

# Алгебраическая линия

## *Цели линии:*

- Развитие абстрактного мышления учащихся.
- Формирование способности к символьной записи объектов.
- Пропедевтика изучения алгебры в средней школе.
- Качественное усвоение арифметического материала.

# Особенности курса:

- наличие опережающей подготовки к введению понятий;
- обязательное регулярное повторение;
- вариативность в формировании способов действий;
- каждое алгебраическое понятие *определено*.

# *Расположение алгебраического материала в курсе Л.Г. Петерсон*

## **1 класс:**

- Выражение, равенство и неравенство
- Уравнения вида  $a + x = b$ ,  $a - x = b$ ,  $x - a = b$

## **2 класс:**

- Числовые и буквенные выражения, вычисление их значений
- Алгоритмы, операции, программа действий, скобки
- Уравнения вида  $a \cdot x = b$ ,  $a : x = b$ ,  $x : a = b$

## **3 класс:**

- Переменная, выражения с переменной
- Уравнения, корень уравнения
- Составные уравнения
- Буквенная запись взаимосвязей между величинами

## **4 класс:**

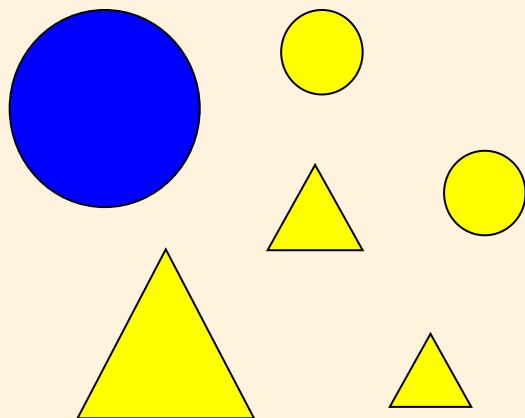
- Неравенства, множество решений неравенства, строгие и нестрогие неравенства, двойные неравенства

# Методика изучения элементов алгебры в курсе Л.Г. Петерсон.

**1 класс**

## *1. Подготовительная работа.*

### **1) Взаимосвязь между частью и целым**



$$\underline{Б} + \underline{М} = \Phi$$

$$\underline{М} + \underline{Б} = \Phi$$

$$\Phi - \underline{Б} = \underline{М}$$

$$\Phi - \underline{М} = \underline{Б}$$

$$\underline{2} + \underline{4} = 6$$

$$\underline{4} + \underline{2} = 6$$

$$6 - \underline{2} = \underline{4}$$

$$6 - \underline{4} = \underline{2}$$

## 2) Сравнение совокупностей

2

$\overline{\square \triangle \bigcirc} \square \overline{\square \triangle \bigcirc}$        $\overline{\bigcirc \triangle \bullet} \square \overline{\bullet \bigcirc \triangle}$

3

$\overline{Т О К} \square \overline{К О Т}$        $\overline{Р у К А} \square \overline{М у К А}$

4

$\overline{\bullet \triangle \bullet \square \bullet \star} = \overline{\triangle \bullet \square \bullet \bullet \star}$

да, нет

М 1, ч. 1, урок 7, с. 12

М 1, ч. 3, урок 11, с. 20

а)  $\overline{\bullet \triangle \bullet \square} + X = \overline{\triangle \square \square \triangle \bullet \bullet}$        $X = \overline{\hspace{2cm}}$

б)  $X + \overline{\star \triangle \square \bullet \triangle} = \overline{\square \bullet \star \triangle \triangle \square}$        $X = \overline{\hspace{2cm}}$

### 3) Формирование представлений о математическом выражении

- в вычислительной деятельности
- в процессе решения задач

2 Составь по картинкам задачи и выражения:

а)

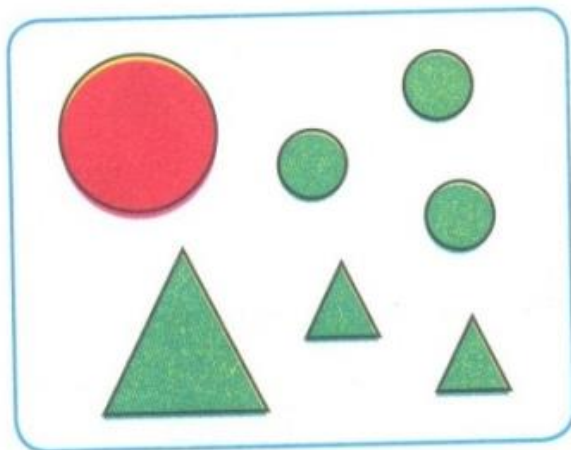


|  |  |  |
|--|--|--|
| <p style="text-align: center;">?</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px auto; width: 150px;"><div style="display: flex; justify-content: space-between; border-bottom: 1px solid black; margin-bottom: 5px;"><span>Д.</span><span>М.</span></div><div style="display: flex; justify-content: space-between; margin-top: 5px;"><span>6</span><span>2</span></div></div> <div style="border: 1px solid blue; padding: 5px; margin: 10px auto; width: 100px; text-align: center;"><math>6 + 2</math></div> | <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px auto; width: 150px;"><div style="display: flex; justify-content: space-between; border-bottom: 1px solid black; margin-bottom: 5px;"><span>Д.</span><span>М.</span></div></div> <div style="border: 1px solid blue; padding: 5px; margin: 10px auto; width: 100px; height: 40px;"></div> | <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px auto; width: 150px;"><div style="display: flex; justify-content: space-between; border-bottom: 1px solid black; margin-bottom: 5px;"><span>Д.</span><span>М.</span></div></div> <div style="border: 1px solid blue; padding: 5px; margin: 10px auto; width: 100px; height: 40px;"></div> |
|--|--|--|

### 3) Формирование представлений о математическом выражении

- соотнесения рисунка и математического выражения

Найди лишние выражения и зачеркни их:



$1 + 6$

$3 + 4$

$2 + 3$

$5 + 2$

$7 - 2$

$7 - 6$

$8 - 3$

$7 - 3$

Какие ещё выражения можно составить для этого рисунка?

