ШКОЛА 2000...
ЦЕНТР СДП АПК и ПРО
МИНОБРАЗОВАНИЯ РФ

Академия повышения квалификации и профессиональной переподготовки работников образования

Центр системно-деятельностной педагогики «Школа 2000...»

СЕРИЯ ОБУЧАЮЩИХ ВЕБИНАРОВ:

Теоретические основы и методические особенности курса математики Г.В. Дорофеева, Л.Г. Петерсон “Учусь учиться” для 5-6 классов средней школы в контексте реализации ФГОС ООО

январь 2013 г.

Тема вебинара:

«Делимость натуральных чисел» (42/46ч)

.

5 класс. Глава 2

Темы раздела

§1 Основные понятия (5 ч).

1. **Делители и кратные**
2. **Простые и составные числа**

§2 Основные свойства делимости (6/8 ч).

1. **Делимость произведения.**
2. **Делимость суммы и разности.**

§3 Признаки делимости (9 ч).

1. **Признаки делимости на 10, на 2 и на 5.**
2. **Признаки делимости на 3 и на 9.**

§4 Простые числа и делимость (16 ч).

1. **Разложение на простые множители.**
2. **Наибольший общий делитель. Взаимно простые числа.**
3. **Наименьшее общее кратное.**
4. **Степень числа.**
5. **Дополнительные свойства умножения и деления.**

§5 Еще немного логики (6/8 ч).

1. **Равносильность предложений.**
2. **Определения.**

Цели изучения главы:

- Расширить и углубить знания о свойствах натуральных чисел.
- Познакомить с понятиями, связанными с делимостью чисел.
- Подготовить основу для изучения обыкновенных дробей.

При изучении каких тем в курсе алгебры очень важно, чтобы у учащихся были сформированы:

- *знание о простых и составных числах;*

- *умение раскладывать числа на простые множители, записывать их в виде произведения степеней;*

- *умение находить НОД и НОК разными способами;*

- *знание признаков делимости и т.д.*

Этапы пропедевтики

- **Знают смысл умножения, смысл деления, взаимосвязь между умножением и делением.**
- **Знают, какие числа в равенстве $a = bc$ являются делителями и кратным.**
- **Знают правило умножения и деления суммы на число.**
- **Знают алгоритм умножения и деления на 10, 100, 1000 и т.д.**

§ 1. Основные понятия.

п. 1. Делители и кратные.

п. 2. Простые и составные числа.

§1. Основные понятия (5ч)

Понятия

- Делимость;
- Делитель;
- Кратное;
- НОД;
- НОК;
- Простое число;
- Составное число.

Способы действия

- Нахождение делителей и кратных числа;
- Нахождение НОД методом перебора;
- Нахождение НОК методом перебора.

§1. Основные понятия

Задачи:

Сформировать:

- **понятия делителя, кратного;**
- **понятие простого и составного числа;**
- **понятие НОД и НОК;**
- **умение находить НОД и НОК методом перебора.**

Особенности содержания

- Понятие делителя и кратного вводится через понятие делимости чисел.
- Рассматривается два первых способа нахождения НОД и НОК *(метод полного перебора, метод перебора делителей меньшего, кратных большего).*
- Понятие простых и составных чисел рассматривается, как новая классификация натуральных чисел.

Эталоны

Число a ***делится*** на число b, если существует такое число c, что выполняется равенство
$a = bc$.

b и c – ***делители*** числа a

a – ***кратное*** чисел b и c

Наибольший среди общих делителей данных чисел называется их ***наибольшим общим делителем*** (НОД)

Наименьший среди общих кратных данных чисел называется их ***наименьшим общим кратным*** (НОК)

Способы нахождения делителей чисел

- *1) метод перебора*

  D (12) = {1; 2; 3; 4; 6; 12}

- *2) метод парных делителей*

  D (81) = {1; 81; 3; 27; 9}

№ 365 (361 н/и)

- Как найти все делители данного числа? Можно ли упростить перебор, если вспомнить о парных делителях? Найди все делители чисел: а) 60; б) 136.

Способы нахождения делителей чисел

- 1) метод перебора

  D (60) = {1; 2; 3; 4; 5; 6; 10; 12;15;20; 30; 60}

- 2) метод парных делителей

D (60) = {1; 60; 2; 30; 3; 20; 4; 15; 5; 12; 6;10}

Эталоны

Наибольший среди общих делителей данных чисел называется их наибольшим общим делителем (НОД)

Наименьший среди общих кратных данных чисел называется их наименьшим общим кратным (НОК)

Получение правила (алгоритма) нахождения НОД:

- <u>№ 366</u>;
- <u>№ 367</u>.

1) Найти делители каждого числа;
2) выписать общие делители;
3) подчеркнуть наибольшее число;
4) записать НОД.

- <u>№ 369</u>
- <u>№ 363 (1)</u>

1) Найти делители меньшего числа;
2) проверить, начиная с наибольшего какой делитель первого числа будет также делителем второго числа;
3) записать НОД.

- № (362, 363; 365,359 (1)- н/и)

Получение правила (алгоритма) нахождения НОК

- <u>*№* 373</u>;
- <u>*№* 374</u>

1) Найти кратные каждого числа;
2) Выписать общие кратные;
3) Подчеркнуть наименьшее из общих кратных;
4) Записать НОК.

- <u>*№* 375</u>;
- <u>*№* 371 (1)</u>

1) Найти кратные большего числа, выписать несколько кратных;
2) Проверить, начиная с наименьшего, какое число будет также кратным второго числа;
3) Записать НОК.

(*№* 369, 370; 372, 367 (1) – н/и)

Примеры

НОК (14; 21)

1) *К*(14)={14;28;42;56;70;84;…}

2) *К*(21) = {21;42;63;84;105;…}

3) *К*(14; 21) = {<u>42</u>;84;…}

4) НОК (14; 21) = 42.

НОК (5; 15; 25)

1) *К* (25) =
= {25;50;75;100;125;…}

2) 25 делится на 5,
25 не делится на15;
50 делится на 5,
50 не делится на 15;
75 делится на 5;
75 делится на 15;
75 делится на 25

3) НОК (5; 15; 25) = 75

п. 2. **Простые и составные числа**.

Задание с затруднением

- По какому признаку можно разбить это множество чисел на два равных по количеству элементов множества:

