

Математический язык (30/31 ч)

5 класс. Глава 1

Математический язык

§1 Математические
выражения



§2 Математические
модели



§3 Язык и логика

Цели:

- Формировать представление о математическом методе исследования реального мира.
- Формировать умение работать с математическими моделями.
- Познакомить с общенаучными методами исследования реального мира.
- Развивать логическую культуру, мышление, математическую речь учащихся (устную и письменную).
- Диагностировать, повторить и закрепить знания учащихся, полученные ими в начальной школе.

Математические выражения (5 ч)

§ 1. Математические выражения.

п. 1. Запись, чтение и составление выражений.

п. 2. Значение выражения.

Задачи

- Формировать представление о математических выражениях как о «словах» математического языка.
- Уточнить понятия числового и буквенного выражений, «значение выражения».
- Формировать умение «перевода» текстов с русского языка на математический и наоборот.
- Повторить нахождение значения буквенного выражения при данных значениях букв.
- Повторить и закрепить знания учащихся по темам «Натуральные числа», «Многозначные числа», решение задач в 1-3 действия, взаимосвязь между компонентами действий сложения и вычитания и решение соответствующих уравнений.

Основные понятия

Математический алфавит:

- цифры
- буквы
- скобки
- знаки арифметических действий.

Математические выражения и их виды

- числовые выражения
- буквенные выражения

Задание на затруднение

1.	$245 < 2043$	
2.	$1 + 2 + \dots + 999 + 1000$	
3.	$x : 6 = 32$	
4.	$4(a : b)(n - k)$	

Эталоны

- **Математические выражения** – это «слова» математического языка, составленные из цифр, букв, знаков арифметических действий и скобок, и обозначающие последовательность действий над числами.
- **Числовые выражения** – это выражения, не содержащие букв, т. е. составленные из цифр, знаков арифметических действий и скобок.
- **Буквенные выражения** – это те выражения, в которых есть буквы.

Эталоны

Случаи возможного пропуска знака умножения:

- 1) между буквенными множителями;
- 2) между числовым и буквенным множителем;
- 3) между множителем и скобкой;
- 4) между выражениями в скобках.

Способы действий

Чтение выражений.

Составление выражений.

Запись буквенных выражений.

**Нахождение значений числовых и
буквенных выражений.**

№ 4 Запиши в виде числового выражения:

1) Частное числа 143 и разности чисел 67 и 54.

8) Частное суммы чисел 43 и 3 разности чисел 140 и 117.

№ 5 Прочитай буквенное выражение:

1) $6 - a$;

8) $(a - b)(a + b)$.

№ 6 Переведи и запиши на математическом языке:

1) Разность наименьшего трехзначного и наибольшего двузначного числа.

6) Разность всех предметов, которые ты изучаешь, и числа твоих любимых предметов.

Запись и чтение выражений

№ 9 Запиши число:

2) На 7 меньше, чем произведение чисел a и b .

$$ab - 7$$

№ 11 Запиши выражение для ответа на вопрос задачи:

1) В 5 «А» классе a учеников, а в 5 «Б» классе – на 3 ученика меньше. Сколько всего учеников в этих двух классах?

$$a + a - 3$$

5) У Маши было a конфет, у Кати b конфет, у Димы c конфет, а у Алеши d конфет. Они захотели поделить их поровну. Сколько конфет достанется каждому?

$$(a + b + c + d) : 4$$

6) В вазе лежало x груш, яблок в три раза больше, чем груш, а апельсинов на y меньше, чем яблок. Сколько всего фруктов лежало в вазе?

$$x + 3x + (3x - y)$$

Составление выражений

Эталоны

Алгоритм нахождения значения числового выражения:

- 1) расставить порядок действий;
- 2) найти значение каждого действия;
- 3) записать значение выражения.

Эталоны

Алгоритм нахождения значения буквенного выражения:

- 1) вместо букв подставить соответствующие числовые значения;
- 2) выполнить алгоритм нахождения значения числового выражения.

Примеры №39 (4)

Найди значение выражения:

4) $240 : d - 4(m + n)$, при $d = 1$, $m = 15$, $n = 5$

2

4

3

1

Если $d = 1$, $m = 15$, $n = 5$, то $240 : 1 - 4 \cdot (15 + 5) = 160$

Математические модели (14/15 ч)

Темы раздела

- 1. Перевод задачи на математический язык.**
- 2. Работа с математическими моделями.**
- 3. Метод проб и ошибок.**
- 4. Метод перебора.**

Задачи раздела

- 1. Сформировать представления о математических моделях; методе проб и ошибок; методе перебора.**
- 2. Сформировать умения строить математические модели текстовых задач (используя буквенные выражения, схемы и таблицы); работать с математическими моделями.**

Особенности содержания

- 1. Задачи классифицируются по типам.**
- 2. Рассматриваются такие сложные математические модели, как $x(x+a) = b$, два уравнения с двумя неизвестными, уравнение с двумя неизвестными.**
- 3. Рассматриваются различные способы работы с математическими моделями, в том числе общенаучные методы (метод проб и ошибок, метод перебора).**

Этапы пропедевтики

- 1. Решались составные задачи на все действия, на разностное и кратное сравнение.**
- 2. Решались задачи на использование формул (пути, стоимости, работы, площади прямоугольника) .**
- 3. Составлялись буквенные выражения, находились их значения при решении задач с буквенными данными («Блиц ТУРНИРЫ»).**
- 4. Решались составные уравнения.**
- 5. Тренировалось умение использовать схемы и таблицы для решения задач.**
- 6. Тренировалось умение самостоятельно анализировать задачи и строить их графические модели.**

Новые понятия

1. Математическая модель.

Новые способы действия

1. Составление уравнения при моделировании текстовых задач разных типов.

2. Метод проб и ошибок.

3. Метод полного перебора.

4. Решение уравнений по правилу «весов».

Основное понятие

Модель - 1. воспроизведенный, обычно в уменьшенном виде, образец какого-либо сооружения (тех.). Модель машины.

2. геометрический чертеж, схема для пояснения какого-нибудь физического явления или процесса (науч.)

[толковый словарь Ушакова]

Математическая модель - модель реального объекта или процесса, сохраняющая его математические свойства и записанная на математическом языке.

Задание с затруднением

№ 72 Составить выражение для ответа на вопросы задач:

- 1) Автомобиль проходит расстояние x км за 2 часа, а автобус – за 3 часа. На сколько скорость автобуса меньше скорости автомобиля?
- 2) За x руб. можно купить 3 м ситца или 2 м полотна. На сколько рублей полотно дороже ситца?
- 3) Бассейн, вмещающий x м³ воды, наполняется через большую трубу через 2 часа, а через маленькую – за 3 часа. На сколько скорость заполнения бассейна через маленькую трубу меньше, через большую?
- 4) Мастер может сделать x деталей за 2 часа, а его ученик – за 3 часа. На сколько производительность мастера больше производительности ученика?
- 5) На сколько больше потребуется 2-литровых банок, чем 3-литровых для того, чтобы разлить в них x литров компота?

$$x : 2 - x : 3$$

Почему в разных задачах получились одинаковые выражения?

