

Занятие 14. Схема помогает! (Задачи на движение)

Учебное содержание

Предметные цели

1. Развить представления о математических моделях, применяемых в задачах на движение.
2. Познакомить с приемом изображения скоростей движения в условных единицах за равные промежутки времени.
3. Сформировать представления о пропорциональности величин.

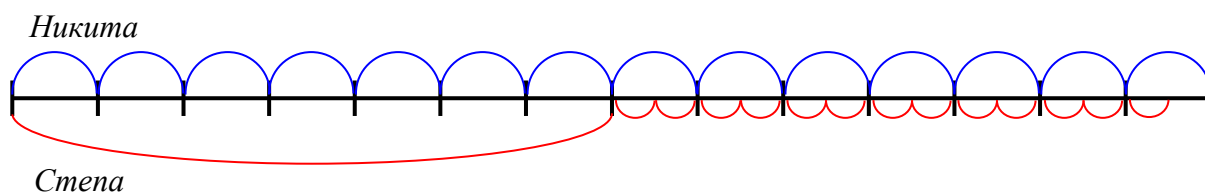
Задача-ключ



Одноклассники Никита и Степа живут в одном подъезде. Однажды они выехали в школу на велосипедах в одно время по одному маршруту. Никита ехал не спеша, а Степа торопился и ехал в семь раз быстрее Никиты. Ровно на половине пути велосипед сломался, и Степе пришлось идти до школы пешком. При этом Степа шел в два раза медленнее, чем ехал Никита. Кто из мальчиков раньше добрался до школы?

Решение

Изобразим схему. Так как Степа первую половину пути ехал в 7 раз быстрее, чем Никита, то удобно разделить весь путь на НОК $(2, 7) = 14$ единичных отрезков (при этом весь путь изобразить, например, в виде отрезка длиной 14 см). Тогда Никита будет за каждый промежуток времени проходить по схеме 1 см (2 кл.), а Степа после поломки велосипеда — отрезок в 0,5 см (1 кл.).



Будем отмечать на схеме отрезки пути, пройденные мальчиками за одинаковые промежутки времени (равные времени, за которое Степа проехал половину пути). Всего пройдет 14 промежутков времени до тех пор, пока Никита не доберется до школы. За эти 14 промежутков времени Степа не успеет добраться до школы. Значит, Никита придет в школу первым.

Ответ: Никита.

Советы по решению задач на движение

1. Помочь решить задачу на движение с неизвестными расстояниями может помочь **схема** с единичными отрезками.
2. Отрезок удобно делить на столько частей (единичных отрезков), чтобы каждый участник движения проходил **целое** число частей за единицу времени.

Вопросы для построения подводящего диалога

1. Задана ли в задаче связь между скоростями участников движения?
2. Какое время можно выбрать в качестве единицы времени?

3. Сколько единичных отрезков на схеме можно взять, чтобы каждый участник движения проходил целое число единичных отрезков за единицу времени?

Как проверить

Можно подставить в условие конкретные подходящие расстояния, времена и скорости.

Основные задания

1. Кузнечики (3 мин)

Два кузнечика — Феофан и Серафим — сидят в начале координатного луча. Они решили провести состязание: кто из них допрыгает до точки K с координатой 24 и вернется обратно в начало луча первым. Феофан может прыгнуть на 6 единиц за один прыжок, а Серафим — только на 4 единицы. Зато Серафим успевает сделать три прыжка за то время, за которое Феофан делает два прыжка. Кто победит в этом состязании?

Подсказка

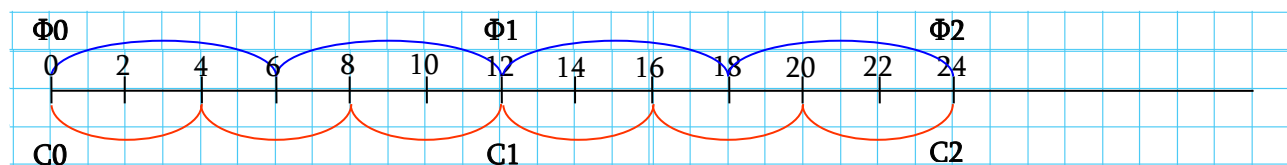
Сколько прыжков потребуется Феофану на всю дистанцию? А Серафиму?

Решение

1-й способ (арифметический)

- 1) $24 \cdot 2 = 48$ (ед.) — длина дистанции
- 2) $48 : 6 = 8$ (пр.) — сделает Феофан
- 3) $48 : 4 = 12$ (пр.) — сделает Серафим
- 4) $8 : 2 \cdot 3 = 12$ (пр.) — делает Серафим, пока Феофан проходит дистанцию.
- 5) $12 = 12$. Значит, кузнечики прискачат к финишу одновременно.