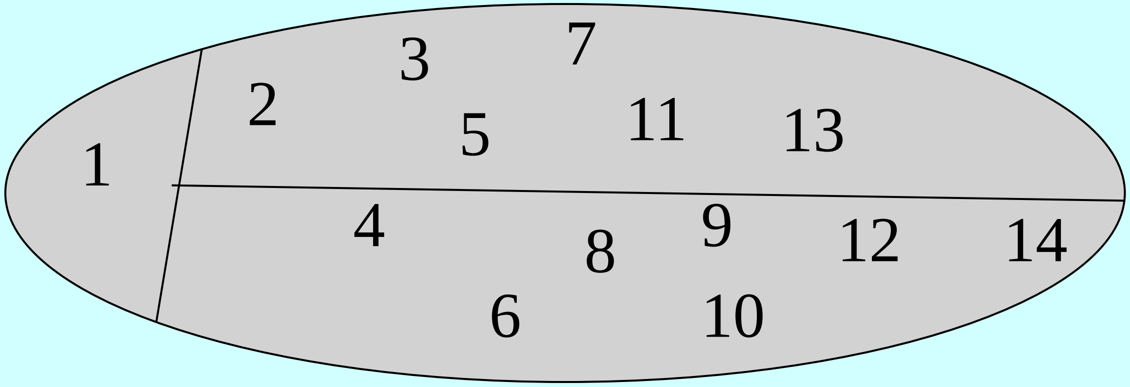
7, 45, 4, 2, 100, 55, 23, 31

Имеют только два делителя: 7, 2, 23, 31. Простые

Имеют более двух делителей: 45, 4, 100, 55 Составные

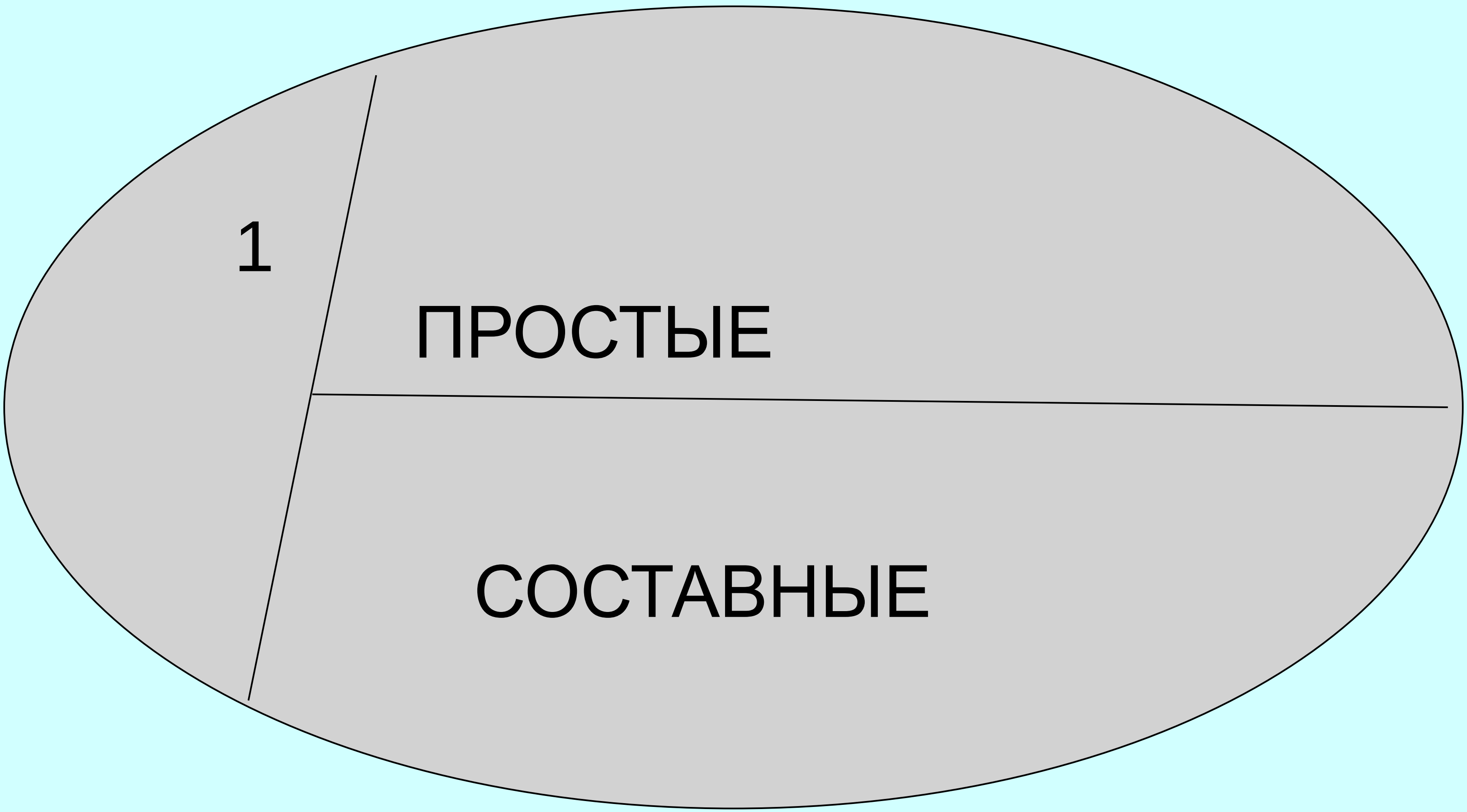
п.2. Простые и составные числа

Задание с затруднением



Определите, является ли предложенное разбиение *классификацией* всех натуральных чисел?

Классификация натуральных чисел:



Эталоны

Число ***a*** называется ***<u>простым,</u>*** если число его делителей ***<u>равно двум</u>.***

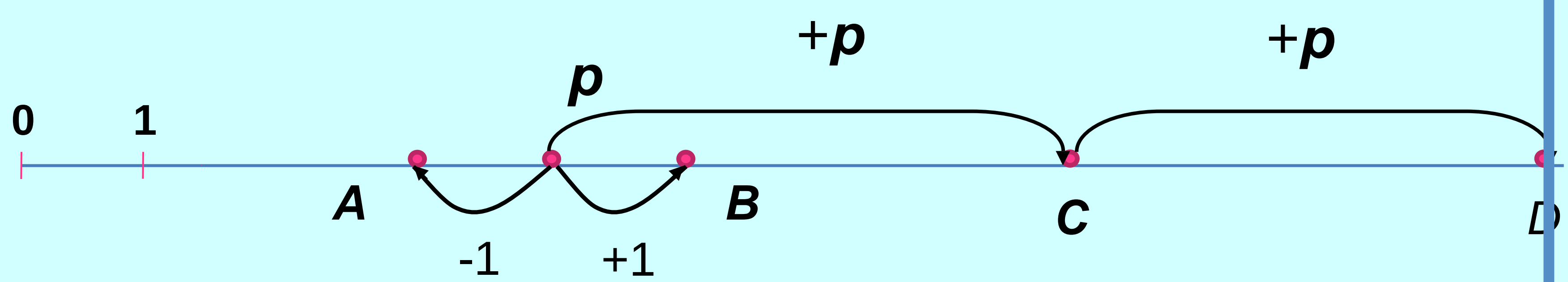
$$D\ (a) = \{\mathbf{1};\ \boldsymbol{a}\}$$

Число ***a*** называется ***<u>составным,</u>*** если число его делителей ***<u>больше двух</u>.***

$\boldsymbol{P} = \{2;\ 3;\ 5;\ 7;\ 11;\ 13;\ 17;\ 19;\ 23;\ 29;\ 31;\ 37\ ...\}$

№ 419 (415 н/и)

- Могут ли быть простыми числами координаты точек *A*, *B*, *C*, *D*, если *p* - простое число?



Нет. p - простое, p≠2, значит, p - нечетное . Соседними с нечетным числом являются четные числа (≠2).Тогда координаты точек A и B не могут быть простыми числами Координата точки C – 2p, имеет делители {1,2, p, …} - значит составное. D – составное аналогично).

№ 425 (421)

- Ученики пятого класса купили 203 учебника. Каждый пятиклассник купил одинаковое число книг. Сколько в классе учеников, и сколько учебников купил каждый.

Решение.

Количество книг и количество учеников являются парными делителями числа 203, т.к. общее количество книг находится по формуле произведения.

D(203) = {1, 203, 7, 29}.

При решении 1 и 203 задача теряет смысл.

Тогда в классе 29 учеников, каждый из которых купил 7 учебников.

Ответ: 29 учеников, 7 учебников.

Включение в систему знаний

- <u>№ 422 (4)</u> 4) Найдите НОД (29; 45)

D (29) = {1; 29}; D (45) = {1; 3; 5; 9; 15; 45};

НОД (29; 45) = 1.

Вывод: *если одно из чисел простое, а второе составное, то их наибольший общий делитель равен 1*

- Найдите НОД (29; 58).

D (29) = {1; 29}; D (58) = {1; 29; 58 }; НОД (29; 58) = 29.

<u>Вывод:</u> *если хотя бы одно число простое, то НОД чисел равен 1 или самому этому числу*

§ 2. Основные свойства делимости (6/8 ч)

п. 1. Делимость произведения.

п. 2. Делимость суммы и разности.

§ 2. Основные свойства делимости

Задачи

- Выявить основные свойства делимости суммы, разности, произведения.

- Формировать умение использовать свойства для рационализации вычислений.