План проекта

- 1) В учебнике найти пункт, в котором говорится о математических моделях.
- 2) Прочитать, что такое математическая модель.
- 3) Проанализировать, каким образом строится математическая модель.
- 4) Объяснить, почему получились одинаковые модели.

Задача 1

1) Графическая модель: ***отрезок, таблица.***

2) Математическая модель:

числовое или буквенное выражение,
простейшее уравнение вида $x + a = b$.

Задача 1

Алгоритм построения математической модели:

Внимательно прочитать условие и вопрос задачи

↓

Определить взаимосвязи между входящими в нее величинами (если необходимо, записать их в виде формул, схем, таблиц)

↓

Проверить соответствие единиц измерения величин (при необходимости выполнить их преобразование)

↓

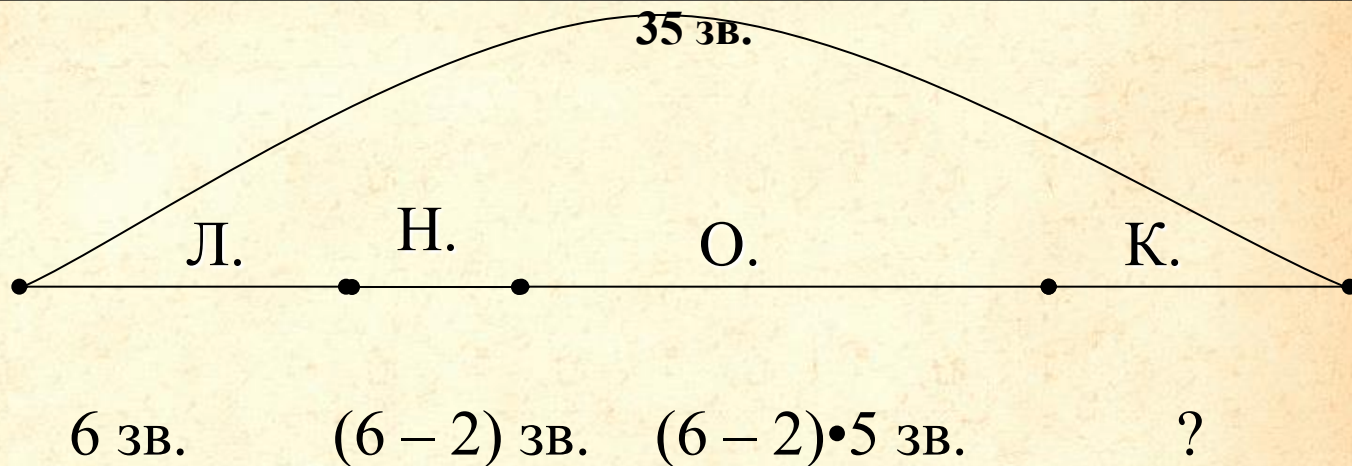
Составить выражение, значение которого равно значению искомой величины

№ 82

В зоопарке было 35 львов, носорогов, обезьян и крокодилов. Львов было 6, носорогов на 2 меньше, чем львов, а обезьян в 5 раз больше, чем носорогов. Сколько крокодилов было в этом зоопарке?

Д

1)



2) Математическая модель: $35 - (6 + (6 - 2) + 5 \cdot (6 - 2));$

$$35 - 6 - (6 - 2) - 5 \cdot (6 - 2);$$

$$6 + (6 - 2) + (6 - 2) \cdot 5 + x = 35$$

№ 83

3 пакета молока стоят d рублей.
Сколько стоят 5 таких пакетов?

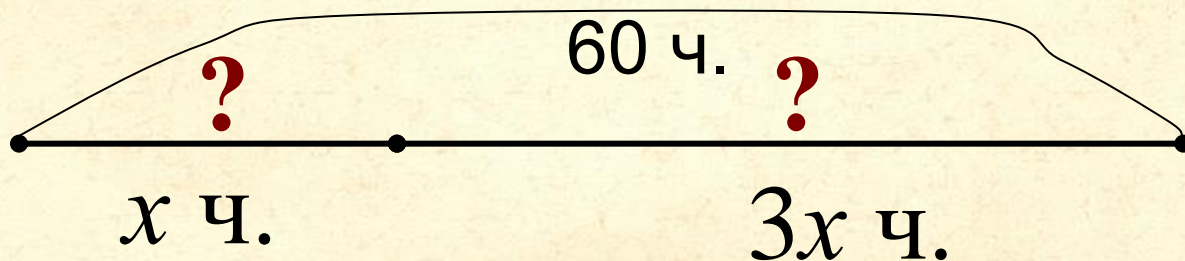
a	n	C
$d : 3$ (руб.)	3 п.	d руб.
$d : 3$ (руб.)	5 п.	?

$$5 \cdot (d : 3)$$

Задача 2 (стр. 21)

Задание для затруднения.

В соревнованиях по плаванию приняло участие 60 человек, причём мальчиков в 3 раза больше, чем девочек. Сколько мальчиков и сколько девочек участвовало в соревнованиях?



$$x + 3x = 60$$

Корректируем алгоритм построения математической модели.