#### 4) Заполнение пропусков в равенствах (примеры с «окошками»).

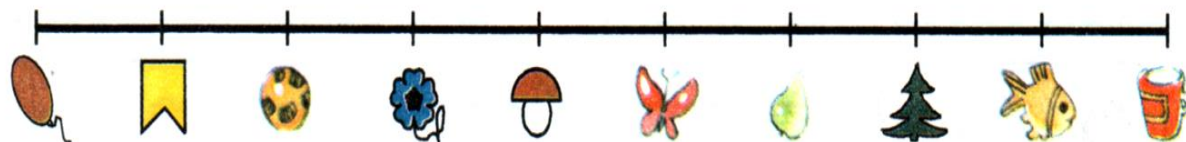
$$\square 1 = 6$$


##### Способы решения задания:


- подбор
- при помощи числового отрезка
- на основе взаимосвязи целого и части





# Волшебные цифры




1  - 1 =

 + 1 =

 + 3 =

 + 2 =

 - 2 =

 -  =

I + II =

V + II =

III + II =

III - II =

VIII - I =

IX - V =

>, <, =

IV  VI

IX  VIII

V  III

VII  II

## II. Введение уравнения как равенства с неизвестным компонентом арифметического действия.

М 1, ч. 3, урок 11, с. 29

1

а)  $\begin{array}{|c|c|c|} \hline \star & \star & \star \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline ? \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline \star & \star & \star & \triangle & \triangle \\ \hline \end{array} \quad x = \begin{array}{|c|c|} \hline \triangle & \triangle \\ \hline \end{array}$

б)  $\begin{array}{|c|} \hline ? \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|c|} \hline \triangle & \triangle & \triangle \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \square & \triangle & \triangle & \triangle \\ \hline \end{array} \quad x = \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \end{array}$

в)  $\begin{array}{|c|c|} \hline \star & \circ \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline ? \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline \star & \circ & \triangle & \triangle & \square \\ \hline \end{array} \quad x = \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \end{array}$

2

а)  $\begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \circ & \triangle & \circ & \square \\ \hline \end{array} + x = \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline \triangle & \square & \square & \triangle & \circ & \circ \\ \hline \end{array} \quad x = \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \end{array}$

б)  $x + \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline \star & \triangle & \square & \circ & \triangle \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline \square & \circ & \star & \triangle & \triangle & \square \\ \hline \end{array} \quad x = \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \end{array}$

Чтобы найти часть, надо из целого вычесть другую часть

3

$x + \begin{array}{|c|c|c|} \hline \square & \square & \square \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline \square & \square & \square & \circ & \circ \\ \hline \end{array}$

$x = \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline \square & \square & \square & \circ & \circ \\ \hline \end{array} - \begin{array}{|c|c|c|} \hline \square & \square & \square \\ \hline \end{array}$

$x = \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \end{array}$

$\begin{array}{|c|c|} \hline \circ & \triangle \\ \hline \end{array} + x = \begin{array}{|c|c|c|} \hline \circ & \triangle & \triangle \\ \hline \end{array}$

$x = \begin{array}{|c|c|c|} \hline \square & \square & \square \\ \hline \end{array} - \begin{array}{|c|c|} \hline \square & \square \\ \hline \end{array}$

$x = \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \end{array}$

4

$\text{ПОЛ} + x = \text{ПОЛКА}$

$x = \text{ПОЛКА} - \text{ПОЛ}$

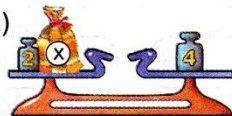
$x = \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \end{array}$


$x + \text{РОГ} = \text{НОСОРОГ}$


$x = \text{НОСОРОГ} - \text{РОГ}$

$x = \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \end{array}$

5

а)   
 $x + 2 = 4$   
 $x = 4 - 2$   
 $x = 2$

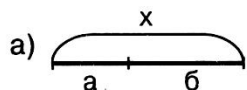
б) 

в) 

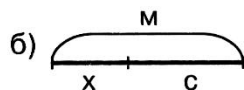
### III. Формирование умения решать простые уравнения на сложение и вычитание.

М 1, ч. 3, урок 17, с. 32

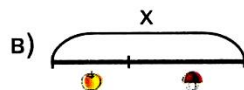
1 Найди  $x$ :



$$x = a + б$$

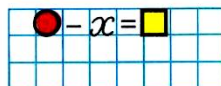
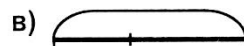
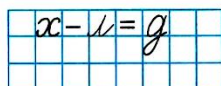
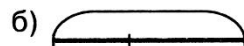
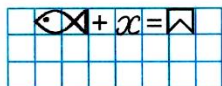
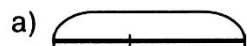


$$x =$$



$$x =$$

2 Заполни схему и найди  $x$ :



М 1, ч. 3, урок 11, с. 20

$$x + \begin{array}{|c|c|c|} \hline \square & \square & \square \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline \square & \square & \square & \square & \square \\ \hline \end{array}$$

$$x = \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline \square & \square & \square & \square & \square \\ \hline \end{array} - \begin{array}{|c|c|c|} \hline \square & \square & \square \\ \hline \end{array}$$

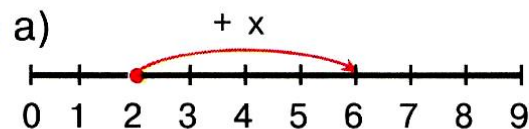
$$x = \begin{array}{|c|c|c|} \hline \square & \square & \square \\ \hline \end{array}$$

$$x + \begin{array}{|c|c|c|} \hline \square & \square & \square \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline \square & \square & \square & \square & \square \\ \hline \end{array}$$

$$x = \begin{array}{|c|c|c|} \hline \square & \square & \square \\ \hline \end{array} - \begin{array}{|c|c|c|} \hline \square & \square & \square \\ \hline \end{array}$$

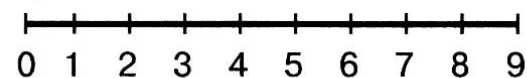
$$x = \begin{array}{|c|c|c|} \hline \square & \square & \square \\ \hline \end{array}$$

4



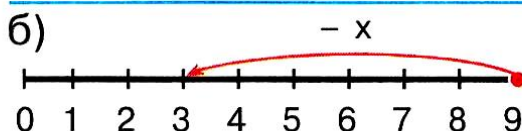
|   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|
| 2 | + | x | = | 6 |
| x | = |   |   |   |

в)