Особенности содержания

- Свойства делимости доказываются, при этом используется умение учащихся доказывать общие утверждения, вводя обозначения.
- Свойство делимости разности используется для появления в арсенале учащихся еще одного способа нахождения НОД (перебор делителей разности).

Пробное действие для свойства делимости произведения.

Определить:
делится ли число 508 • 12 на 3?

План действий

1. Выдвинуть гипотезу, как можно определить делится ли это произведение на 3, не вычисляя его значение .
2. Обобщить гипотезу для любых натуральных чисел.
3. Доказать выдвинутую гипотезу, введя обозначения
4. Сформулировать свойство.

Эталон

Свойство делимости произведения.
Если один из множителей произведения делится на число, то и всё произведение делится на число.
$\boldsymbol{(a \vdots c \text{ или } b \vdots c) \Rightarrow (ab \vdots c)}$

Доказательство свойства произведения.

$a \vdots c$

По определению делимости: $a = ck$

$ab = (ck)b = c(bk) = cm$

<u>Вывод</u>: $(ab) \vdots c$.

Алгоритм деления произведения на число

1. Подчеркнуть в произведении один множитель, который делится на данное число.
2. Найти и записать частное от деления этого множителя на число.
3. Записать в частное остальные множители без изменения.
4. Найти, если необходимо, значение полученного выражения.

№ 456 (а) (№ 452 н/и)

Как можно делить произведение на число?

Раздели на 9 произведение.

$$(28 \cdot \underline{9} \cdot 35) : 9 = 28 \cdot 1 \cdot 35$$

№ 457 (6) (№ 453 н/и)

Найди значение частного.

$$(45\underline{x}yz) : x = 1 \cdot 45yz = 45yz$$

Эталон

Если первое число делится на второе, а второе на третье, то и первое число делится на третье.

$(a \vdots b \text{ и } b \vdots c) \Rightarrow (a \vdots c)$

Доказательство свойства:

$a \vdots b$

По определению делимости: $a = bn$

Рассмотрим bn, где $b \vdots c$, тогда по свойству делимости произведения $bn \vdots c$, значит, их произведение ***a*** тоже делится на ***c*** .

- **«Известно, что 152 748 делится на 9, делится ли оно на 3?»**

152 748 делится на 9, 9 делится на 3, значит,

152 748 делится на 3 (по 2 свойству делимости).

Свойства делимости суммы и разности.

Пробное действие

Определить, делится ли число
$(9393 + 93 \bullet 93 – 186)$ на 93.

Определить, делится ли число
$(190 + 25)$ на 19.

Определить, делится ли число
$(134 - 59)$ на 25.

План действий

1. Выдвинуть гипотезу делимости суммы и разности для всех натуральных чисел.
2. Ввести обозначения.
3. Доказать выдвинутую гипотезу.
4. Сформулировать свойство.

Эталон

Свойство 1: Если два числа делятся на некоторое число,то их сумма и разность также делятся на это число.

$(a \vdots c \text{ и } b \vdots c) \Rightarrow (a \pm b) \vdots c$

Доказательство *свойства 1*.

$a \vdots c$, значит $a = ck$

$b \vdots c$, значит $b = cm$

$a \pm b = ck \pm cm = \underline{\mathbf{c}}(k \pm m)$

Вывод: $a \pm b$ делится на c.

Алгоритм нахождения частного суммы и разности

1. Каждое число в сумме или разности разделить на   число.

2. Найти сумму или разность частных.

№ 488 (№ 484)

Какими способами можно поделить сумму и разность на число? Найди частное:

$$2)\ (60x – 48y):6$$

$$(60x – 48y) : 6 = 60x : 6 - 48y : 6 = 10x – 8y$$

$$5)\ (68\text{a} – 4b + 36) : 4$$

$$(68\text{a} – 4b + 36) : 4 = 68a : 4 – 4b : 4 + 36 : 4 =$$
$$= 17a – b + 9$$

Включение в систему знаний

- <u>*№* 489 (485)</u>

в) *D* (649; 651) (найдите все общие делители чисел)

651 $\vdots$ *а*, 649 $\vdots$ *а,* тогда по св-ву 1 (651 – 649) $\vdots$ *а*

D (649; 651) $\subset$ *D* (649– 651) = *D* (2) = {1; 2} Данные числа нечётные, значит, на 2 не делятся.

D (649; 651) = {1}

г) 882 – 868 = 14; D(14) = {1; 2; 7; 14};

D (868; 882) = {1; 2; 7; 14}

Эталон

<u>Свойство 2</u>: Если одно число делится на некоторое число, а второе – не делится на это число, то их сумма и разность также не делятся на это число.

$$(\boldsymbol{a} \vdots \boldsymbol{c} \text{ и } \boldsymbol{b} \not\vdots \boldsymbol{c}) \Rightarrow (\boldsymbol{a} \pm \boldsymbol{b}) \not\vdots \boldsymbol{c}$$

Доказательство *свойства 2.*

Предположим $\mathbf{(a + b)} \vdots \mathbf{c}$, *знаем,* $\mathbf{a} \vdots \mathbf{c}$, *тогда по свойству 1, разность* $[(a+b) - a] \vdots \mathbf{c}$, *т.е.* $\mathbf{b} \vdots \mathbf{c}$. *Но по условию b не делится на с. Получили* ***противоречие****, потому что мы предположили, что* $(a + b) \vdots c$ *. Значит, предположение не верно*

<u>Вывод</u>: *a+ b не делится на с.*

№ 494 (490)

б) Делится ли число 10 017 на 9?

10 017 = 9 999 + 18

Каждое слагаемое делится на 9, значит, сумма делится на 9 (*по свойству делимости суммы 1*)

в) Делится ли число 3692 на 37?

3692 = 3700 – 8

3700 делится на 37, а 8 не делится, значит,

3692 не делится на 37 (*по свойству делимости разности 2*)

Свойства делимости суммы и разности.

Пробное действие

Определить, делится ли число $(9393 + 93 \bullet 93 - 186)$ на 93.

Определить, делится ли число $(190 + 25)$ на 19.

Определить, делится ли число $(134 - 59)$ на 25.

§ 3. Признаки делимости (9 ч).

Признаки делимости

- На 10 ,100,1000 и т. д;
- На 2 и 5;
- На 3 и 9

Признаки делимости

- На 4 и 25;
- На 8 и 125;

§ 3. Признаки делимости.

Задачи:

- Сформировать умение использовать признаки делимости на 10, 100, 1000 и т.д.; на 2 и 5; на 3 и 9.

- Дать представление о признаках делимости на 4, на 25,на 8, на 125 .

Особенности содержания

- ***Признаки делимости выводятся***, **используя модель многозначного числа и свойств делимости.**
- **Учащиеся знакомятся с признаками делимости *на 4, на 25, на 8, на 125.***

Эталоны

Признаки делимости – специальные приёмы для определения делимости одного числа на другое.

Число *а* делится на 10⇔Последняя цифра числа *а* равна 0.

Число *а* делится на 2 ⇔ Последняя цифра числа *а*- чётная.

Число *а* делится на 5 ⇔

⇔ Последняя цифра числа *а* равна 0 или 5.

Число *а* делится на 3 ⇔ Сумма цифр числа *а* делится на 3.

Число *а* делится на 9 ⇔ Сумма цифр числа *а* делится на 9.

Вывод признаков

Признаки делимости на 2 и на 5.

Модель двузначного числа: $10a + b$

$10a$ делится на 2 (5), т.к. 10 делится на 2 (5)

По свойству 1 делимости суммы, чтобы число разделилось на 2 (5), необходимо, чтобы b делилось на 2 (5)

b – последняя цифра в числе

Однозначные числа, делящиеся на 2: 0; 2; 4; 6; 8.

Однозначные числа, делящиеся на 5: 0 и 5.

№ 542 (538)

Докажи или опровергни утверждение.