План работы

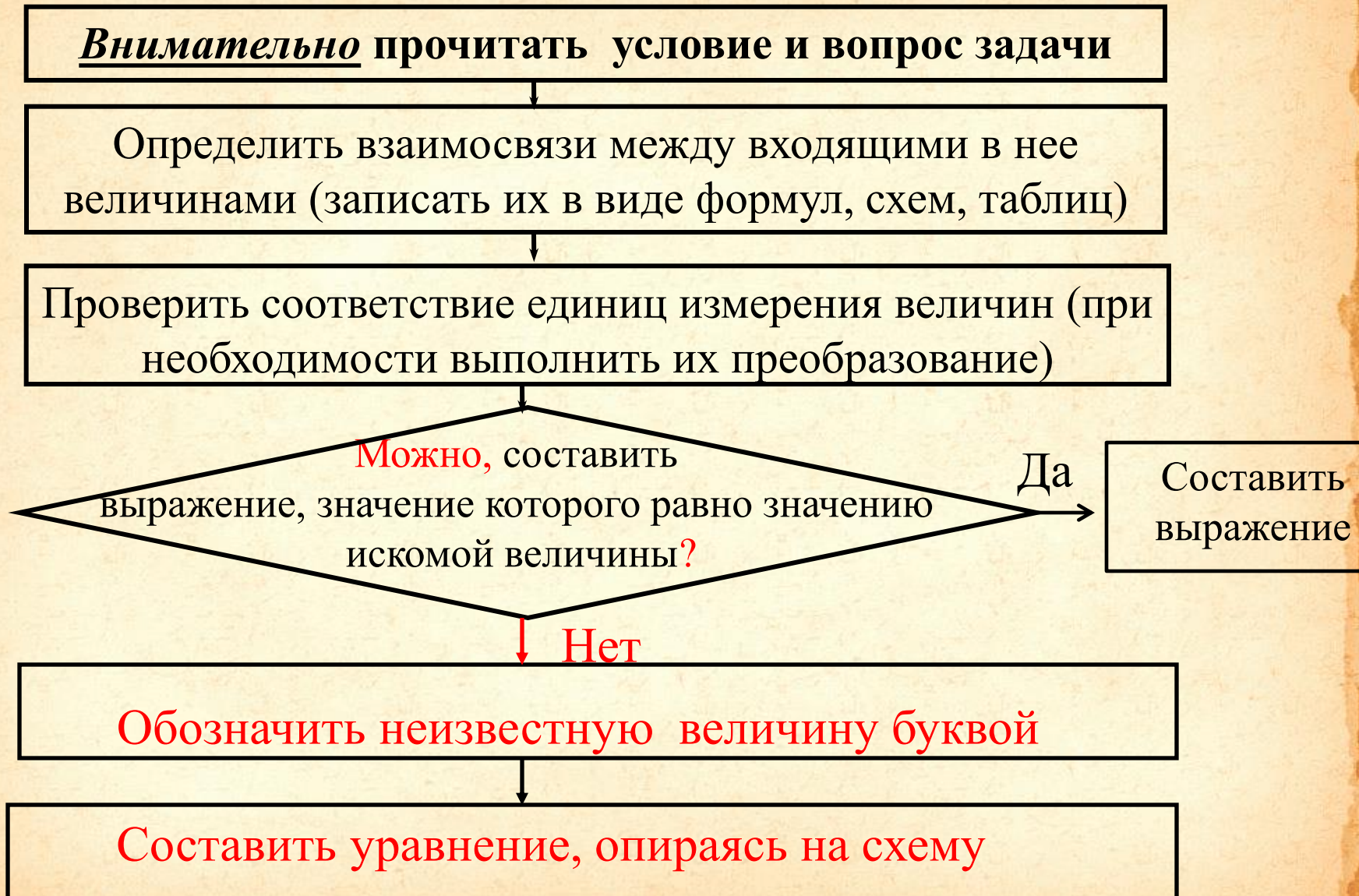
- 1) Проанализировать старый алгоритм, отметить, какие шаги останутся без изменения.
- 2) Определить как изменилась схема задачи.
- 3) Дополнить алгоритм новым шагом.
- 4) Определить останется ли такой же модель задачи.
- 5) При необходимости изменить шаг алгоритма.

Задача 2

1) Графическая модель: **отрезок, таблица.**

2) Математическая модель:
уравнение вида $x + ax = b$.

Алгоритм построения математической модели

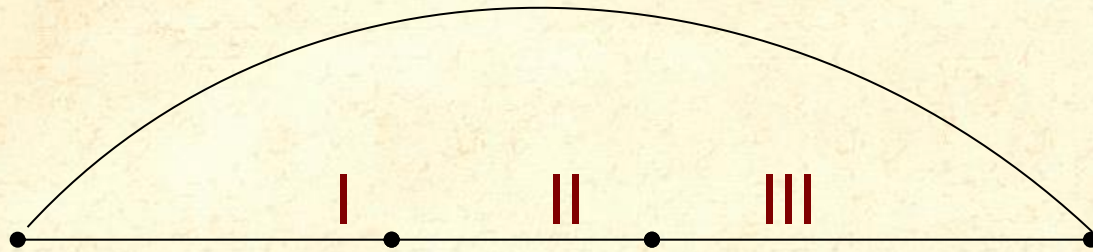


Пример № 99

Составь схему к задаче и построй математическую модель ее условия:

В трех отделениях концерта выступило 20 участников. Во втором отделении выступило в 3 раза меньше участников, чем в первом, а в третьем отделении – на 5 участников больше, чем во втором. Сколько участников концерта выступило в каждом отделении?

20 уч.



x уч. $(x : 3)$ уч. $((x : 3) + 5)$ уч.

$3y$ уч. y уч. $(y + 5)$ уч.

$$x + (x : 3) + ((x : 3) + 5) = 20$$

$$3y + y + (y + 5) = 20$$

Задача 3 (стр. 24)

Задание с затруднением

Одна сторона прямоугольного участка земли на 3 м больше другой его стороны. Площадь участка равна 70 м^2 . Найти размеры этого участка.

План проекта

- 1) Вспомнить какой формулой связаны величины в этой задаче?
- 2) Заполнить таблицу

Ширина	Длина	Площадь

- 3) Составить математическую модель
- 4) Проанализировать старый алгоритм, отметить, какие шаги останутся без изменения.
- 5) При необходимости изменить шаги алгоритма или добавить новые.

Длина, м	Ширина, м	Площадь, м ²
$x + 3$	x	70 или $x(x + 3)$

$$x(x + 3) = 70$$

Задача 3

1) Графическая модель: ***таблица***

2) Математическая модель:

уравнение вида $x(x + a) = b$

Алгоритм построения математической модели

Внимательно прочитать условие и вопрос задачи

Определить взаимосвязи между входящими в нее величинами (записать их в виде формул, схем, таблиц)

Проверить соответствие единиц измерения величин (при необходимости выполнить их преобразование)

Можно, составить
выражение, значение которого равно значению
искомой величины

Да

Составить
выражение

Нет

Обозначить неизвестную величину буквами

Составить уравнение, опираясь на схему (таблицу)

Задача 4 (стр. 27)

Задание с затруднением

На экскурсию едут 252 ученика школы.
Для них заказаны несколько автобусов.
Однако выяснилось, что если заказать автобусы,
вмещающие на 6 человек больше, то автобусов
потребуется на один меньше. Сколько больших
автобусов надо заказать?

План проекта

- 1) Определить, какие величины заменить буквами.
- 2) Построить и заполнить таблицу.
- 3) Построить математическую модель.

План коррекции алгоритма (составляется учащимися)

- 1) Проанализировать старый алгоритм, отметить, какие шаги останутся без изменения.
- 2) Определить, что изменилось в решении задачи.
- 4) Определить, останется ли такой же модель задачи.
- 5) При необходимости изменить шаги алгоритма или дополнить новыми.