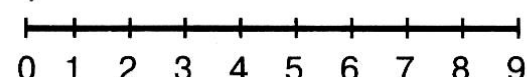
|   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|
| 8 | - | x | = | 3 |
| x | = |   |   |   |

б)



|   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|
| 9 | - | x | = | 3 |
| x | = |   |   |   |

г)



|   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|
| 5 | + | x | = | 7 |
| x | = |   |   |   |

a)  $x + \bigcirc = \bigoplus$

x =

в)  $\diamond - x = \diamond$

x =

б)  $x - \square = \perp$

x =

г)  $\boxtimes - x = \boxtimes$

x =

## 2 класс

*I. Уточнение понятия «выражение», классификация выражений (числовые, буквенные, смешанные)*

$$3 + 7, \quad 7 = 7, \quad 5 < 9, \quad 3 +$$

*II. Систематизация знаний о свойствах арифметических действий, их запись в буквенном виде.*

$$(a + b) + c = a + (b + c)$$

$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$$

$$(a + b) : c = a : c + b : c$$

*III. Составные выражения, порядок действий в выражениях.*

$$36 \cdot 4 - (15 + 25) \cdot 3 + 48 : 24 \cdot 9$$

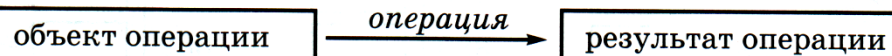
## 1) Формирование представлений о понятиях:

- Операция
- Объект операции
- Результат операции
- Программа действий
- Алгоритм
- Блок - схема

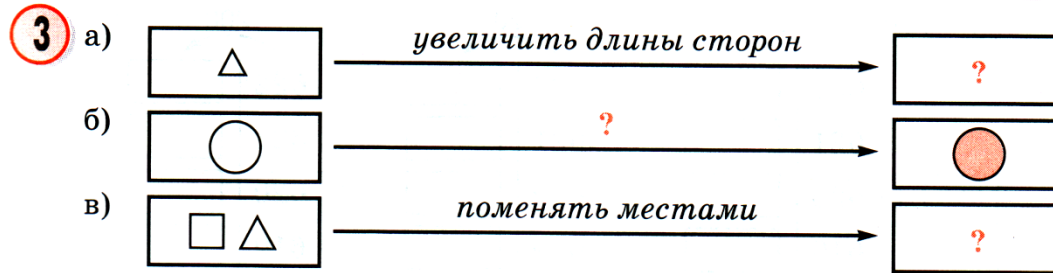


# Операции

Операцией называют некоторое действие, преобразование. То, что было вначале, называют *объектом* операции, а то, что получилось, – *результатом* операции.



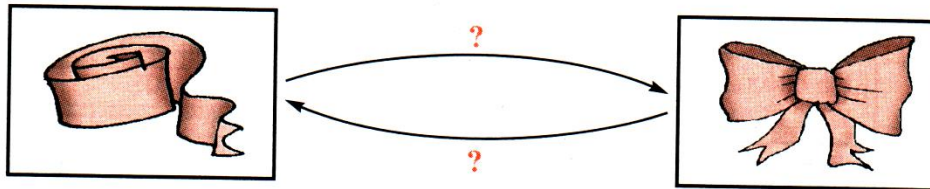
М 2, ч. 2, урок 1, с. 1



## Обратные операции

М 2, ч. 2, урок 2, с. 4

- 1 Какие выполнены операции? Что в них общего и чем они различаются? Как можно назвать такие операции?



Что произойдёт, если выполнить подряд обе операции?

Операции, в которых объект и результат меняются местами, называют *обратными*. Например, операции завязывания и развязывания банта обратны друг другу.

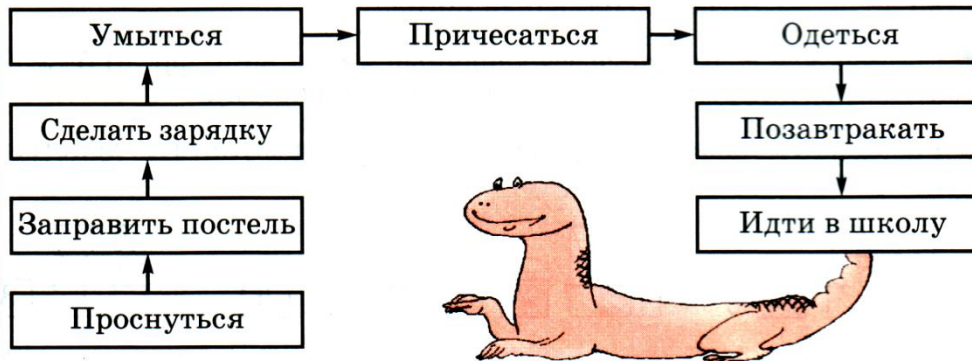
Если выполнить операцию, а потом обратную операцию, то всё станет как и было раньше.

# Программа действий.

М 2, ч. 2, урок 4, с. 10



На рисунках изображено, что делал Толя однажды утром. Эти картинки перепутаны. Но их легко поставить по порядку с помощью *программы действий* Толи, в которой порядок операций показан стрелками:



Эти же операции можно записать по-другому, например сверху вниз.

Порядок действий в программе называют ещё *алгоритмом*.

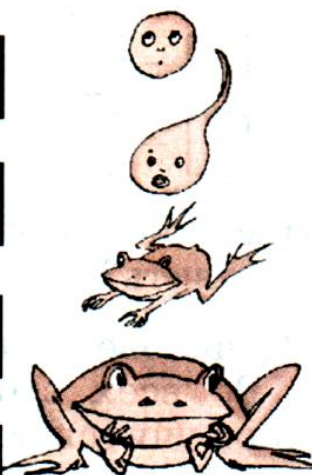


# Алгоритм

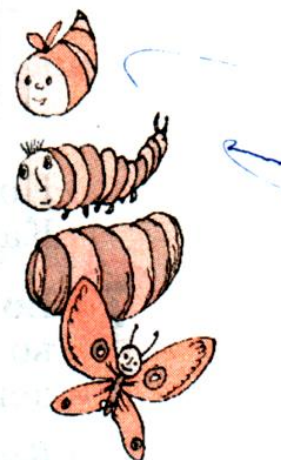
М 2, ч. 2, урок 4, с. 11

Рассмотри алгоритм развития лягушки и алгоритм развития бабочки и объясни, в каком случае происходят изменения.

