 2) Укажите способ построения графика $y = 2x^2 + h$ без использования таблицы. Примените его для построения графиков функций $y = 2x^2 - 5$ и $y = 2x^2 + 5$. Проверьте свое предположение, сопоставив его с выводами на стр. 2 – 3 учебника.

8 класс. Открытие нового знания

- 1) Заполните таблицу для коэффициентов и корней уравнения $3x^2 + 2x - 5 = 0$.

$x_1 + x_2$	$x_1 \cdot x_2$	$-\frac{b}{a}$	$\frac{c}{a}$

Сравните полученные в таблице значения. Что интересного вы замечаете?

- 2) Проведите подобные вычисления для какого-нибудь произвольного квадратного уравнения.
- 3) Сформулируйте гипотезу о свойствах корней квадратного уравнения и докажите ее в общем виде.

При необходимости воспользуйтесь следующим планом:

- 1) Записать корни уравнения $ax^2 + bx - c = 0$ в общем виде.
- 2) Найти сумму его корней.
- 3) Найти произведение его корней.
- 4) Сопоставить полученные выражения с коэффициентами уравнения.
- 5) Сверить свой вывод с теоремой Виета на стр. 32.

Два варианта тематического планирования

- для 3 часов в неделю
- для 4 часов в неделю

Математика

Алгебра. Функции. Анализ данных

7 класс

Л.Г. Петерсон, Д. Л. Абраров, Е. В. Чуткова

Содержание курса 7 класса

- **Построение математической теории**
- **Введение в теорию делимости**
- **Законы равносильных преобразований алгебраических выражений**
- **Введение в теорию многочленов**
- **Введение в теорию функций**
- **Введение в теорию линейных уравнений и неравенств**
- **Введение в комбинаторику и статистику**

ПОСТРОЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ (10 часов)

Глава 1

Построение математической теории

§ 1. Математическое моделирование реальных процессов (4 ч)

- 1. Математическая модель реальной задачи.**
- 2. Основные требования к математической модели.**

§ 2. Основы построения математической теории (6 ч)

- 1. Метод построения математической теории.**
- 2. Некоторые методы математического доказательства.**

Контрольная работа на повторение. К1-3 (2 ч)

§ 1. Математическое моделирование реальных процессов

Цели

- повторить и систематизировать знания учащихся, полученные ими в курсе математики 5 – 6 классов;
- формировать представление о математическом методе исследования реального мира;
- сформировать умение применять уточненный алгоритм решения задач методом математического моделирования.

Алгоритм решения задач методом математического моделирования:

1. Внимательно прочитать задачу.
2. Определить, какие величины известны и, какие надо найти.
3. Проверить соответствие единиц измерения величин.
4. Выбрать неизвестные величины, которые будем обозначать буквой.
5. Определить множество значений, которые могут принимать неизвестные величины.
6. Составить уравнение и обосновать его.
6. Установить взаимосвязи между величинами.
6. Установить взаимосвязи между величинами (явно заданные в условии и возникающие из свойств моделируемого объекта).
7. Составить уравнение и обосновать его.
8. Решить уравнение или неравенство (одно или несколько) и обосновать их.
8. Проверить, что каждый элемент условия задачи описан соответствующим соотношением.
9. Зафиксировать искомую величину.
10. Найти все решения, удовлетворяющие построенной модели.
9. Зафиксировать искомую величину.
10. Проверить соответствие полученного ответа вопросу задачи.
10. Найти все решения, удовлетворяющие построенной модели.
11. Проверить соответствие полученного ответа вопросу задачи.
12. Убедиться, что полученные решения соответствуют смыслу задачи.

Особенности содержания

- Математическая модель, которая составлена по новому уточненному алгоритму, ее оформление, предложенное авторами учебника, помогает избежать типичных ошибок учащихся при решении задач методом моделирования.
- Учащиеся знакомятся со знаком системы.