1) Если число с делится на 10, то оно делится на 5.
2) Если число делится на 5, то оно делится на 10
3) Если число делится на 10, то оно делится на 2.
4) Если число делится на 2, то оно делится на 10.
5) Если число делится на 10, то оно делится на 2 и на 5.
6) Если число делится на 2 и 5, то оно делится на 10.

Какие из этих утверждений можно объединить в одно с помощью словосочетания « в том и только том случае»? Сформулируй новые утверждения и определи их истинность.

№ 550 (546)

Число будет делится на 4 (25), тогда и только тогда, когда две последние цифры данного числа, образуют число кратное 4 (25) (либо нули).

№ 551(547)

Число будет делится на 8 (125), тогда и только тогда, когда три последние цифры данного числа, образуют число кратное 8 (125) (либо нули).

Вывод признаков

Признаки делимости на 3 и на 9

$100a + 10b + c$ – трёхзначное число

$(99 + 1)a + (9 + 1)b + c = 99a + a + 9b + b + c =$

$= \underbrace{(99a + 9b)}_{\vdots\, 9\ (3)} + \underbrace{(a + b + c)}_{?}$

Данная сумма разделится на 9 (3), если второе слагаемое ($a + b + c$) разделится на 9 (3)

$a + b + c$ – сумма цифр данного числа.

№ 578 Включение в систему знаний

1) Число оканчивается 5, сумма цифр делится на 3: **5;

2) Число оканчивается 0, сумма цифр делится на 9, две последние цифры не должны быть 00; 25; 50; 75: **0;

3) Число может оканчиваться цифрами: 2; 4; 6; 8, сумма цифр должна делится на 9;

4) Последняя цифра может быть 3; 7; 9, сумма цифр не делится ни на 3, ни на 9.

№ 584 (580)

Найди все значения переменной с, принадлежащие множеству

C={42,73,243,347,534,9612,12345}, при подстановке которых в

данное предложение получаются истинные утверждения:

1) число с делится на 2 .
2) число с делится на 3.
3) число с делится на 2 и на 3.
4)Число с делится на 2,но не делится на 3.
5) Число с делится на 3,но не делится на 2.
6) Число с не делится ни на 2 , ни на 3.
7) Число с делится на 6.

Найди равносильные предложения. Всегда ли число, кратное двум различным числам, кратно их произведению? Приведи примеры.

Число делится на 6 в том и только в том случае, если оно делится на 2 и на 3.

№ 552 (548)

Включение в систему знаний, повторение.

Перечислите темы, предлагаемые в учебнике, в разделах повторения 1, 2, 3 параграфов главы «***Делимость натуральных чисел***».

Темы для повторения

- Взаимосвязь единиц времени.
- Решение задач на одновременное движение.
- Линейные диаграммы.
- Построение формул зависимости между величинами.
- Построение математических моделей текстовых задач.
- Нахождение значений буквенных выражений при данных значениях переменных.
- Построение фигур с помощью циркуля и линейки.
- Представление чисел в виде суммы разрядных слагаемых.
- Действия с многозначными числами.
- Простые и составные числа.
- Нахождение НОД и НОК методом перебора.
- Действия с обыкновенными дробями.
- Работа с координатным лучом.
- Решение составных уравнений.
- Решение задач на части.

Вариант контрольной работы

1) Выбери из множества
$A = \{777; 1002; 3050; 5652; 10344; 13700\}$ числа, кратные: а) 2, б) 3, в) 5, г) 9, д) 10.

2) Подбери два значения x так, чтобы выражение:

а) $250 - x$ не делилось на 10; в) $14x$ не делилось на 4;

б) $23x$ делилось на 7; г) $1107 + x$ делилось на 9.

3) Придумай число, больше 100, делителями которого являются числа 2 и 9.

Вариант контрольной работы

4) Из двух посёлков в одном направлении выехали два велосипедиста. Скорость первого велосипедиста 90 м/мин, что составляет скорости второго велосипедиста. Через сколько времени второй велосипедист догонит первого велосипедиста, если расстояние между посёлками 1200м?

5) Реши уравнение: 561 – (720 : x + 75) = 246.

6)* Выполни деление с остатком и сделай проверку: 12 146 на 15.

7)* Запиши множество чисел, кратных 9, которые являются решениями неравенства:

$216 \leq y < 252$.

Задания для отработки минимума и возможный максимум

Глава	Параграф	Пункт	Минимум №№	Максимум №№
2	1	1	369, 375, 378	370, 376, 380, 381, 384
		2	414 – 417, 421	418, 419, 423, 425
	2	1	452, 453, 456	454, 457
		2	487, 488, 491, 492, 494	489, 490, 495, 497
	3	1	534, 536, 541	545, 547, 549, 550, 551
		2	576, 577, 579, 583 (1-4), 585	578, 582, 583 (5, 6), 584, 586-589

§ 4. Простые числа и делимость

Новые понятия

- Взаимно простые числа;
- Степень числа.

Новые способы действия

- Разложение числа на простые множители;
- Нахождение НОД, НОК с использованием разложений на простые множители и их степеней;
- Нахождение НОД и НОК для частных случаев;
- Применение дополнительных свойства умножения и деления.
- Нахождение значения числового выражения со степенями
- Представление числа в виде суммы разрядных слагаемых, используя степень 10.

§ 4. Простые числа и делимость

Задачи

Формировать:

- умение раскладывать числа на простые множители;
- умение находить НОД и НОК с помощью разложения на простые множители и их степеней;
- представление о степени, как краткой записи произведения одинаковых множителей;
- умение находить в простейших случаях значения степеней с натуральным показателем.

Выявить дополнительные свойства умножения и деления.

Формировать умение использовать дополнительные свойства умножения и деления для рационализации вычислений.

п. 1. Разложение чисел на простые множители.

Пробное действие

Представить число 120 в виде произведения его **простых** делителей.

План действий

1. Представлять число в виде произведения его делителей всеми возможными способами до необходимого результата.
2. Проанализировать получившееся произведение.
3. Построить алгоритм представления чисел в виде произведения их простых делителей.