## Алгоритм развития лягушки



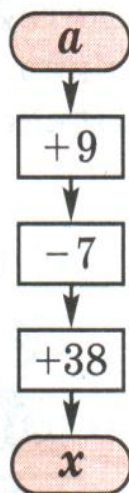
## Алгоритм развития бабочки



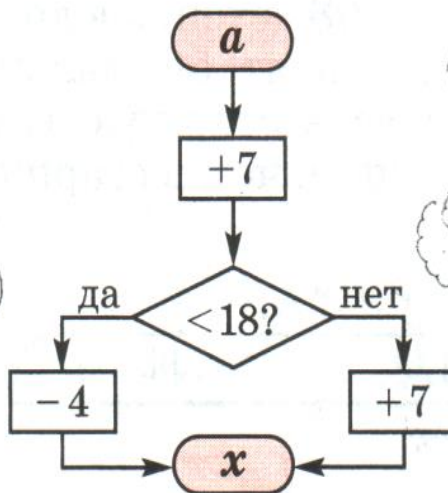
# Виды алгоритмов

М 2, ч. 2, урок 11, с. 32

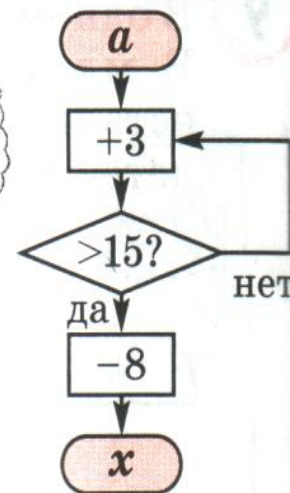
Выполни действия по заданным алгоритмам. Какой из них можно назвать *линейным*, *разветвляющимся*, *циклическим*? Почему?



|          |   |    |    |
|----------|---|----|----|
| <i>a</i> | 5 | 12 | 20 |
| <i>x</i> |   |    |    |



|          |   |    |    |
|----------|---|----|----|
| <i>a</i> | 5 | 12 | 20 |
| <i>x</i> |   |    |    |



|          |   |    |    |
|----------|---|----|----|
| <i>a</i> | 5 | 12 | 20 |
| <i>x</i> |   |    |    |

## 2) Решение простых уравнений на сложение и вычитание на основе понятия «обратная операция»

$$x + 3 = 8$$

$$5 + x = 7$$

$$x - 4 = 5$$

$$8 - x = 3$$

$$x \cdot 2 = 6$$

$$9 : x = 3$$

$$x : 5 = 3$$

$$12 \cdot x = 60$$

### 3) Введение скобок

- 1) Из числа 8 вычесть 3.
- 2) К полученной разности прибавить 4.

$$8 - 3 + 4 =$$

(...)

+ или -  
→

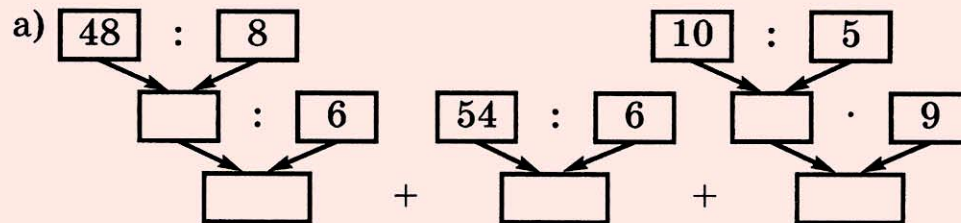
- 1) К числу 3 прибавить число 4.
- 2) Из числа 8 вычесть полученную сумму.

$$8 - 3 + 4 =$$

?

М 2, ч. 3,  
урок 12, с. 32

**8** По схеме составь выражение и обозначь в нём порядок действий. Найди значение выражения:

[illegible]

#### 4 Составь программу действий:

$$\text{a) } a \cdot (b + c) : d - t$$

$$\text{B) } k : b + (a - c) \cdot t$$

$$6) m - c \cdot (a + d) + x : b$$

$$\Gamma) (a - b \cdot c) : t + d$$

**5** Найди значения выражений:

a)  $\overset{\textcircled{1}}{36} : \overset{\textcircled{4}}{4} + (\overset{\textcircled{2}}{47} - \overset{\textcircled{3}}{39}) \cdot 5 = \square + \square = \square$

6)  $40 - (45 - 31) : 7 - 8 \cdot 4 = \square - \square - \square = \square$

**B)  $(20 : 5 + 7) - 3 \cdot 3 + 27 : 9 = \square - \square + \square = \square$**



М 2, ч. 3,  
урок 13, с. 34

## ***Алгоритм чтения математических выражений:***

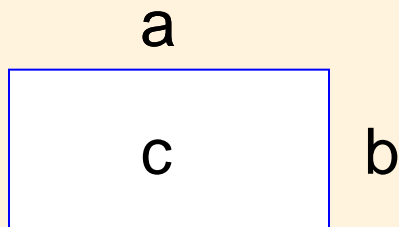
- 1) Определи, какое действие выполняется последним.
- 2) Вспомни названия компонентов этого действия.
- 3) Назови, чем выражены компоненты.

# ***Правила порядка выполнения действий:***

- Выражения, содержащие действия одной ступени (без скобок).
- Выражения, содержащие действия одной ступени (со скобками).
- Выражения, содержащие действия разных ступеней (без скобок).
- Выражения, содержащие действия разных ступеней (со скобками).