Оформление математической модели задачи

$$\left\{ \begin{array}{l} x + y = 12, \\ x = 3a + 1, \\ y = 3b + 2, \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} x \in N, y \in N \\ a \in N \\ b \in N \end{array} \longrightarrow \boxed{y - 1 = ?}$$

Особенности содержания

- Учащиеся знакомятся с основными требованиями к математической модели.
- При построении математической модели учащиеся учатся устанавливать те взаимосвязи между величинами, которые заданы в условии **не явно**, а возникают из свойств моделируемого объекта. Для отработки этого умения используется геометрический материал.

Геометрические факты

- Сумма углов треугольника равна 180°
- Сумма звеньев любой ломаной больше расстояния между ее началом и концом.

§ 2. Основы построения математической теории

Цели:

- сформировать представление об аксиоматическом методе построения математической теории;
- уточнить и систематизировать известные учащимся методы доказательства математических утверждений и познакомить учащихся с **методом доказательства от противного.**

?

Задание

На каких знаниях и умениях из курса математики 5 – 6 классов будет базироваться открытие метода?

- высказывания
- доказательство
- методы доказательства
- **закон исключенного третьего**
- **отрицание**
- логическое следование

метод от противного

Логическая линия 5 – 6 класс

математический язык – высказывания –
доказательство – методы
доказательства – определения –
равносильные предложения –
отрицание – логическое следование –
теорема

Логическая линия 5 – 6 класс

математический язык – высказывания –
доказательство – **методы**
доказательства – **определения** –
равносильные предложения –
отрицание – логическое следование –
теорема

**Определение
понятия А**

**Род для
понятия А**

**Видовое
отличие
понятия А**

Квадратом
называется
прямоугольник,
все стороны
которого равны.

Прямоугольник

Все стороны
равны

**Первоначальное
понятие**



**Определяемое
понятие 1**



**Определяемое
понятие 2**



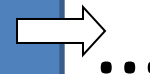
Аксиома



Теорема1



Теорема 2



Особенности содержания

- В данной программе широко представлены различные виды задач (алгебраические и арифметические) при решении которых применяется метод от противного.
- Содержание курса может быть расширено за счет изучения вопросов математической логики:

Логический вывод*;

Логические ошибки*.

Задание

**Судя по контрольной работе,
сформулируйте основную цель изучения
главы 1?**

Контрольная работа на повторение

Обязательная часть.

1. Вычислите:

$$1,114 + \frac{2}{3}(1,134 : 0,28 - 4,254) + 1 \frac{32}{49} : (4 \frac{15}{49} - 2 \frac{13}{14})$$

2. Решите уравнение: $(2,5x + 0,5) \cdot 0,094 = 0,259 - 0,4$

3. Решите задачу:

«Расстояние AD между началом и концом ломаной $ABCD$ равно 92 см. Известно, что длина второго звена ломаной в 3 раза больше, чем первого, но в 2 раза меньше, чем третьего. Найти длину ломаной $ABCD$, если известно, что сумма первого и третьего ее звеньев равна 56 см».

4. Докажите, что не существует наибольшего натурального числа, которое при делении на 7 дает остаток 3.

5. Замените звездочки в записи числа 34^*56^* так, чтобы оно делилось на 45.

Дополнительная часть.

1. Упростите выражение, считая значения всех букв не равными нулю:

$$\frac{100a^2b}{9x} : \frac{10ab}{27x^3}$$

2. Решите задачу: «Два эскалатора, работая вместе, перевезли за 9ч некоторое количество пассажиров. Первый эскалатор перевозил в час 80% от количества пассажиров, перевозимых за час вторым эскалатором. Определить, за сколько часов первый эскалатор перевез бы это же количество пассажиров, если бы работал самостоятельно? Считать, что эскалаторы перевозят пассажиров с постоянной производительностью».

3. Проверьте истинность следующих выводов с помощью диаграмм Эйлера–Венна:

- а) Все дайверы видели китовую акулу. Саша – дайвер. Значит, Саша видел китовую акулу.
- б) Все дайверы видели китовую акулу. Игорь – не дайвер. Значит, Игорь не видел китовую акулу.