	Количество детей в одном автобусе, м.	Количество автобусов, ав.	Общее количество детей, ч.
Большие автобусы	$x + 6$	$y - 1$	252 <i>или</i> $(x + 6)(y - 1)$
Маленькие автобусы	x	y	252 <i>или</i> xy

$$\left\{ \begin{array}{l} (x + 6)(y - 1) = 252 \\ xy = 252 \end{array} \right.$$

	Количество детей в одном автобусе, м.	Количество автобусов, ав.	Общее количество детей, ч.
Большие автобусы	$252 : x$	x	252
Маленькие автобусы	$252 : (x+1)$	$x+1$	252

Так как по условию в большой автобус вмещается на 6 детей больше, то

$$252 : x - 252 : (x+1) = 6$$

Задача 4

1) Графическая модель: ***таблица***

2) Математическая модель:

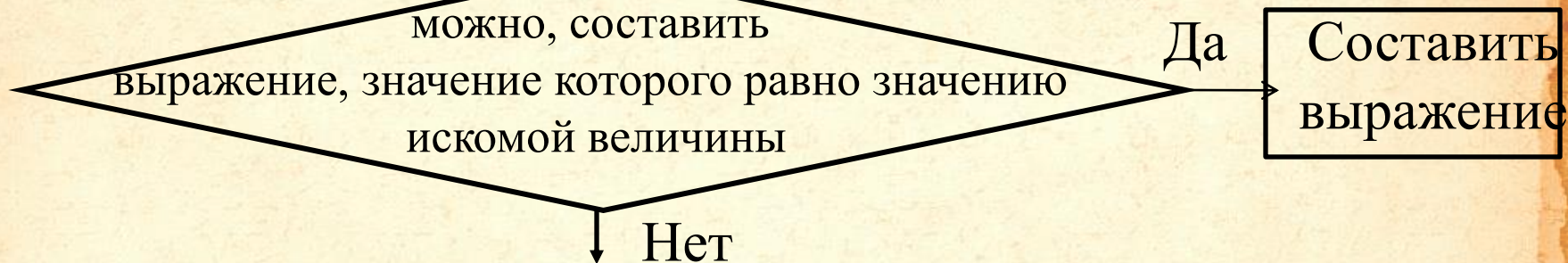
два уравнения с двумя неизвестными.

Алгоритм построения математической модели

Внимательно прочитать условие и вопрос задачи

Определить взаимосвязи между входящими в нее величинами (записать их в виде формул, схем, таблиц)

Проверить соответствие единиц измерения величин (при необходимости выполнить их преобразование)



Обозначить одну **или две неизвестных** величин буквами

Составить уравнение (**два уравнения**), опираясь на схему (таблицу)

Задача 5 (стр. 32)

Задание с затруднением

Задумано двузначное число, которое на 52 больше произведения своих цифр. Какое число задумано?

План проекта

(составляется и реализуется учащимися)

- 1) Определить, какие неизвестные заменить буквами.**
- 2) Построить математическую модель.**
- 3) Построить алгоритм.**

x – цифра десятков;

 y – цифра единиц

$10x + y$ – задуманное двузначное число

 xy – произведение цифр двузначного числа

Математическая модель: $10x + y$ = $xy + 52$

Чтобы учащиеся смогли самостоятельно выйти из затруднения перед решением задачи 5 с ними необходимо выполнить задания:

- 1) Представить число 34 в виде суммы разрядных слагаемых.
- 2) Представить в виде суммы разрядных слагаемых число, в котором 3 десятка и x единиц.
- 3) Представить в виде суммы разрядных слагаемых число, в котором x десятков и 4 единицы.
- 4) Представить в виде суммы разрядных слагаемых число, в котором x десятков и y единиц.

Задача 5

Математическая модель:

одно уравнение с двумя неизвестными.

Алгоритм построения математической модели к задаче 5.

Внимательно прочитать условие и вопрос задачи



Обозначить цифру десятков x , а цифру единиц – y
($1 \leq x \leq 9, 0 \leq y \leq 9$)



Записать двузначное число в виде $10x + y$



Составить уравнение по условию задачи

Работа с математическими моделями

- **Задача 1** (Учащиеся повторяют известные им способы работы с математическими моделями).
- **Задача 2** (Учащиеся решают уравнения, предварительно упростив его).
- **Задачи 3,4,5** (У учащихся формируется представление о применении общенаучных методов при работе с моделями, в случае отсутствия известного способа).

Задача 1

- 1) $35 - 6 - (6 - 2) - 5(6 - 2)$ – найти значение числового выражения.
- 2) $5 \cdot (d : 3)$ – найти значение буквенного выражения при данных значениях переменной.

Алгоритм решения задач типа 1

Внимательно прочитать условие и вопрос задачи

Определить взаимосвязи между входящими в задачу величинам и объектами (если необходимо, записать их в виде формул, схем, таблиц)

Проверить соответствие единиц измерения величин (при необходимости выполнить их преобразование)

Составить выражение, значение которого равно значению искомой величины

Выражение содержит буквы?

нет

да

нет

В условии есть значения букв?

да

Подставить в выражение данные значения букв

Найти значение полученного числового выражения

Записать ответ

Задача 2.

$$3x + x = 60;$$

*Для решения применить свойства чисел:
умножение числа на 1, распределительное
свойство.*

$$3x + 1x = 60;$$

$$(3 + 1)x = 60;$$

$$4x = 60.$$

*Использовать правило нахождения неизвестного
компонента арифметических действий.*

Алгоритм решения задач 2 типа

Внимательно прочитать условие и вопрос задачи

Определить взаимосвязи между входящими в задачу величинам и объектами (если необходимо, запиши их в виде формул, схем, таблиц)

Проверить соответствие единиц измерения величин (при необходимости выполнить их преобразование)

Обозначить неизвестную величину буквой
и составить уравнение

**Упростить уравнение и решить его
по известному алгоритму**

**Ответить на вопрос задачи (проверить ответ на
соответствие единицам счета или измерения)**

Метод проб и ошибок. Задача 3 (стр. 42)

$$x(x + 3) = 70$$

1) Заменяем переменную любым правдоподобным числом.

$$x = 5; x = 7$$

2) Определяем, является ли число корнем уравнения.