## IV. Решение простых уравнений на умножение и деление.

### 1) Ассоциативный способ решения



$$\begin{aligned}\underline{a} \cdot \underline{b} &= \underline{c} \\ \underline{b} \cdot \underline{a} &= \underline{c} \\ \underline{c} : \underline{a} &= \underline{b} \\ \underline{c} : \underline{b} &= \underline{a}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\underline{2} \cdot \underline{4} &= \underline{8} \\ \underline{4} \cdot \underline{2} &= \underline{8} \\ \underline{8} : \underline{2} &= \underline{4} \\ \underline{8} : \underline{4} &= \underline{2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\underline{x} \cdot \underline{3} &= \underline{15} \\ x &= 15 : 3 \\ x &= 5\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\underline{x} : \underline{4} &= \underline{3} \\ x &= 4 \cdot 3 \\ x &= 12\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\underline{20} : \underline{x} &= \underline{5} \\ x &= 20 : 5 \\ x &= 4\end{aligned}$$

### 2) Решение простых уравнений на умножение и деление с комментированием по компонентам действий.



$$a \cdot x = b$$

|     |         |              |   |    |
|-----|---------|--------------|---|----|
| $x$ | $\cdot$ | 2            | = | 16 |
|     |         | $x$          |   |    |
|     |         | 16           |   | 2  |
|     |         | $x = 16 : 2$ |   |    |
|     |         | $x = 8$      |   |    |

$$a : x = b$$

|    |   |              |   |   |
|----|---|--------------|---|---|
| 15 | : | $x$          | = | 3 |
|    |   | $x$          |   |   |
|    |   | 15           |   | 3 |
|    |   | $x = 15 : 3$ |   |   |
|    |   | $x = 5$      |   |   |

$$x : a = b$$

|     |   |                 |   |   |
|-----|---|-----------------|---|---|
| $x$ | : | 7               | = | 2 |
|     |   | 7               |   |   |
|     |   | $x$             |   | 2 |
|     |   | $x = 7 \cdot 2$ |   |   |
|     |   | $x = 14$        |   |   |

### Алгоритм решения

Найти компоненты, соответствующие сторонам и площади прямоугольника.

да

Неизвестна  
сторона?

нет

Применить правило: чтобы найти сторону, надо площадь разделить на другую сторону.

Применить правило: чтобы найти площадь, стороны надо перемножить.



### 3) Решение уравнений способом подбора

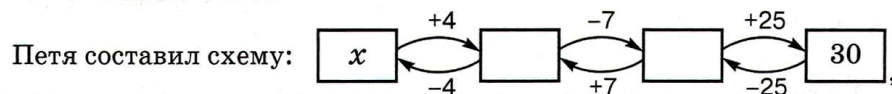
$$x \cdot x = 25 \quad 0 : x = 0$$

### 4) Решение уравнений на основе смысла действия умножения

$$x + x + x + x = 28 \cdot 4$$

### 5) Использование уравнений в решении задач

- 4) Вася загадал Пете математическую загадку: «Я задумал число, прибавил к нему 4, вычел 7, а потом ещё раз прибавил 25. После этого у меня получилось 30. Какое число я задумал?»



а потом быстро нашёл ответ. Как он догадался? Какое число задумал Вася?

М 2, ч. 2, урок 5, с. 14

- 4) Ира придумала для Марины задачу: «Я задумала число, прибавила к нему 25, вычла 8, потом ещё раз вычла 12, прибавила 36 и получила 46. Какое число я задумала?»

Найди задуманное Ирой число, используя запись, которую составила Марина:

|   |    |    |  |
|---|----|----|--|
|   |    | 25 |  |
| + | 25 |    |  |
| - | 8  |    |  |
| - | 12 |    |  |
| + | 36 |    |  |
|   | 46 |    |  |

|    |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|----|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| 1) |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 2) |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 3) |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 4) |  |  |  |  |  |  |  |  |  |



М 2, ч. 2, урок 12, с. 36

## 3 класс

### *I. Введение понятия «переменная»*

- использование букв при работе с мешками
- использование букв в обобщенной записи свойств арифметических действий
- составление буквенных выражений по тексту задачи (Блиц-турниры)
- сравнение решений задач одинаковых по математической структуре
- работа с таблицами

|             |    |    |    |    |
|-------------|----|----|----|----|
| Уменьшаемое | 10 | 10 | 10 | 10 |
| Вычитаемое  | 1  | 3  | 5  | 7  |
| Разность    |    |    |    |    |

В начале урока учитель сказал: «К доске пойдёт Петя». В середине урока он сказал: «К доске пойдёт Серёжа». А незадолго до конца он сказал: «К доске пойдёт Таня».

Во всех этих предложениях меняется только имя ученика. Имя здесь *переменная*. Обозначив его буквой  $x$ , все три предложения можно записать короче: «К доске пойдёт  $x$ ». Вместо  $x$  можно подставить имя любого ученика класса.

*Переменной* называют букву, вместо которой подставляют элементы какого-нибудь множества. То, что подставляют вместо переменной, называют *значением переменной*. Например, имена Петя, Серёжа, Таня являются значениями переменной  $x$ .



- 1 а) Какие слова можно подставить вместо переменной в предложении: «В моём портфеле лежит  $a$ »?
- б) Какие значения может принимать переменная в предложении: «В школьном буфете продают  $y$ »?

- 2 Может ли переменная  $c$  в предложении: «За ответ ученик получил отметку  $c$ » — принимать значения 3, 4, 5, 6, 0, 24?

- 3 Прочитай предложение: «В нашем классе сегодня  $n$  уроков». Какие значения может принимать переменная  $n$ ?



- 4 В предложении « $t$  вращается вокруг Солнца» переменная  $t$  принимает множество значений {Венера, Земля, Марс, Меркурий, Нептун, Плутон, Сатурн, Уран, Юпитер}. Прочитай это предложение, подставив вместо  $t$  одно из его значений.

- 5 Составь множество значений переменной  $k$  в предложении: «В месяце  $k$  дней».

- 6 Придумай предложение с переменной  $a$ . Какие значения может принимать  $a$ ?



# Выражение с переменной

М 3, ч. 2, урок 24, с. 68

**Задача.** Дима и Саша занимаются теннисом. Дима ходит на занятия 4 дня в неделю, а Саша — на  $x$  дней больше. Сколько раз в неделю занимается теннисом Саша?

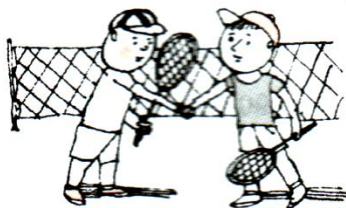
Решением этой задачи является буквенное выражение  $4 + x$  с переменной  $x$ . Так как в неделе 7 дней, то  $x$  может принимать значения 1, 2 и 3.