Содержание консультации

- Основные содержательные цели
- Тематическое планирование [скачать](#)
- Тематическое планирование (3 ч в неделю).
- Методические рекомендации к организации учебного процесса
- Перечень эталонов
- Методические рекомендации по планированию уроков
- Вариант сценария урока по рассматриваемым темам [скачать](#)
- Решение некоторых задач на смекалку, которые входят в данные параграфы. [скачать](#)



ВВЕДЕНИЕ В ТЕОРИЮ ДЕЛИМОСТИ (11 ЧАСОВ)

Глава 2

Введение в теорию делимости

Цели

- Уточнить понятия делимости и деления с остатком на множестве натуральных чисел и расширить их на множество целых чисел;

Сформировать умение:

- применять понятие делимости для доказательства утверждений;
- применять способ установления того, простым или составным является заданное число;
- находить НОД двух чисел с помощью алгоритма Евклида.

Особенности содержания

- Понятие делимости и делении с остатком рассматриваются на множестве целых чисел.
- Знакомство с алгоритмами определения простым или составным является число и с алгоритмом нахождения НОД больших чисел.

**ЗАКОНЫ РАВНОСИЛЬНЫХ
ПРЕОБРАЗОВАНИЙ
АЛГЕБРАИЧЕСКИХ ВЫРАЖЕНИЙ
(11 часов)**

Глава 3.

§ 1. Рациональные числа и законы арифметики

Цели:

- сформировать представление о рациональных числах как о бесконечных периодических десятичных дробях;
- сформировать умение переводить бесконечную периодическую десятичную дробь обыкновенную;
- систематизировать известные учащимся законы арифметических действий;
- сформировать представление об алгебре, равносильных выражениях и правилах равносильных преобразований и умение их применять.

Особенности содержания

- Учащиеся знакомятся со способом перевода бесконечной периодической десятичной дроби обыкновенную.



§ 2. Равносильные преобразования алгебраических выражений

Цели:

- уточнить правила раскрытия скобок в алгебраических суммах и произведениях;
- сформировать умение преобразовывать алгебраические суммы, содержащие внутренние скобки;
- сформировать умение преобразовывать выражения с внутренними скобками, содержащие умножение и деление.

Особенности содержания

- Рассматривая уже известные им преобразования буквенных выражений через призму понятия «равносильности преобразований», учащиеся обосновывают правила раскрытия скобок на более высоком уровне и отрабатывают умение упрощать выражения.
- Рассматриваются равносильные преобразования дробных выражений, выражения содержащие знак деления.

**ВВЕДЕНИЕ
В ТЕОРИЮ МНОГОЧЛЕНОВ
(40 часов)**

Глава 4

Особенности содержания

- В учебнике предлагаются задания на возведение двучлена в степень n с использованием треугольника Паскаля;
- Свойства степени и разложение на множители применяются для сокращения алгебраических дробей;
- Учащиеся учатся использовать различные приемы и вырабатывать стратегию при разложении на множители;
- Рассматриваются задачи, решение которых требует применения разложения на множители.

Приемы поиска преобразования выражения
для его разложения на множители:

- Перестановка слагаемых;
- Представление некоторого члена многочлена в виде суммы или разности подобных ему членов;
- Прибавление и вычитание одного и того же слагаемого.

Данные приемы используются для применения способа группировки и выделения полного квадрата.

Советы при разложении многочлена на множители

1. Если все члены многочлена имеют общий множитель, вынесите его за скобки.
2. Ищите в исходном многочлене признаки формул сокращенного умножения – удвоенные и утроенные произведения, сумму и разность кубов, разность квадратов.
3. Ищите общие множители групп слагаемых, пробуйте их сгруппировать и вынести общий множитель за скобки.
4. Там, где не помогла одна группировка, может помочь другая. Поэтому попробуйте сгруппировать члены многочлена иначе.
5. Если для применения формулы или группировки не хватает какого-либо слагаемого, добавьте и вычтите его, или разбейте на несколько слагаемых один из членов многочлена.
6. Если требуется разложить на множители трехчлен вида $ax^2 + bx + c$, где $a, b, c \in \mathbb{Q}$, и вы не видите удобного способа разложения, попробуйте выделить полный квадрат.
7. Если не удалось получить разложение одним способом – пробуй другим.