$$\text{Если } x = 5, \text{ то } 5 \cdot (5 + 3) = 70;$$

$$5 \cdot 8 = 70;$$

$$40 = 70 \text{ (Н)}$$

$$\text{Если } x = 7, \text{ то } 7 \cdot (7 + 3) = 70;$$

$$7 \cdot 10 = 70;$$

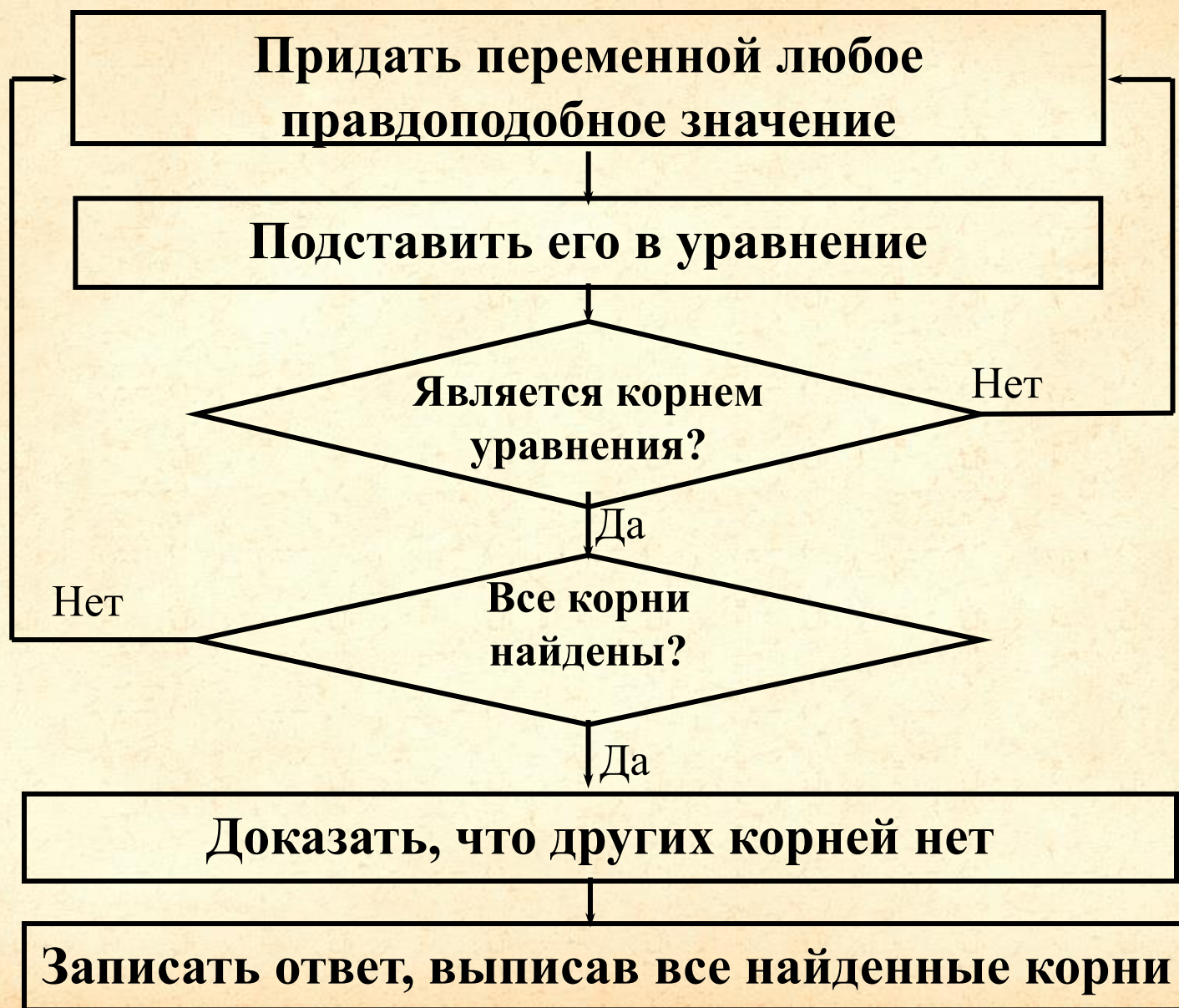
$$70 = 70 \text{ (В)}$$

3) Доказываем, что других корней нет.

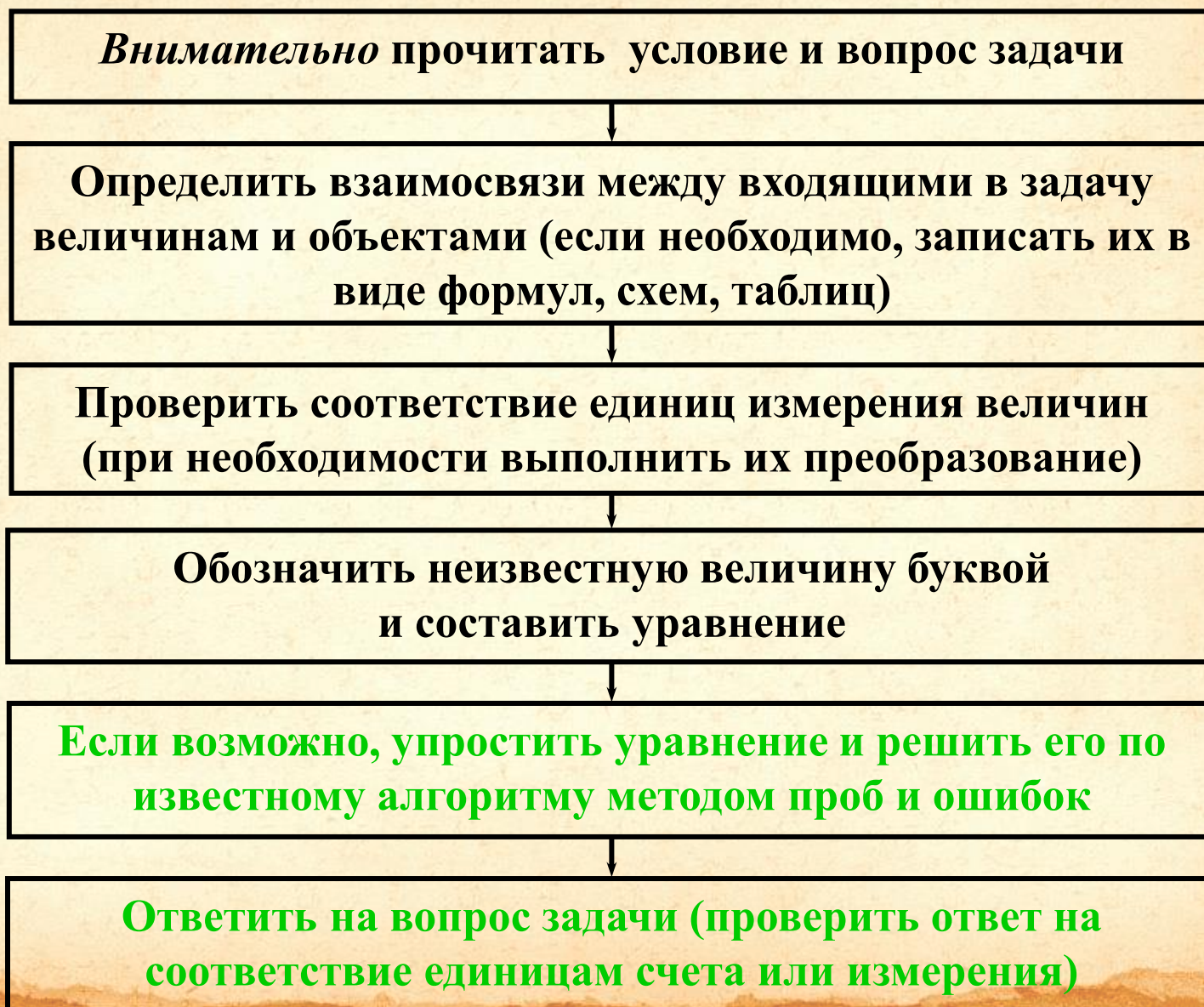
$$\text{Если } x < 7, \text{ то } x(x + 3) < 70;$$

$$\text{Если } x > 7, \text{ то } x(x + 3) > 70.$$

Алгоритм решения уравнения методом проб и ошибок



Алгоритм решения задач 3 типа



Задача 4

$$\begin{cases} xy = 252 \\ (x + 6)(y - 1) = 252 \end{cases}$$

x	126	84	63	42	36	28	18	14	9	7	6	4	3	2	1
y	2	3	4	6	7	9	14	18	28	36	42	63	84	126	252