Реализация проекта и эталон

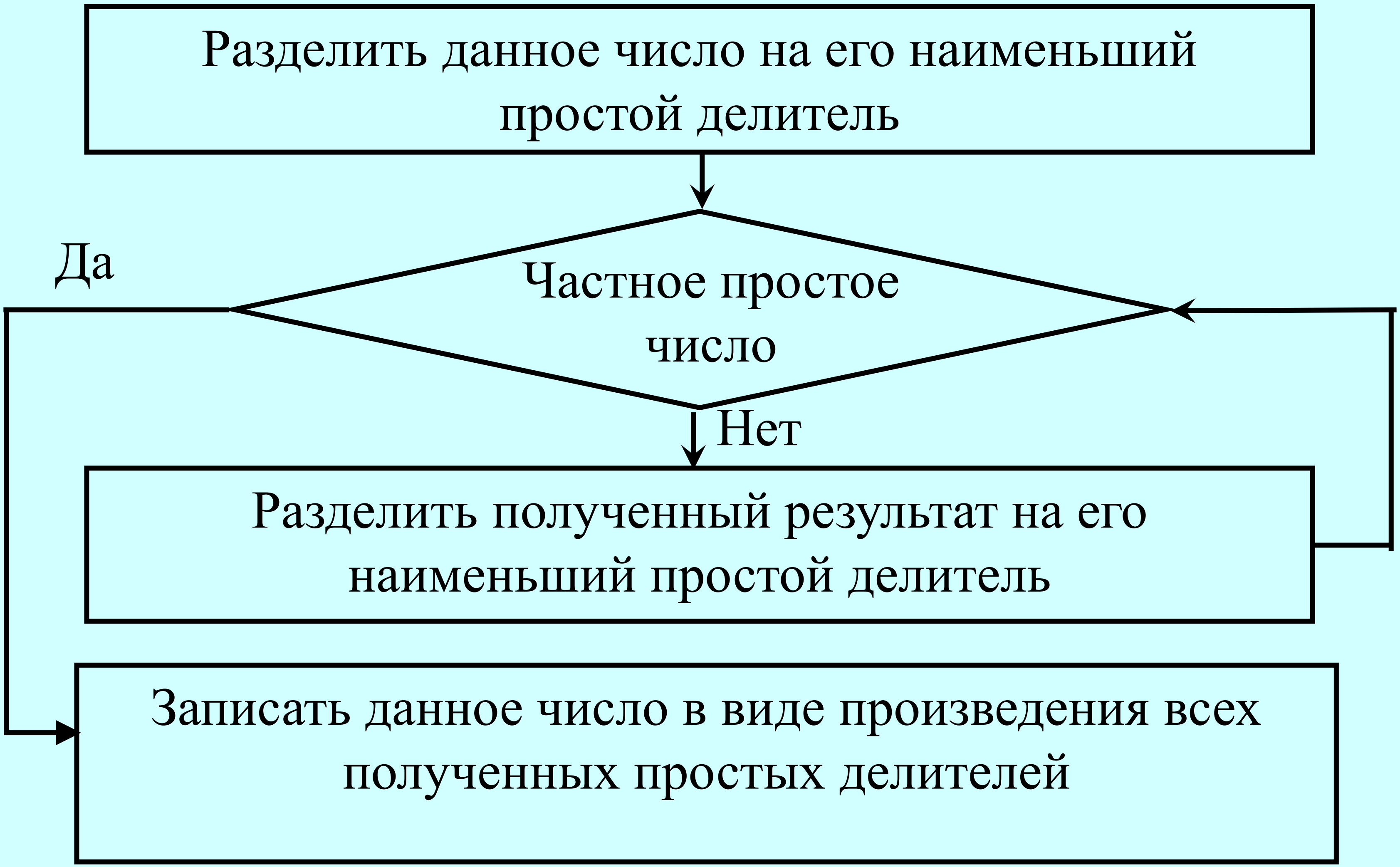
$120 = 12 \cdot 10 = 6 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 = 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5$

$$\begin{array}{r|l} 120 & 2 \\ 60 & 2 \\ 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

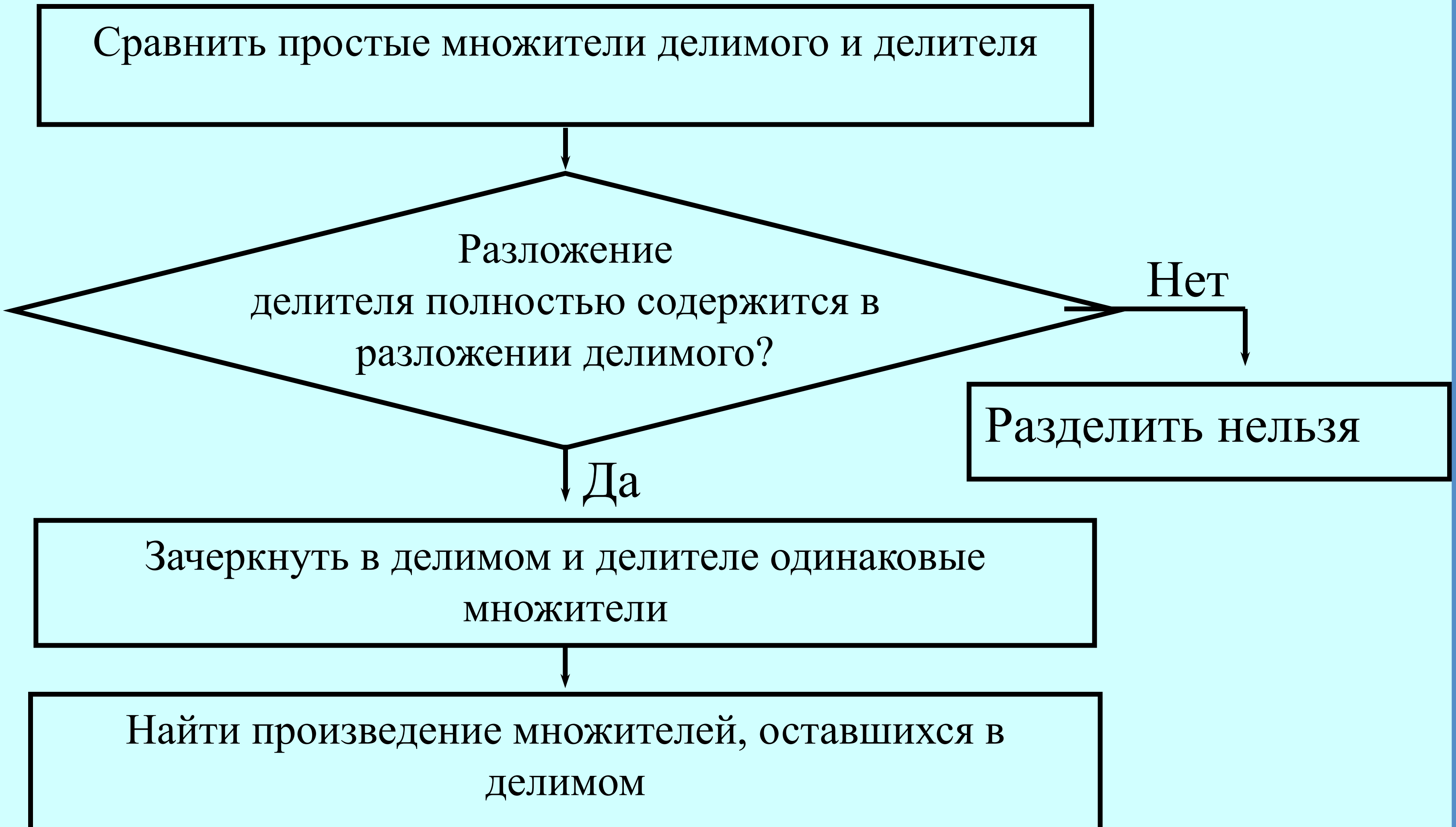
Эталоны

Разложить число на простые множители – это значит, представить его в виде произведения простых чисел.

Алгоритм разложения чисел на простые множители



Алгоритм деления чисел, представленных в виде произведения простых множителей



Дополнительные свойства:

1) Число делится на те простые числа, которые входят в его разложение на простые множители.

2) Число делится на те составные числа, разложение которых на простые множители полностью в нём содержится.

Примеры

1)

11 550 = 2 • 3 • 5 • 5 • 7 • 11

11 550 делится на простые числа 2, 3, 5, 7, 11

2)

11 500 делится на составные числа 6, 10, 15, 30, 25 и т.д.

№ 623 (1) (619 (1))

Определи делится ли число *a* на *b*, и если делится , найди частное:

1) $a = 2 \bullet 2 \bullet 2 \bullet 5 \bullet 11$; $b = 2 \bullet 2 \bullet 11$.

$$(\cancel{2} \bullet \cancel{2} \bullet 2 \bullet 5 \bullet \cancel{11}) : (\cancel{2} \bullet \cancel{2} \bullet \cancel{11}) = 2 \bullet 5 = 10$$

№ 627 (623) В магазине имеется больше 300, но меньше 400 ножей и вилок. Если ножи и вилки считать десятками, то получится целое число десятков, если их считать дюжинами - получится целое число дюжин. Сколько вилок и сколько ножей в магазине, если ножей на 160 меньше, чем вилок?

Решение.

1) В + Н по условию делится на 10 и на 12 без остатка. В+Н = $= a \cdot 2 \cdot 5 = b \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$, значит в разложении на простые множители В+Н обязательно имеется $2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 3$. (В+Н) $\vdots$ 60.

   По условию 300 < К(60) < 400, значит, В+Н=360.

2) Составим модель полученной задачи:

$$x + x + 160 = 360$$

$$2x = 200$$

$$x = 100$$

Ответ: 100 ножей и 260 вилок.