Подставим в выражение  $4 + x$  вместо  $x$  числа 1, 2 и 3. Получатся числовые выражения  $4 + 1$ ,  $4 + 2$  и  $4 + 3$ , значения которых равны соответственно 5, 6 и 7:

$$x = 1 \quad 4 + x = 4 + 1 = 5$$

$$x = 2 \quad 4 + x = 4 + 2 = 6$$

$$x = 3 \quad 4 + x = 4 + 3 = 7$$



Это значит, что если Саша занимается на 1 раз в неделю больше Димы, то у него в неделю 5 занятий, если на 2 раза больше — то 6 занятий, а если на 3 раза больше — то 7 занятий. Числа 5, 6 и 7 образуют множество значений выражения  $4 + x$ .

Буквенное выражение может содержать также две, три и более переменных. Например, в выражении  $a - b - 15$  две переменные —  $a$  и  $b$ .

**1** Прочитай задачи из списка:

1) У Тани 3 розы и 5 пионов.

Сколько цветков у Тани?

2) У Тани 3 розы и 4 пиона. Сколько цветков у Тани?

3) У Тани 3 розы и 2 пиона. Сколько цветков у Тани?

Составь с помощью переменной  $k$  задачу, которая объединит все три задачи в одну:

У Тани ... розы и ... пионов.

Сколько цветков у Тани?



Что означает выражение  $3 + k$ ? Какие значения может принимать  $k$ ?

# Высказывания

Предложения «Буква М — гласная» и «6 меньше, чем 9» верные. А предложения «Луна — спутник Марса» и «Дважды два равно 9» — неверные. Верные и неверные предложения называют **высказываниями**.

Но есть такие предложения, которые не являются ни верными, ни неверными. Например, «Который час?», «Войдите!». Такие предложения высказываниями не являются.

Предложение «В нашем классе *a* учеников» содержит переменную *a*. При подстановке вместо *a* различных значений получают верные и неверные высказывания. Такие предложения называют **высказываниями с переменной**.

М 3, ч. 2, урок 25, с. 71

## Равенство и неравенство

Высказывания, в записи которых используется знак  $=$ , называются **равенствами**. Как и любые высказывания, равенства могут быть верными и неверными. Например, равенство  $5 \cdot 5 = 25$  верное, а равенство  $x + 4 = 9$  верно при  $x = 5$  и неверно при остальных значениях  $x$ .

Если в записи высказываний используются знаки  $>$  или  $<$ , то их называют **неравенствами**. Неравенства также могут быть верными и неверными. Например, верными являются неравенства:  $15 > 4$ ,  $0 < 7$ . Зато неравенство  $y + 3 > y + 5$  ложно при всех значениях переменной  $y$ .

М 3, ч. 2, урок 26, с. 74

## II. Уточнение понятия «уравнение»

М 3, ч. 2, урок 27, с. 77

Если в равенство, содержащее переменную, подставить какое-нибудь число, то может получиться верное или неверное высказывание. Например, при  $x = 3$  равенство  $x + 2 = 5$  будет верным, а при  $x = 8$  — неверным.

**Уравнением** называют равенство, содержащее переменную, значение которой надо найти.

Значение переменной, при котором из уравнения получается верное равенство, называют **корнем** уравнения.

**Решить уравнение** — значит найти все его корни (или убедиться, что их нет).

Мы уже умеем решать некоторые виды уравнений. Комментируя их решение, обычно проговаривают выполняемые операции с известными компонентами действий, например:



|   |  |  |
|---|--|--|
| 1 | $x + 28 = 53$<br>$x = 53 - 28$<br>$x = 25$   | Неизвестно <b>слагаемое</b> . Чтобы найти неизвестное слагаемое, надо из суммы вычесть известное слагаемое.          |
| 2 | $y - 34 = 26$<br>$y = 26 + 34$<br>$y = 60$   | Неизвестно <b>уменьшаемое</b> . Чтобы найти неизвестное уменьшаемое, надо к разности прибавить вычитаемое.           |
| 3 | $35 - z = 19$<br>$z = 35 - 19$<br>$z = 16$   | Неизвестно <b>вычитаемое</b> . Чтобы найти неизвестное вычитаемое, надо из уменьшаемого вычесть разность.            |
| 4 | $7 \cdot a = 56$<br>$a = 56 : 7$<br>$a = 8$  | Неизвестен <b>множитель</b> . Чтобы найти неизвестный множитель, надо произведение разделить на известный множитель. |
| 5 | $b : 23 = 4$<br>$b = 23 \cdot 4$<br>$b = 92$ | Неизвестно <b>делимое</b> . Чтобы найти неизвестное делимое, надо делитель умножить на частное.                      |
| 6 | $90 : c = 5$<br>$c = 90 : 5$<br>$c = 18$     | Неизвестен <b>делитель</b> . Чтобы найти неизвестный делитель, надо делимое разделить на частное.                    |



### III. Решение составных уравнений

## 1) Уравнения, в которых часть равенства, не содержащая переменную, представлена математическим выражением

**Задача 1.** Найти массу котёнка.

**Решение:**

Составим по рисунку уравнение:

$$x + 2 = 5 + 3$$

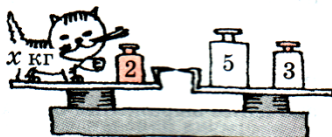
Чтобы найти массу котёнка, надо сначала сосчитать массу гирь на правой чашке весов. Получаем:

$$x + 2 = 8$$

$$x = 8 - 2$$

$$x = 6$$

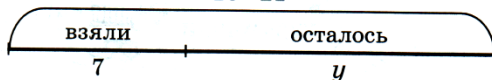
Масса котёнка равна 6 кг.



**Задача 2.** Для класса купили 21 коробку карандашей по 10 штук в каждой коробке. Взяли 7 карандашей. Сколько осталось?

**Решение:**

$$10 \cdot 21$$



Пусть осталось  $y$  карандашей, тогда общее число карандашей равно  $7 + y$  или  $10 \cdot 21$ , значит:

$$7 + y = 10 \cdot 21$$

Значение произведения в правой части равно 210, поэтому:

$$7 + y = 210$$

$$y = 210 - 7$$

$$y = 203$$

Осталось 203 карандаша.



В приведённых примерах решение новых видов уравнений свелось к известным случаям. Для этого понадобилось упростить числовые выражения, стоящие в правой части равенства.