Если $x = 126$, $y = 2$, то $(126 + 6)(2 - 1) = 252$ (Н)

Если $x = 84$, $y = 3$, то $(84 + 6)(3 - 1) = 252$ (Н)

Если $x = 63$, $y = 4$, то $(63 + 6)(4 - 1) = 252$ (Н)

Если $x = 42$, $y = 6$, то $(42 + 6)(6 - 1) = 252$ (Н)

Если $x = 36$, $y = 7$, то $(36 + 6)(7 - 1) = 252$ (В)

Если $x = 28$, $y = 9$, то $(28 + 6)(9 - 1) = 252$ (Н)

Если $x = 18$, $y = 14$, то $(18 + 6)(14 - 1) = 252$ (Н) т. д.

$$\mathbf{x = 36, y = 7}$$

Алгоритм решения уравнения методом полного перебора

1. Проанализировать уравнение и найти множество его возможных корней.
2. Проверить, можно ли сократить количество элементов данного множества за счет использования свойств чисел.
3. Проверить для каждого из элементов составленного множества, является ли он корнем данного уравнения.
4. Записать ответ, выписав все найденные корни.

Алгоритм решения задач 4 типа

Внимательно прочитать условие и вопрос задачи



Определить взаимосвязи между входящими в задачу величинами и объектами (если необходимо, записать их в виде формул, схем, таблиц)



Проверить соответствие единиц измерения величин (при необходимости выполнить их преобразование)



Обозначить неизвестные величины буквами и составить уравнения



Если возможно, упростить уравнения и решить их по известному алгоритму методом перебора



Ответить на вопрос задачи (проверить ответ на соответствие единицам счета или измерения)

Метод перебора. Задача 5

$$10x + y = xy + 52$$

x – цифра десятков: $x = 1, 2, 3, \dots, 9$;

y – цифра единиц: $y = 0, 1, 2, \dots, 9$;

$$xy + 52 \geq 52 \qquad 10x + y \geq 52$$

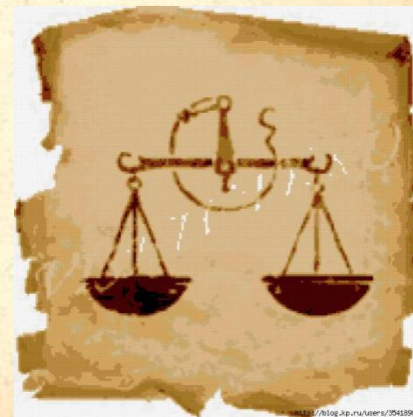
$$x = 5, 6, 7, 8, 9.$$

Если $x = 5$, то $50 + y = 5y + 52$;

Неизвестные входят в обе части уравнения! Метод решения таких уравнений учащимся не знаком. До введения отрицательных чисел учащиеся будут пользоваться методом «весов»

Правило «весов» при решении уравнений.

Обе части уравнения можно
поменять местами,
можно увеличить, уменьшить,
умножить или разделить
на одно и то же число, отличное
от нуля.



Новое знание

Метод «весов»

Способы действия для ОНЗ

- 1. Проведение аналогии между понятием равенства и «весами»**
- 2. Свойства чисел $a - a = 0$; $1 \cdot a = a \cdot 1 = a$**
- 3. Распределительное свойство умножения**
- 4. Правила нахождения неизвестного компонента в уравнении**

Задание с затруднением

*Решите уравнение
(за 1 минуту)*

$$5x + 8 = x + 20$$

Метод перебора. Задача 5 (продолжаем)

Если $x = 5$, то $50 + y = 5y + 52$;

Применяем метод «весов»: из обеих частей уравнения вычтем одно и то же число y .

$$50 + y - y = 5y + 52 - y;$$

$$50 = 4y + 52$$

y — не существует

$$x = 7 \quad y = 3;$$

$$x = 8 \quad y = 4$$

Ответ: 73 или 84

Алгоритм решения задач 5 типа

Внимательно прочитать условие и вопрос задачи

Обозначить цифру десятков x , а цифру единиц – y ($1 \leq x \leq 9, 0 \leq y \leq 9$)

Записать двузначное число в виде $10x + y$

Составить уравнение по условию задачи

Проанализировать уравнение и определить, можно ли сократить множество возможных значений x

Подставить в уравнение наименьшее из значений x , требующих проверки

Решить полученное уравнение методом «весов»