п. 2. Наибольший общий делитель. Взаимно простые числа.

Пробное действие

Найти НОД для чисел 1246 и 574.

План действий

1. Взять удобные числа.
2. Найти НОД взятых чисел известным способом.
3. Проанализировать известный алгоритм нахождения НОД.
4. Внести изменения в известный алгоритм.
5. Построить алгоритм нахождения НОД чисел.

Эталон

Алгоритм нахождения НОД

1. Разложить числа на простые множители.
2. Выписать в виде произведения все общие простые множители (НОД).
3. Если необходимо, найти полученное произведение.

Нахождение НОД с помощью разложения на простые множители

Задание с затруднением

Найти НОД для чисел

$A=2\cdot2\cdot2\cdot3\cdot5$, $B=2\cdot3\cdot5\cdot17$

<u>№ 655 (1) (651 (1)</u>

Найти наибольший общий делитель чисел методом разложения на простые множители.

1) разложить числа на простые множители:

$75 = 3 \cdot 5 \cdot 5;$ $135 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5.$

2) выписать в виде произведения все общие простые множители :

$3 \cdot 5$

3) найти полученное произведение:

НОД (75; 135) = 15.

Взаимно простые числа

Задание с затруднением

- Укажи среди данных пар взаимно простые числа:

2 и 7;

24 и 13;

35 и 7;

18 и 27;

16 и 45.

План действий

1. Предположи, какие числа могут называться взаимно простыми.
2. Проверь свою гипотезу по учебнику.
3. Пользуясь определением взаимно простых чисел, выполни задание.

Эталон

Понятие взаимно простых чисел

a и *b* взаимно простые числа $\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow$ НОД (a; b) = 1

№ 658 (1) (654 (1))

Все ли числа каждой группы являются взаимно простыми.

1) 57 и 86

1) Разложить числа на простые множители:

$57 = 3 \cdot 19$; $86 = 2 \cdot 43$

2) Общих простых делителей нет. НОД(57, 86)=1

3) Числа взаимно простые.

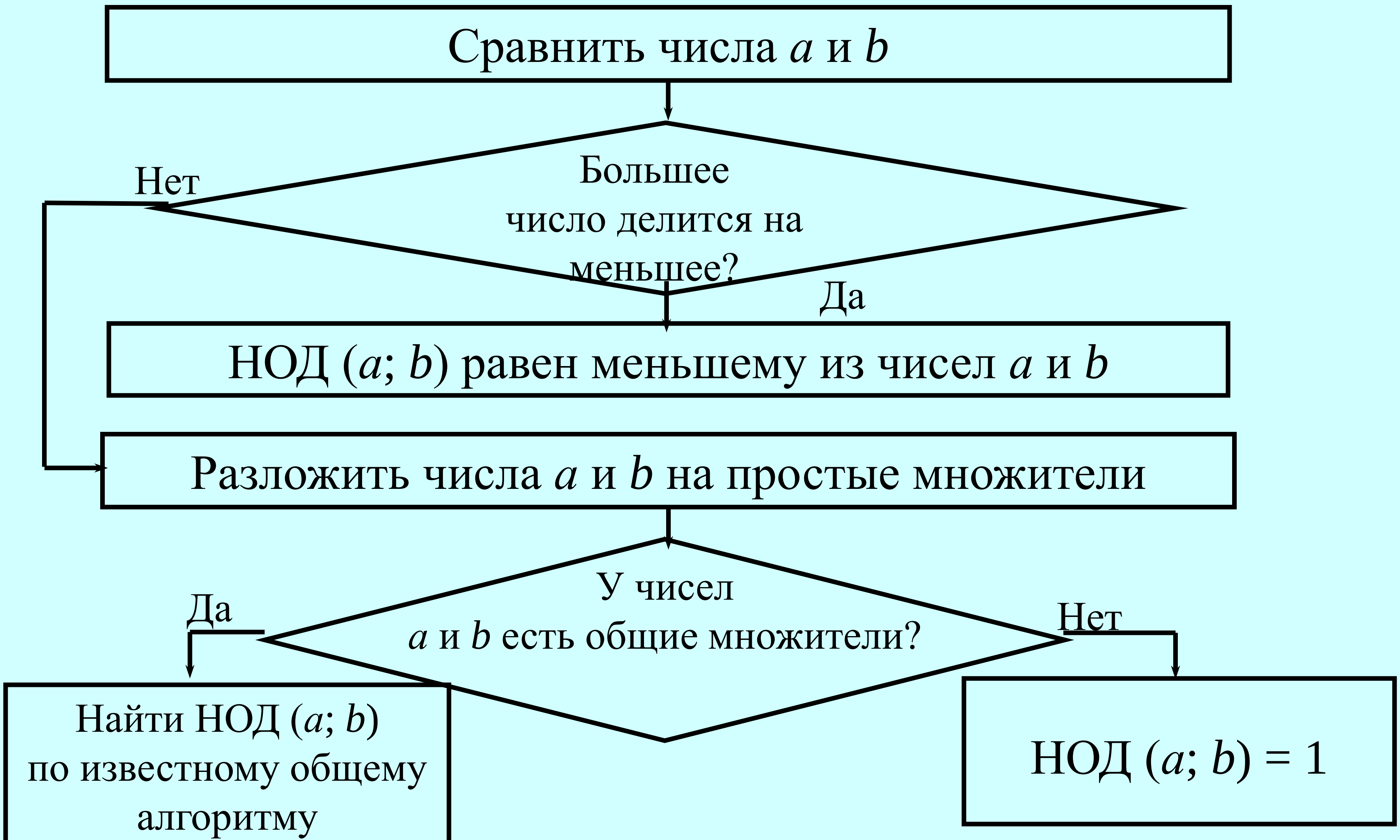
Частные случаи НОД

- Наибольший общий делитель двух чисел, одно из которых делится на второе, равен меньшему числу.

a делится на b $\Leftrightarrow$ *НОД (a; b) = b*

№№ 659, 660, 661 (655 – 657)

Алгоритм нахождения НОД (a; b)



Примеры

Найти наибольший общий делитель наиболее удобным способом.

1) Сравнить числа 14 и 140.

2) Большее число делится на меньшее?
Да

3) НОД (14; 140) = 14.

- № 663(659) Имеется по 48 синих, желтых и зеленых карандашей, 72 красных карандаша и 120 картинок для раскрашивания. Какое наибольшее число одинаковых наборов можно составить из этих картинок и карандашей? По сколько предметов в каждом наборе?

1)Карандаши и картинки будем раскладывать на одинаковые наборы. Значит 48,72 и 120 делятся на количество наборов и количество предметов в каждом из них без остатка.

2)Количество наборов есть делитель каждого из чисел 48,72 и 120. Нужно найти их наибольшее число, значит НОД (48, 72, 120)=24.

3) (48 +48 + 48 + 72 + 120) : 24 = 2 + 2 + 2 + 3 + 5 = =14 (пр.)

Ответ: 24 набора по 14 предметов в каждом

Нахождение НОК с помощью разложения на простые множители

Задание с затруднением

Найти НОК для чисел

27 и 576.

План действий

1. Взять удобные числа.
2. Найти НОК взятых чисел известным способом.
3. Проанализировать известный алгоритм нахождения НОК.
4. Внести изменения в известный алгоритм.
5. Построить алгоритм нахождения НОК чисел.

Эталон

Алгоритм нахождения НОК чисел с помощью разложения на простые множители

1. Разложить числа на простые множители.
2. Выписать наибольшее из чисел.
3. Добавить к нему недостающие множители из разложений оставшихся чисел (НОК).
4. Если необходимо, найти полученное произведение.

№ 690 (1) (686)

Найти наименьшее общее кратное методом разложения на простые множители.