ВВЕДЕНИЕ В ТЕОРИЮ ФУНКЦИЙ (13 часов)

Глава 5

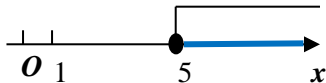
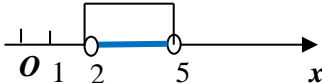
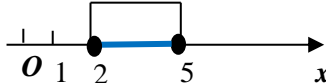
Особенности содержания

- Определение функции;
- Помимо табличного, аналитического и графического способов задания функции учащиеся знакомятся со словесным способом и учатся переходить от одного способа задания функции к другому.
- Наряду с линейной функцией учащиеся знакомятся с кусочно-линейной функцией (числовые промежутки);
- Содержание курса может быть расширено за счет изучения вопросов практического применения полученных знаний в теме «Функциональная зависимость и кодирование информации»*

Определение функции

- Функцией $y = f(x)$ называется **правило** f , по которому каждому элементу x из некоторого множества X ставится в соответствие единственный элемент y из множества Y . Множество X при этом называется **областью определения**, а множество Y – **областью значений** данной функции.

Числовые промежутки

Название	Неравенство	Множество точек числовой прямой	Обозначение
Открытый луч	$x > 5$		$(5 ; + \infty)$
Замкнутый луч	$x \geq 5$		$[5 ; + \infty)$
Интервал	$2 < x < 5$		$(2; 5)$
Полуинтервал	$2 < x \leq 5$		$(2; 5]$
Отрезок	$2 \leq x \leq 5$		$[2; 5]$

ВВЕДЕНИЕ В ТЕОРИЮ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ И НЕРАВЕНСТВ (12 часов)

Глава 6

Особенности содержания

- Учащиеся учатся решать линейные уравнения с модулем по соответствующему алгоритму;
- Содержание курса может быть расширено за счет изучения вопросов теории линейных уравнений и неравенств (решение уравнений в целых числах*, решение неравенств с модулем*).

ВВЕДЕНИЕ В СТАТИСТИКУ И КОМБИНАТОРИКУ

Глава 7

На факультатив

- 1) п. 1.2.3. – 1.2.4. Главы 1;
- 2) п.п. 2.2.2– 2.2.5. Главы 2;
- 3) п. 5.1.3. – Главы 5;
- 4) п. 6.1.3. Главы 6;
- 5) п. 6.2.2. Главы 6

8 класс

- Глава 1. Язык и логика
 - § 1. Искусство математических рассуждений
 - § 2. Сложные предложения
- Глава 2. Системы линейных уравнений и неравенств
 - § 1. Системы линейных уравнений
 - § 2. Системы линейных неравенств
- Глава 3. Исследование нелинейных процессов
 - §1. Представление о некоторых нелинейных процессах
 - §2. Квадратный корень

8 класс

- **Глава 4. Квадратичная функция**
 - §1. Квадратные уравнения
 - §2. Квадратичная функция
 - §3. Квадратные неравенства
- **Глава 5. Рациональные уравнения и неравенства**
 - §1. Рациональные уравнения
 - §2. Рациональные неравенства
- **Глава 6. Элементы комбинаторики и теории вероятностей**

9 класс

- **Глава 1. Развитие математической теории**
- **Глава 2. Развитие понятия функции**
- **Глава 3. Числовые последовательности**
- **Глава 4. Рациональные и иррациональные уравнения и неравенства**
- **Глава 5. Периодические процессы и тригонометрические функции**



Центр системно-деятельностной педагогики
«Школа 2000...» АПК и ППРО РФ

Желаем успеха!



www.sch2000.ru

e-mail: info@sch2000.ru



тел. (495) 797-89-77, 452-22-33