$x = 9?$

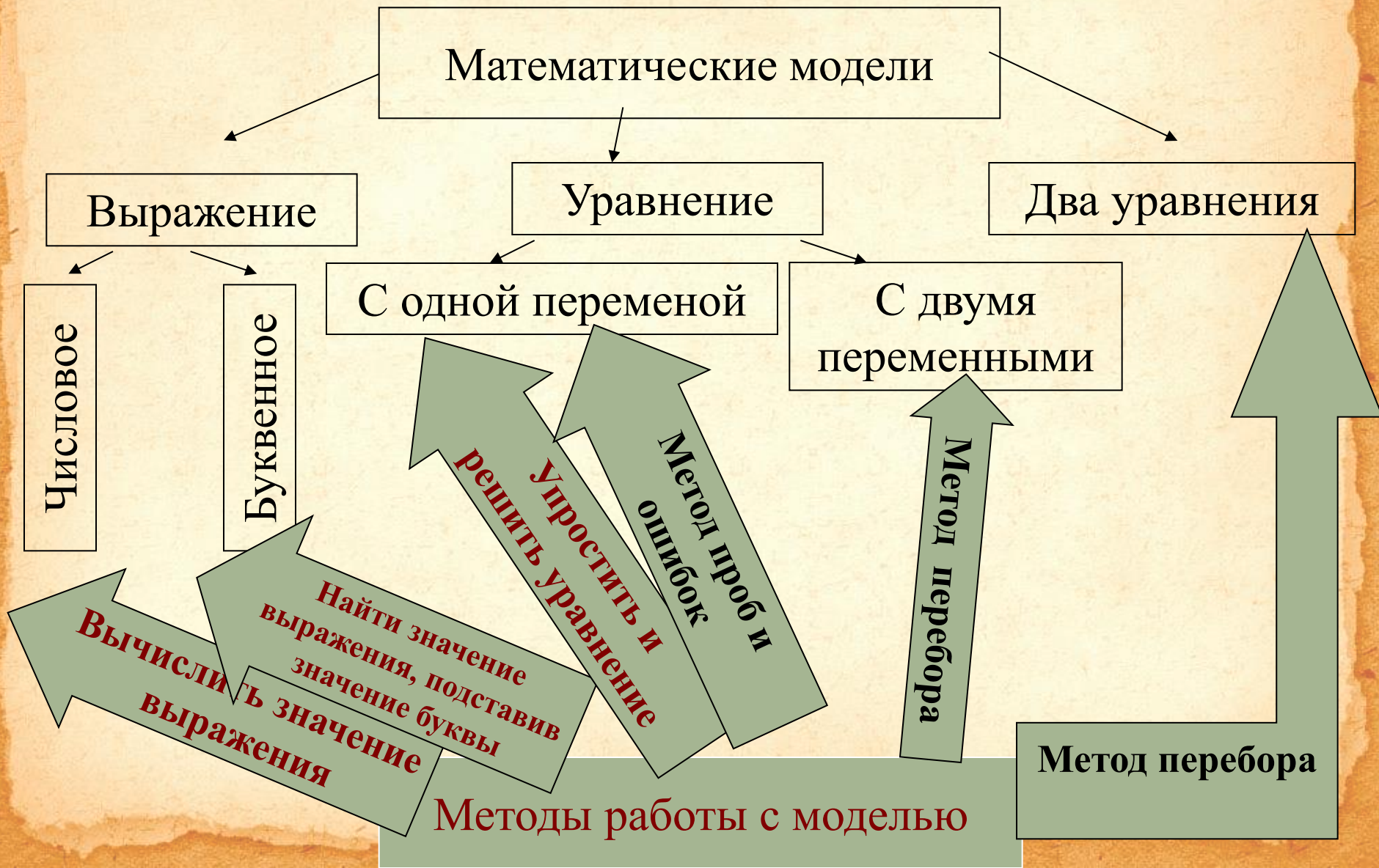
Нет

Да

Составить из значений x и y , удовлетворяющих уравнению, двузначные числа

Записать ответ

Задачи для самопроверки



Темы для повторения

- ❖ Представление чисел в виде суммы разрядных слагаемых.
- ❖ Решение примеров на порядок действий.
- ❖ Решение уравнений.
- ❖ Свойства чисел, 0, 1.
- ❖ Множества.
- ❖ Взаимосвязь между единицами массы, действия с именованными числами.
- ❖ Решение текстовых задач по действиям с вопросами.
- ❖ Симметрия.
- ❖ Взаимосвязь единиц объёма.
- ❖ Действия с именованными числами.

Вариант контрольной работы.

1) Найди значение выражения:

$$(250 - 249 \cdot 0) : 50 + 899 + 1 \cdot (83 - 80) - 97.$$

2) Упрости выражение и найди его значение:

$$7x + 12x + 5x + 18x, \text{ если } x = 6.$$

3) Построй математическую модель задачи и реши её:

«В олимпиаде по математике приняло участие 48 человек, причём девочек в 3 раза меньше, чем мальчиков. Сколько девочек и сколько мальчиков приняло участие в олимпиаде?»

Вариант контрольной работы.

4) Реши задачу методом проб и ошибок:

«Ширина прямоугольника меньше длины на 4 см, а его площадь равна 77 см^2 . Найди длину и ширину этого прямоугольника».

5) Переведи условие задачи с русского языка на математический язык:

«Цена дыни больше цены арбуза на 15 рублей. За 2 дыни заплатили на 20 рублей больше, чем за 3 арбуза. Какова цена дыни и арбуза?»

6)*Запиши на математическом языке условие задачи:

«Если цифры задуманного числа поменять местами, то получится число на 34 больше, чем произведение цифр задуманного числа. Найди задуманное число».

Новое понятие:
математическая модель.

Новые способы решения
уравнений:

метод весов, метод проб и ошибок и метод перебора.

Язык и логика

(11/15 ч)

Этапы пропедевтики

- 1. Понятие высказывания.**
- 2. Первичный опыт работы с общими высказываниями и высказываниями о существовании.**
- 3. Доказательство и опровержение высказываний на интуитивном уровне.**

Темы раздела

- 1. Высказывания.**
- 2. Общие утверждения.**
- 3. «Хотя бы один».**
- 4. О доказательстве
общих утверждений.**
- 5. Введение обозначений.**

Задачи раздела

1. *Продолжать формировать представления о понятии: высказывания.*
2. *Сформировать представление о понятиях: «тема» и «рема» высказывания; «общее высказывание»; «утверждении о существовании».*
3. *Сформировать умения: распознавать виды высказываний; выражать их в речи разными способами; опровергать общее высказывание, используя контрпример, доказывать высказывание о существовании, приводя пример.*
4. *Сформировать представление о способах доказательства общих утверждений (методом перебора и посредством введения обозначения).*
5. *Подготовить учащихся к изучению темы «Делимость».*

Основные понятия

Высказывание – это предложение, о котором можно сказать, истинно оно или ложно.

Темой называют то, о чём говорится в высказывании, а **ремой** – то, что сообщается о теме.

Любое высказывание состоит из **темы** и **ремы**.

Примеры №213

Определить, какие предложения являются высказываниями

д) Сумма пяти и восемнадцати (П)

е) Трижды восемь – двадцать восемь (В)

Определить тему и рему в утверждении

д) В слове «определение» 5 слогов

(Т)

(Р)

Общие утверждения.

Задание с затруднением.

Какое высказывание лишнее?

- Все натуральные числа больше 1.
- В каждом месяце не меньше 30 дней.
- Произведение любых двух чисел не зависит от порядка множителей.
- Все птицы умеют летать.
- Некоторые люди имеют вес более 200 кг.

Проблема: Не знаем признака отличия высказываний, по которому только одно высказывание будет лишним.

Определение

- Высказывания, в которых утверждается, что ВСЕ элементы некоторого множества обладают определенным свойством, называются общими высказываниями.

Основные понятия

Высказыванием общего вида называют высказывание, в котором утверждается, что **все** элементы заданного множества обладают определенным свойством.

Контрпример – это пример, **опровергающий** общее высказывание (то есть показывающий, что в указанном множестве есть элемент, не обладающий заданным свойством).

Высказыванием о существовании называют высказывание, в котором утверждается, что в заданном множестве существует **хотя бы один** элемент, обладающий определенным свойством.

Примеры № 232, № 234

Какие из следующих высказываний являются *общими* утверждениями:

2) Некоторые виды растений и животных занесены в Красную книгу.

4) Все большие планеты обращаются вокруг Солнца в одном направлении. **О**

Приведи *контрпример* к каждому из следующих утверждений:

б) Любое натуральное число делится на 2. **(Л)**

контрпример: 11

«Хотя бы один»

- № 255 Докажи, что существует натуральное число x такое, что:

а) $3x > 128$; е) $12x - 7x = 90$; м) $(2x - 1)(3x - 2)(4x - 3) = 1$

- № 256 Докажи следующие утверждения:

2) Существуют числа, кратные пяти;

7) Некоторые делители числа 28-нечетные числа;

О доказательстве общих утверждений

Задание с затруднением.

- № 280 Докажи утверждение:

При делении на 9 любого числа из множества $\{20, 56, 101\}$ в остатке получается 2.