1) $28 = 2 \cdot 2 \cdot 7$; $35 = 5 \cdot 7$

2) $35 \cdot 2 \cdot 2 = 35 \cdot 4 = 140$

3) НОК (28; 35) = 140

Частные случаи НОК

- ***№№ 691, 692. (687, 688)***

НОК двух чисел, одно из которых делится на второе, равно большему числу.

a делится на b ⇔ НОК (a; b) = a

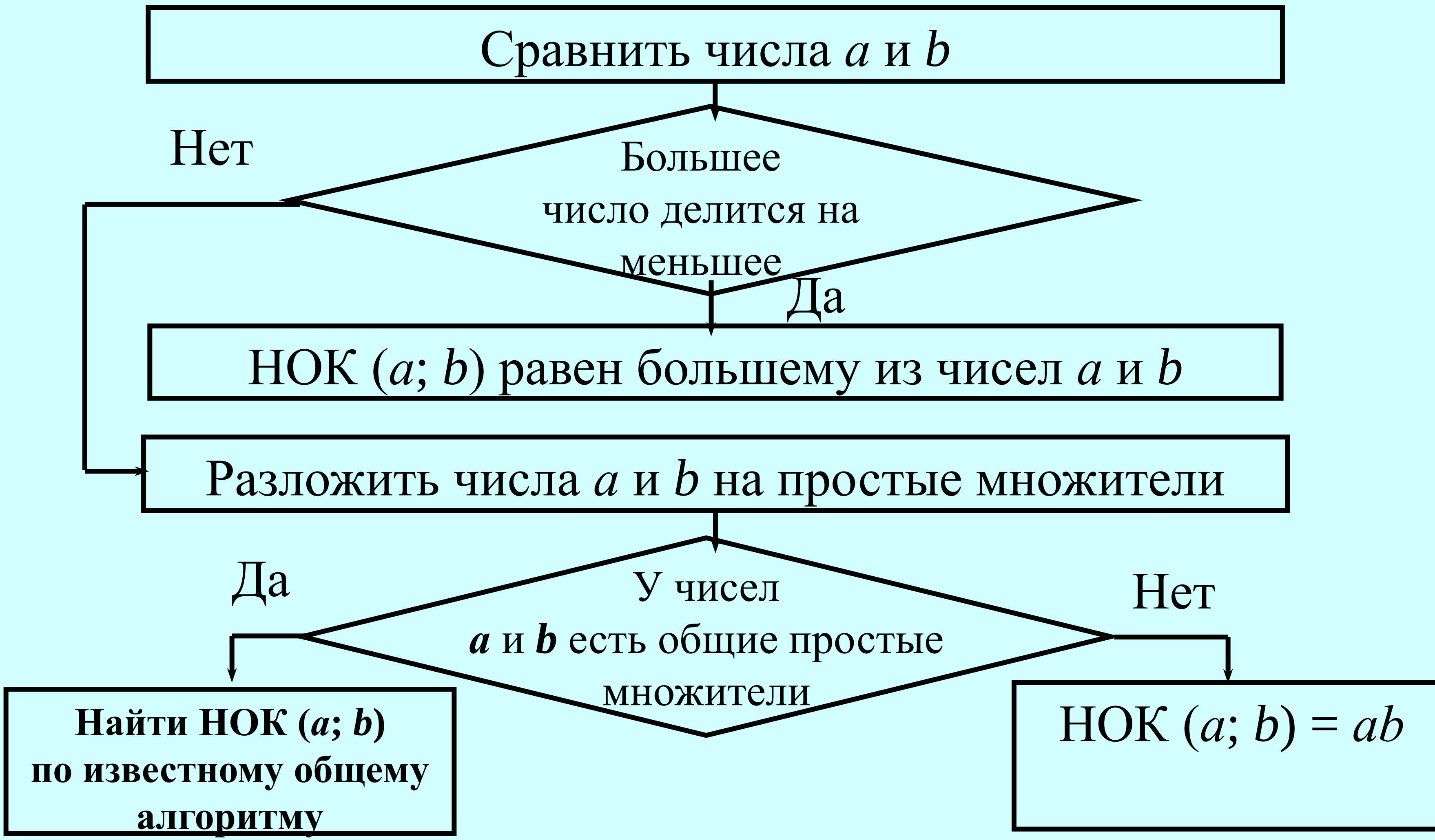
- ***№№ 693, 694, 695 (689 – 691)***

НОК взаимно простых чисел равно их произведению.

НОД (a; b) = 1 ⇔ НОК (a; b) = ab

- ***№ 690 (3, 4) (686)***

Алгоритм нахождения НОК (*a*; *b*)



№ 699 (695)

На кольцевой дорожке длиной 360 м проводится эстафета, длина каждого этапа которой 150 м. Старт и финиш находятся в одном и том же месте. Какое наименьшее число этапов может быть в этой эстафете?

Решение.

1) Длина всей эстафеты делится на 150, т.к. в ней содержится целое число этапов. Длина всей эстафеты делится на 360, т.к. старт и финиш в одном месте, т.е. пробегается вся кольцевая дорожка несколько раз.
2) Длина эстафеты есть общее кратное 150 и 360. Причем ищем НОК(150; 360), т.к. в ней должно содержаться наименьшее число этапов.
   НОК(360; 150)=1800.
3) 1800:150=12 (эт.) содержится в этой эстафете.

Ответ: 12 этапов.

п. 4 **Степень числа**.

- <u>*№ 722 (718)*</u>

Запиши короче: 1) $8+8+8+8+8+8+8+8+8$;

Задание с затруднением.

2) $8\cdot 8\cdot 8\cdot 8\cdot 8\cdot 8\cdot 8\cdot 8\cdot 8$

Эталон

n- й степенью числа ***a*** называется произведение *n множителей, каждый из которых равен а.*

$$\boxed{\underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n \text{ раз}} = a^n}$$

a – основание степени;

n – показатель степени, $n > 1$

a^2 – квадрат числа a; a^3 – куб числа a.

Эталон

Алгоритм нахождения значения числового выражения со степенями

Найти в числовом выражении степени числа

↓

Найти значения степеней по порядку слева направо

↓

Найти значения выражения, пользуясь правилами порядка действий

Правило порядка действий в выражениях со степенями.

a^n → X или : → + или -

№ 731 (10) (727)

Найди значения выражения:

$3 \bullet 7^2 - 25 = 122$

1) $7^2 = 49$

2) $3 \bullet 49 = 147$

3) $147 - 25 = 122$

Алгоритмы нахождения НОД и НОК чисел (с использованием степеней)

1. Разложить числа на простые множители.
2. Выписать <u>общие</u> простые множители всех чисел с <u>наименьшими</u> показателями степеней (НОД).
3. Если необходимо, найти полученное произведение.

1. Разложить числа на простые множители.
2. Выписать <u>все</u> простые множители данных чисел с <u>наибольшими</u> показателями степеней (НОК).
3. Если необходимо, найти полученное произведение.

№733 (729)

Примеры

Найти НОД (60; 72)

1) разложить числа на простые множители;

$60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$

$72 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 2^3 \cdot 3^2$

2) взять общие простые множители с наименьшими показателями

$D\ (60; 72) = 2^2 \cdot 3$

3) найти получившееся произведение;

$D\ (60; 72) = 2^2 \cdot 3 = 12$

4) записать НОД.

НОД (60; 72) = 12

Найти НОК (12; 30)

1) разложить числа на простые множители;

$12 = 2 \cdot 2 \cdot 3 = 2^2 \cdot 3$;

$30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$.

2) взять все простые множители из разложения с наибольшими показателями;

$K\ (12; 30) = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$

3) записать НОК, найдя получившееся произведение, если это необходимо.

НОК (12; 30) = 60.

Представление числа в виде суммы разрядных слагаемых, используя степень числа 10.

