

Международный флешмоб по математике «Задача дня»

5–6 класс

ДОРОЖНЫЙ ИНСПЕКТОР

На рисунке приведена карта города Многодорожный (рисунок 1), состоящего из площадей (на рисунке – круги) и соединяющих их улиц (на рисунке – отрезки). Инспектор хочет проехать по улицам города и проверить состояние дорог на них. В целях экономии времени инспектор не проезжает по улице, которую уже проверил.

Начинать свой маршрут инспектор может с любой площади города и закончить также на любой площади.

А) Покажи, как инспектор может проверить как можно большее число улиц?

Б) Попробуй объяснить, почему большее число дорог проверить не удастся.

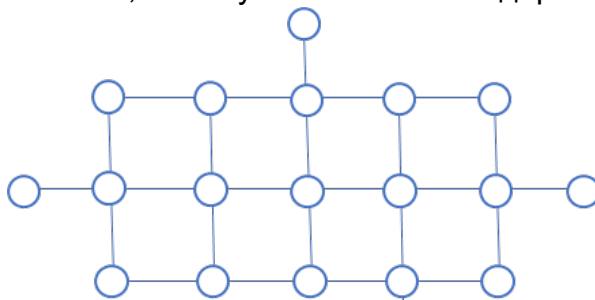


Рис. 1. Карта города

РАЗБОР ЗАДАНИЯ

Наибольшее число улиц, которое удастся проверить – 20. Приведём пример возможного маршрута и докажем, что большее число улиц проверить не удастся.

Внимание! Ход рассуждений ученика может отличаться от изложенного ниже.

Выделим несколько частей(этапов) решения задачи:

Часть 1. Выделение элементарных условий и требований задачи.

Часть 2. Анализ условия задачи.

Часть 3. Пример маршрута дорожного инспектора.

Часть 4. Оценка (доказательство того, что большее число улиц проверить не удастся).

Рассмотрим выполнение каждой части решения.

Часть 1. Выделим элементарные условия и требования задачи. (При решении задачи методом ролей эти действия выполняет **ФОТОГРАФ**.)

Элементарные условия задачи.

- 1) Дана карта города, состоящая из площадей и соединяющих их улиц.
- 2) Инспектор может выбрать маршрут по улицам города, начинающийся и заканчивающийся на каких-то площадях.
- 3) Инспектор не должен проезжать два раза по одной и той же улице. Про площади этого не сказано, а значит инспектор может проезжать по одной площади несколько раз.
- 4) Улицы, по которым инспектору удалось проехать, считаются проверенными.

Требования задачи.

- 1) Придумать вариант маршрута, позволяющий проверить как можно больше улиц.
- 2) Доказать, что большее число улиц проверить не удастся.

(При решении задачи методом ролей план доказательства составляет Навигатор.)

Часть 2. Проведём анализ условия задачи. (При решении задачи методом ролей эти действия выполняет **РАЗВЕДЧИК**.)

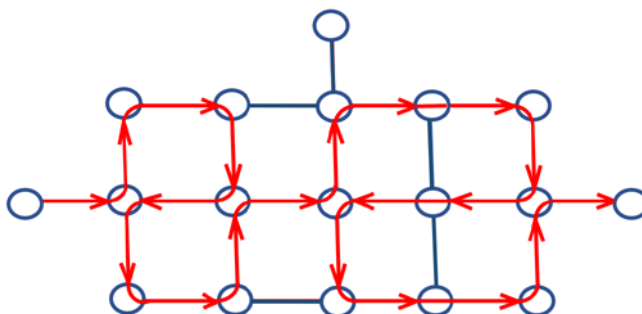
Заметим, что если на площадь ведёт нечётное число улиц (1 или 3), то проверить всех их возможно только в том случае, если эта площадь является началом или концом маршрута.

Часть 3. Приведём **пример** маршрут, который позволяет проверить 20 улиц.

Внимание! Ученики не должны объяснять в решении, как они получили подходящий пример. Мы приведем **один возможный пример** и пояснение, почему он подходит. Существуют и другие примеры. Отдельно мы их не приводим, но каждый из них можно проверить на **соответствие условиям задачи** при помощи слайда 24 презентации.

(При решении задачи методом ролей проверку решения выполняет **ЭКСПЕРТ**.)

Приведем один возможный пример, как может проходить маршрут, позволяющий проверить 20 улиц.



Маршрут ни разу не проходит по одной улице дважды, а значит такой маршрут возможен.

Часть 4. Приведём оценку (доказательство того, что большее число улиц проверить не удастся).

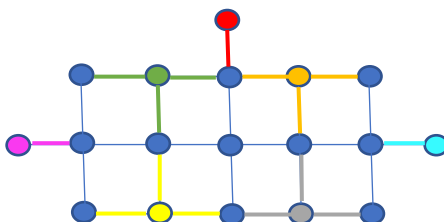
Приведем два возможных способа доказательства.

1-й способ доказательства

Всего на карте 25 улиц. Покажем, что оставить непроверенными меньше 5 улиц не получится.

Заметим, что если на площадь ведёт только одна улица, то проверить эту улицу можно, только если маршрут начинается или заканчивается на указанной площади. Аналогично, если на площадь ведут три улицы, то проверить все эти улицы можно, только если маршрут начинается или заканчивается на указанной площади.

Выделим из всех площадей и улиц 7 непересекающихся групп так, как это показано на рисунке (каждая из групп покрашена в свой цвет):

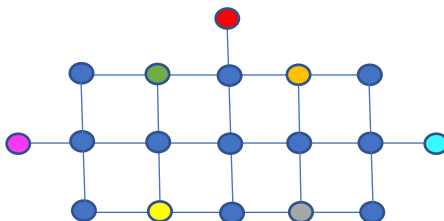


В каждой группе находится площадь и нечётное количество улиц, ведущих на эту площадь. Тогда каждая из выделенных площадей либо является началом или концом маршрута, либо из неё выходит хотя бы одна улица, которая оказалась не проверена.

Началом и концом маршрута могут быть максимум две площади, а значит не менее чем в 5 группах есть дорога, которую инспектор не смог проверить. Таким образом, как минимум 5 дорог останутся непроверенными.

2-й способ доказательства

Представим карту города в виде графа, вершинами которого являются площади, а рёбрами – улицы. Выделим в графе 7 вершин нечётной степени так, что никакие две из них не соединены ребром (обозначены цветом на рисунке):



Если путь в графе проходит по всем рёбрам, выходящим из вершины, имеющей нечётную степень, то эта вершина является началом или концом пути. Всего таких вершин 7, а значит хотя бы 5 из них началом или концом пути не являются, откуда следует, что хотя бы 5 рёбер не будут входить в построенный путь.

Значит, как минимум 5 улиц проверить не удастся. Так как всего улиц 25, то проверить удастся не более $25 - 5 = 20$ улиц.

Желаем успехов!

Делитесь своими фотографиями и видеороликами в соцсетях!