М 3, ч. 2, урок 28, с. 80



## 2) Уравнения, в которых переменная является компонентом математического выражения.

М 3, ч. 2, урок 29, с. 83

Уравнение  $(x + 3) : 8 = 5$  можно решить так:

1. Слева записано частное (последнее действие — деление). Неизвестно делимое  $x + 3$ . Чтобы найти неизвестное делимое, надо делитель умножить на частное.

$$x + 3 = 8 \cdot 5$$

2. Упрощаем правую часть уравнения.

$$x + 3 = 40$$

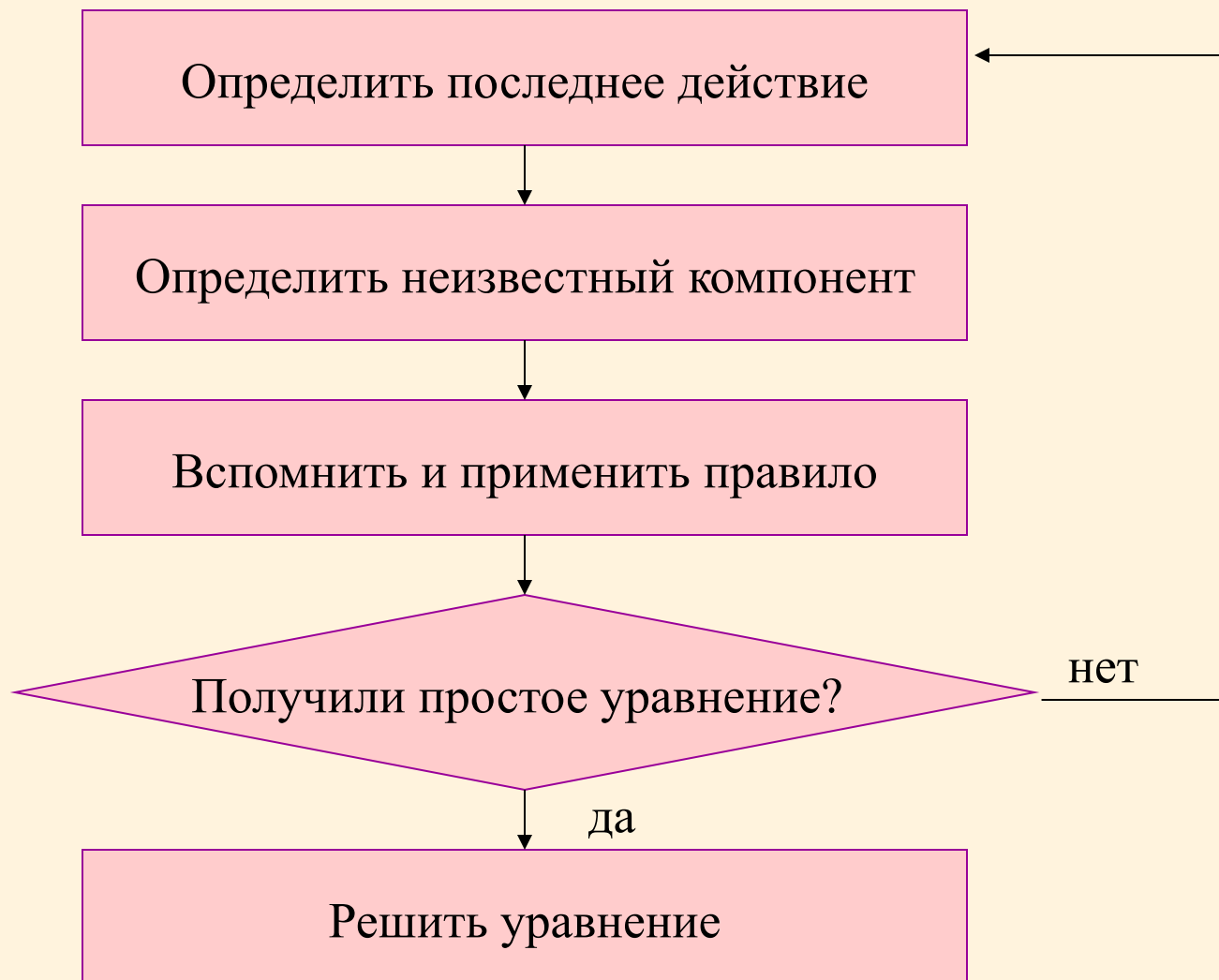
3. Неизвестно слагаемое. Чтобы найти неизвестное слагаемое, надо из суммы вычесть известное слагаемое.

$$x = 40 - 3$$

$$x = 37$$



## Алгоритм решения составного уравнения



### 3) Решение уравнений более сложной структуры:

- увеличение количества действий
- комбинация уравнений 1 и 2 типа
- усложнение числового материала (многозначные числа, *дроби – 4 класс*)

### 4) Использование уравнений при решении задач

4 класс

## Неравенства

- I. Уточнение представлений о равенстве и неравенстве, способах сравнения натуральных чисел и числовых выражений.*
- II. Формирование представлений о решении неравенств и множестве решения неравенства*
- III. Формирование представлений о видах неравенств:*
  - «строгое» и «нестрогое»
  - «двойное»

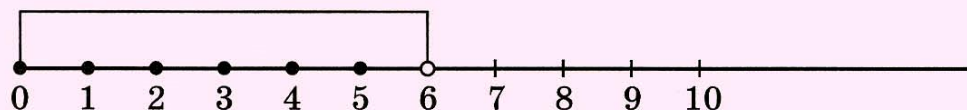
## М 4, ч. 1, урок 1, с. 1

Неравенство  $y < 9$  верно при  $y = 5$  и неверно при  $y = 16$ . Говорят, что число 5 *удовлетворяет* этому неравенству, а число 9 ему *не удовлетворяет*.

Значение переменной, удовлетворяющее неравенству, называется **решением неравенства**. Так, например, число 5 является решением неравенства  $y < 9$ , а число 16 не является решением этого неравенства.

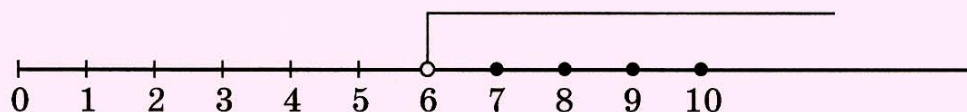
У неравенства может быть несколько решений. Числа 1, 3, 5 являются решениями неравенства  $x < 6$ . Но это не все его решения: кроме них решениями являются числа 0, 2, 4. Если мы напишем числа 0, 1, 2, 3, 4, 5, то получим все решения неравенства  $x < 6$ . Других решений у него нет.