- ***№736 (732)***

Запиши, используя степень числа 10, разрядные единицы 10, 100, …1000 000 000 и найди значения выражений:

$$2 \cdot 10^3 + 7 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10 + 1$$

- ***№737 (733)***

Представь в виде суммы разрядных слагаемых числа: 4302, 75681, 608 993, 89 003 714.

$$4302 = 4 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^2 + 2$$

Эталон

Теорема 1. **(***деление по частям***)**
Чтобы разделить число на произведение, можно
разделить это число на один из множителей и
полученный результат разделить на второй множитель.

Для любых натуральных чисел *a*, *b* и *c*

$$\boldsymbol{a : (b \cdot c) = (a : b) : c.}$$

№ 773 (1) (769)

Выполните деление по частям:

$$171\,717 : 51 = 171\,717 : (17 \cdot 3) =$$

$$= (171\,717 : 17) : 3 = 10\,101 : 3 = 3367$$

Эталон

Свойства частного

Теорема 2.

Если делимое и делитель разделить на одно и то же число, отличное от 0, то частное не изменится.

Для любых натуральных чисел *a, b* и *c*

$$a : b = (a : c) : (b : c).$$

Теорема 3.

Если делимое и делитель умножить на одно и то же число, то частное не изменится.

Для любых натуральных чисел *a, b* и *c*

$$a : b = (a \cdot c) : (b \cdot c).$$

№ 774

Пользуясь свойствами частного, реши уравнения.

3) $9 : 11 = x : 55$

$(9 \bullet 5) : (11 \bullet 5) = x : 55$

$45 : 55 = x : 55$

$\underline{x = 45}$

4) $64 : x = 8 : 7$

$(64 : 8) : (x : 8) = 8 : 7$

$8 : (x : 8) = 8 : 7$

$x : 8 = 7$

$\underline{x = 56}$

Включение в систему знаний, повторение.

Перечислите темы, предлагаемые в учебнике, в разделах повторения <u>1, 2, 3, 4, 5 пунктов</u> параграфа «*Простые числа и делимость*».

Темы для повторения

- Простые и составные числа.
- Нахождение НОД и НОК методом перебора.
- Понятие дроби.
- Сравнение дробей.
- Действия со смешанными числами.
- Решение задач на части.
- Построение геометрических фигур.
- Решение неравенств.
- Пересечение и объединение множеств.
- Построение моделей задач типа 1 и 2.
- Решение задач на движение.
- Действия с именованными числами.

Вариант контрольной работы

1) а) Найди НОД и НОК чисел 6, 16 и 32 методом перебора.

б) Найди НОД и НОК чисел 126 и 132 методом разложения на простые множители.

2) Вычисли:

а) НОД (8, 15); в) НОД (5, 250);

б) НОК (8, 15); г) НОК (5, 250).

3) Найди значения выражений:

1) 18^2; 2) 8^3; 3) $(7 \cdot 9)^2$; 4) $7 \cdot 9^2$; 5) $(7 + 9)^2$; 6) $7 + 9^2$.

4) Из пункта А одновременно в одном направлении выехали два мотоциклиста. Скорость первого мотоциклиста 45 км/ч, а скорость второго – 60 км/ч. На каком расстоянии друг от друга они будут через 5 часов?

Вариант контрольной работы

5) Выполни действия:

а) 5 мин 45 с + 17 мин 36 с;

б) 8 ч 17 мин – 5 ч 24 мин;

в) 7 мин 12 с · 5;

г) 12 ч 36 мин : 9.

6)* Представь число 1 230 405 в виде суммы разрядных слагаемых, записывая разрядные единицы как степени числа 10.

7)* Сравни:

а) $a + 12$ и $a + 3$;

б) $89 \cdot b$ и $91 \cdot b$;

в) $196 - c$ и $188 - c$;

г) $d - 32$ и $d - 20$;

д) $x : 35$ и $x : 27$;

е) $326 : y$ и $226 : y$.

§ 5. Ещё немного логики (6/8 ч).

п. 1. Равносильные утверждения.

п. 2. Определения.

§ 5. Ещё немного логики.

Задачи:

Формировать представление об определении понятий и равносильности предложений.

Эталоны

Два предложения, означающие одно и то же, называют **равносильными**.

«Прямые перпендикулярны» ***равносильно*** **«Прямые образуют угол, равный 90°»**

Для обозначения равносильных предложений используют **знак равносильности**: $\Leftrightarrow$

«Прямые перпендикулярны» $\Leftrightarrow$ **«Прямые образуют угол, равный 90°»**

Эталоны

Знак $\Leftrightarrow$ читают:

... равносильно ...

... тогда, и только тогда ...

... в том, и только том случае ...

... если, и только если...

- <u>№ 816 (812)</u>

Докажи с помощью контрпримера, что следующие утверждения не являются равносильными:

б) «Число x делится на 2» и «Число x оканчивается на 2»;

е) «Произведение a и b делится на с» и «Одно из чисел a и b делится на с»

№ 814 (3)

Используя знак равносильности, запиши решения уравнений.

$$(80 - c) : 8 = 7 \quad \Leftrightarrow \quad 80 - c = 56 \quad \Leftrightarrow \quad c = 24$$

Эталоны

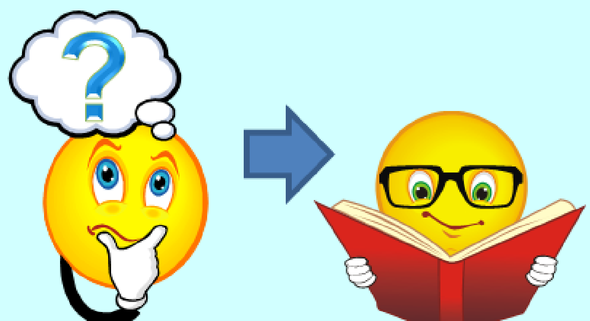
<u>Определение</u> – это предложение, в котором разъясняется значение новых слов.

В определении смысл ***<u>«нового»</u>*** объясняется через ***<u>«старое»</u>***.

Символ существования – знак $\exists$.

Читается: ***существует***.

Почему автор считает необходимым уделить этим вопросам особое внимание ?



Примеры

Квадратом называют ***прямоугольник***, у которого все стороны равны.

В определении **«квадрата»** смысл этого понятия объясняется через известное ранее понятие ***прямоугольника***.

a **кратно** ***b*** $\Leftrightarrow \exists\, c: a = bc$

x – **отец** *y* $\Leftrightarrow$ *x* – родитель *y* и *x* - мужчина

- № 827 (825) Прочитай определения и назови определяемые понятия. Какие «старые», известные понятия используются для определений? Сделай чертежи.

1) *Лучом называется часть прямой, ограниченная с одной стороны.*

- №838 (836) Прочитай определения и назови определяемые понятия. Назови определяемые понятия и понятия на которых основываются эти определения? Сделай чертежи.

2) *Углом называется геометрическая фигура, образованная двумя лучами с общим началом.*

№ 848 (846) От чертежа к определению

Задания для отработки минимума и возможный максимум

Глава	Параграф	Пункт	Минимум №№	Максимум №№
	4	1	617, 620, 623, 626	624, 625, 627
		2	654, 655, 656, 658, 660	661, 663, 664
		3	689, 690, 692, 693, 695	696-700
		4	722-724, 730, 731, 733, 735-738	732, 734, 739
		5	772, 773	775-779
	5	1	815-817 (1-6, 13, 14), 818, 821	817 (7-12), 819-820
		2	825- 827, 838, 843	829, 842, 844, 847-851

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ:

1. Изучить литературу.

2. Выполнить практическую работу.

Анонс следующего занятия:

<u>Тема занятия:</u>

«Содержание и методика работы по программе «Учусь учиться»:

5 класс, «Обыкновенные и десятичные дроби».

30 января 2013 года.

Центр системно-деятельностной педагогики «Школа 2000...» АПК и ППРО РФ

Желаем успеха!

www.sch2000.ru

e-mail: info@sch2000.ru

тел. (495) 797-89-77, 452-22-33