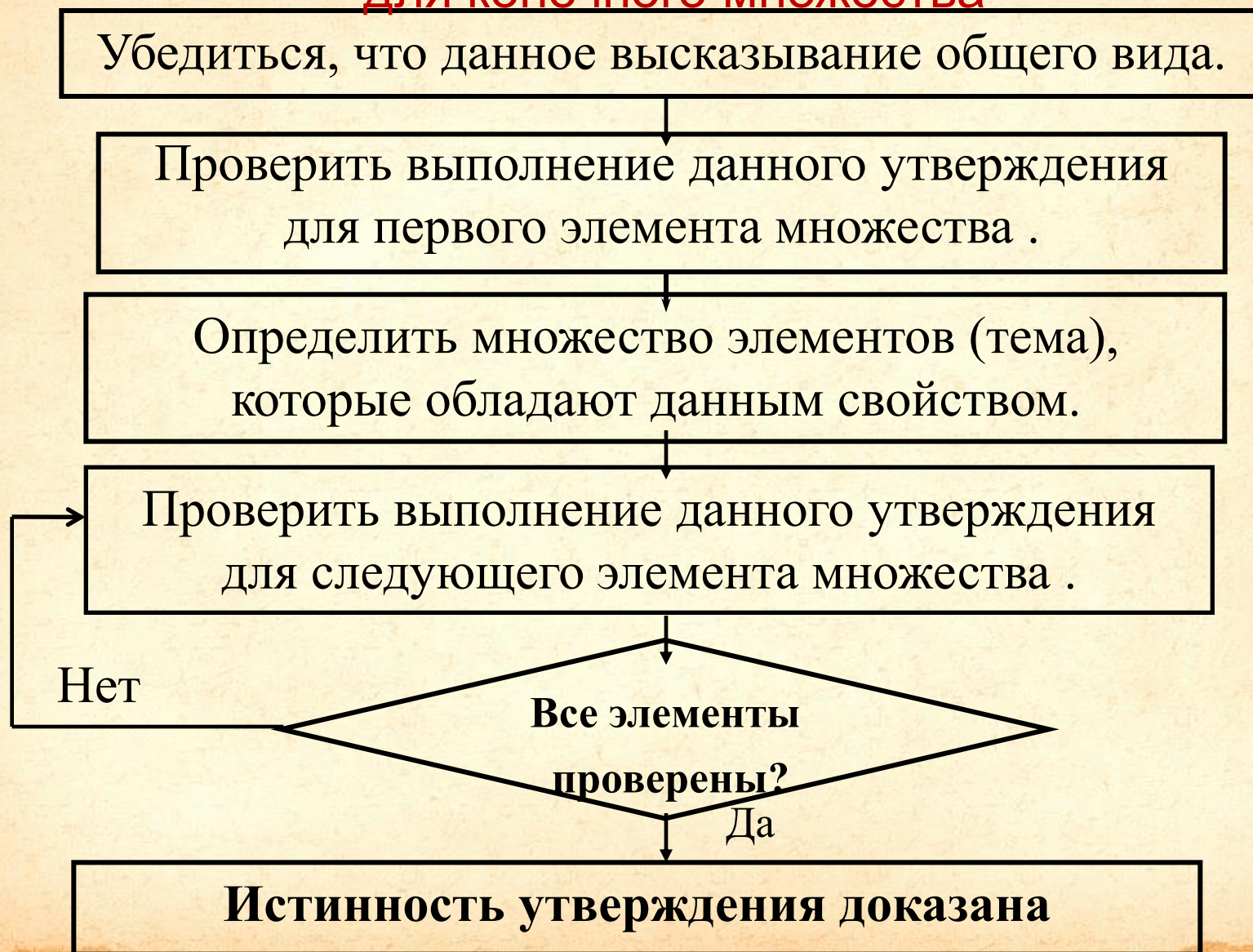
$$20 : 9 = 2 \text{ (ост. 2)}$$

$$56 : 9 = 6 \text{ (ост. 2)}$$

$$101 : 9 = 11 \text{ (ост. 2)}$$

Ч.т.д

Алгоритм доказательства общего высказывания для конечного множества



Способы доказательства общих утверждений

Истинность общего высказывания *на конечном множестве* можно доказать **методом перебора.**

Истинность общего высказывания *на бесконечном множестве* доказать **методом введения обозначений:**

- 1) буквой обозначить произвольный элемент множества;
- 2) доказать истинность высказывания для этого элемента.

Введение обозначений

Истинность общего высказывания *на бесконечном множестве* можно доказать **методом введения обозначений**:

- 1) определить сколько «персонажей» действует в высказывании;
- 2) ввести буквенные обозначения для этих «персонажей»;
- 3) доказать, что обозначенные элементы обладают свойством, о котором говорится в высказывании.

Памятка обозначений на множестве натуральных чисел

- a, b, k и т.д. – натуральное число;
- $n, n + 1$ – два последовательных натуральных числа;
- $2n$ или $2m$ и т. п. – четное число;
- $2n + 1$ или $2n - 1$ – нечетное число;
- $5a$ – число кратное 5, $3m$ – число кратное 3 и т.п.;

- № 301 (a)

Заполни пробелы и докажи, получившееся утверждение:

а) «Сумма чётного и нечётного числа – число нечётное».

Док-во:

$2n$ -чётное число; $2m + 1$ -нечётное число

$$2n + (2m + 1) = 2n + 2m + 1 = 2(n + m) + 1 = 2k + 1.$$

Вариант контрольной работы «Язык и логика».

- 1) Среди данных высказываний найди общие высказывания и высказывания о существовании:
 - а) Все люди рождаются в марте;
 - б) Некоторые люди учатся в музыкальной школе;
 - в) Существует наибольшее натуральное число;
 - г) Любое натуральное число меньше 1000;
 - д) Можно найти такие натуральные числа, которые делятся на 5.
- 2) Истинными или ложными становятся следующие предложения при указанных значениях переменных x и y :
 - а) $49x - 17y = 533$ ($x = 15, y = 6$); б) $(19x + 18) : y \leq 3$ ($x = 3, y = 5$)?
- 3) Приведи контрпример к высказыванию:
«Число, в разряде единиц которого стоит цифра 6, делится на 6».

Вариант контрольной работы (продолжение).

- 4) Задумано число. Если его уменьшить на $2\frac{6}{11}$,
то получится число, меньшее суммы чисел $5\frac{8}{11}$ и $1\frac{7}{11}$
на $4\frac{10}{11}$. Найди задуманное число.
- 5) Найди значение выражения:
 $(66\,768 : 321 + 135 \cdot 604 - 402 \cdot 30 - 25) : 33$.
- 6)* Докажи утверждение: «Сумма четырёх последовательных натуральных чисел – число чётное».

Задания для отработки минимума и возможный максимум

Глава	Параграф	Пункт	Минимум №№	Максимум №№
1	1	1	1-14	15, 16
		2	34 – 36, 39	40, 43, 44
	2	1	74, 75, 82, 83, 86, 102, 116 (1 – 5)	87, 103, 116 (6 – 8), 130
		2	142, 146	
		3	168	
		4	182, 181	
	3	1	216, 217, 219, 221	223
		2	235, 236, 238	253
		3	256, 257, 260	
		4	284 (1-4)	284(5-9), 286, 285
		5	303, 304	305-309