Полный список решений неравенства называют **множеством решений** этого неравенства. Так, множеством решений неравенства  $x < 6$  является множество  $\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ .



Неравенство  $y + 8 < 6$  не имеет ни одного решения. Множество его решений является пустым:  $\emptyset$ .

Решениями неравенства  $z > 6$  являются любые числа, большие 6. Это неравенство имеет бесконечное множество решений:  $\{7, 8, 9, 10, \dots\}$ .





# Знаки $\geq$ (больше или равно) и $\leq$ (меньше или равно)

## 3 УРОК

М 4, ч. 1, урок 3, с. 7

- 1 а) Маленький Артем заплакал. Чтобы его успокоить, Таня сказала: “Я дам тебе конфету или печенье”. Саша сказал: “Я дам тебе конфету и печенье”.

Чем отличаются их высказывания?

- б) Таня и Саша дали Артему по конфете. Кто из них выполнил свое обещание?

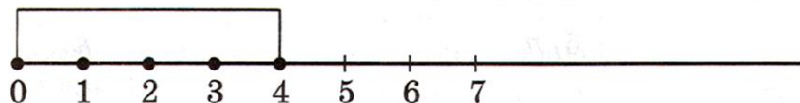


Высказывание, в котором содержатся два условия, объединенные союзом “или”, верно, если выполняется хотя бы одно из этих условий.

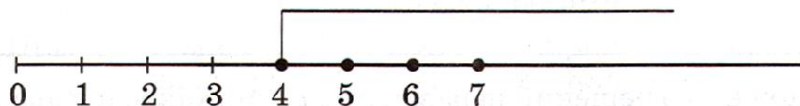
Высказывание “2 меньше или равно 4” можно записать короче:  $2 \leq 4$ . Оно состоит из двух высказываний:  $2 < 4$  и  $2 = 4$ . Так как одно из этих высказываний верно ( $2 < 4$ ), то верно и все высказывание  $2 \leq 4$ .

Высказывание  $4 \leq 4$  также верно, поскольку верно равенство  $4 = 4$ .

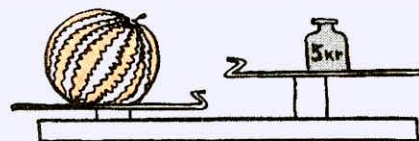
Таким образом, неравенству  $x \leq 4$  удовлетворяют числа от 0 до 4, включая число 4:  $\{0, 1, 2, 3, 4\}$ .



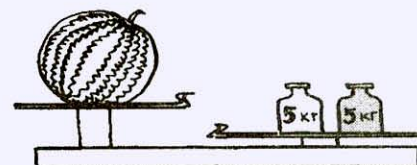
Аналогично решением неравенства  $x \geq 4$  является любое число, большее или равное 4:  $\{4, 5, 6, 7 \dots\}$ .



При взвешивании арбуза оказалось, что он тяжелее одной 5-килограммовой гири, но легче двух таких гирь. Обозначив массу арбуза  $x$  кг, можно записать:



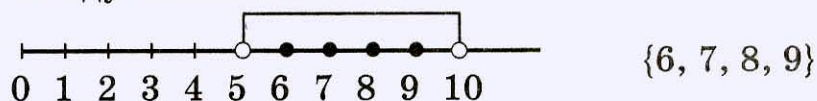
$$5 < x$$



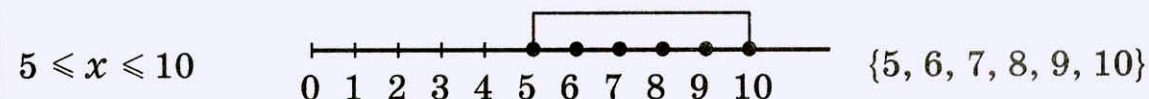
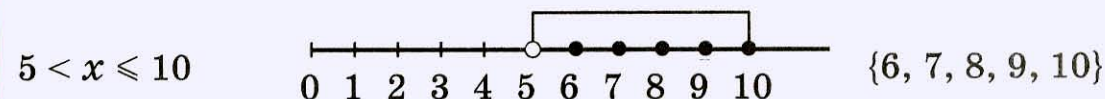
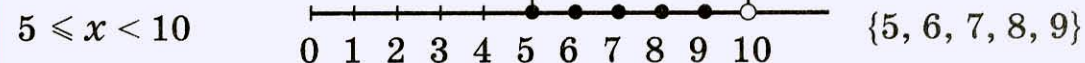
$$x < 10$$

Значит, масса арбуза заключена в промежутке от 5 кг до 10 кг. Вместо двух неравенств  $5 < x$  и  $x < 10$  пишут одно **двойное неравенство**:  $5 < x < 10$ . Его читают так: “ $x$  больше пяти и меньше десяти”.

Решениями неравенства  $5 < x < 10$  являются числа 6, 7, 8 и 9, расположенные между числами 5 и 10:



Если в записи двойного неравенства используется знак  $\leq$ , то множество его решений расширяется, например:

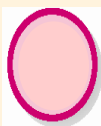


## М 1-4



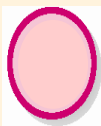
Найди границы, в которых заключены разности:

а)  $\square - \square - \square < 94 - 27 < \square - \square - \square$   
 $\square < 94 - 27 < \square$



Сделай оценку следующих частных:

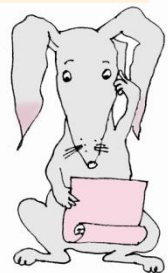
а)  $\square : \square < 847 : 7 < \square : \square$   
 $\square < 847 : 7 < \square$



Докажи, что:

а)  $300 < 15 \cdot 36 < 800$ ;

в)  $2000 < 145 \cdot 29 < 6000$ ;







## **Центр СДП «Школа 2000...» Академии ПК и ППРО РФ**

**Интернет:  
[www.sch2000.ru](http://www.sch2000.ru)  
e-mail: [info@sch2000.ru](mailto:info@sch2000.ru)**

**тел. (495) 797-89-77,  
452-22-33**

**Адрес: 125212 Москва,  
Головинское шоссе, д.8, к.2**



**Приобретение литературы («Ювента»):**

**тел. (495) 796-92-93**