2-й способ (графический)



По схеме видно, что Серафим и Феофан пройдут путь одновременно.

Ответ: будет ничья.

2. Догнать и перегнать! (4 мин)

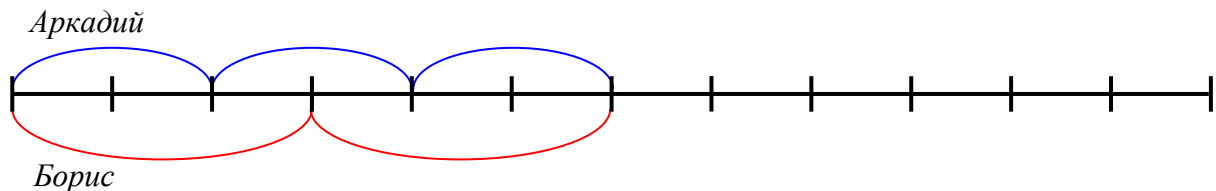
Улитки Аркадий и Борис сидят на одном краю бревна. Они решили доползти до другого края этого бревна. Аркадий, двигаясь с постоянной скоростью, может преодолеть всё данное расстояние за 1 ч, а Борис — за 40 мин. Борис стартовал позже Аркадия на 10 мин. Успеет ли он догнать Аркадия? Если да, то через сколько минут после своего старта?

Подсказка

Какую часть пути проползает каждая улитка за 10 мин? Каким количеством клеток удобно изобразить путь?

Решение

Аркадий проползает за 10 минут $1/6$ всего пути, а Борис — $1/4$ пути. $\text{НОК}(4, 6) = 12$. Изобразим бревно длиной в 12:



Тогда за 10 мин Аркадий проползает 2 единичных отрезка, а Борис — 3 единичных отрезка. У Аркадия «десятиминутных» отрезков на один больше. Значит, улитки встретятся через 20 мин после старта Бориса.

Запись на доске и в рабочей тетради

А за 10 минут — $1/6$ пути; Б за 10 минут — $1/4$ пути.

$1/6 + 1/6 + 1/6 = 1/2 = 1/4 + 1/4$. Борис догонит Аркадия на середине пути. Пройдет 20 минут.

Ответ: да, через 20 минут.

3. Встреча (4 мин)

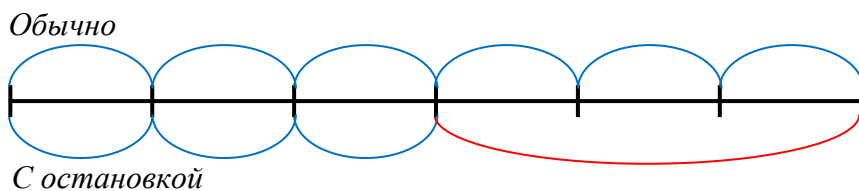
Аня всегда ходит от дома до школы с одной скоростью по одному маршруту. Однажды в середине пути от дома до школы она встретила подружку Катю, с которой они, стоя у светофора, проболтали 6 минут. Оставшуюся часть пути Аня шла со скоростью, втрое большей обычной. В итоге оказалось, что на путь от дома до школы Аня потратила такое же время, как обычно. Сколько времени Аня обычно тратит на путь от дома до школы?

Подсказка

Изобрази схему с 6 единичными отрезками.

Решение

Разделим каждую половину пути на 3 равных отрезка и покажем обычный маршрут Ани и маршрут с остановкой:



По условию задачи Аня проходит все указанные на схеме промежутки за одинаковое время. При этом время в пути с остановкой на 6 минут меньше, чем без остановки, а это соответствует двум промежуткам. Значит, один промежуток Аня проходит за 3 минуты, а весь путь — за $3 \cdot 6 = 18$ мин.

Ответ: 18 минут.

4. Прогулка по Москве (5 мин)

Мама, дочка и сын гуляют по Москве. Пока мама делает 5 шагов, дочка успевает сделать 7 шагов. Пока дочка делает 5 шагов, сын успевает сделать 7 шагов. С момента выхода из дома мама с дочкой вместе успели сделать 600 шагов. Сколько шагов сделал сын за это время?

Подсказка

Какое число шагов должна сделать дочка, чтобы мама и сын за это время сделали целое число шагов?

Решение

$\text{НОК}(5, 7) = 35$. 35 — это 5 блоков по 7 шагов, а также 7 блоков по 5 шагов.

III ступень. Занятие 14. Задачи на движение

- 1) $5 \cdot 5 = 25$ (ш.) — делает мама, пока дочка делает 35 шагов
- 2) $7 \cdot 7 = 49$ (ш.) — делает сын, пока дочка делает 35 шагов
- 3) $25 + 35 = 60$ (ш.) — делают мама с дочкой, пока сын делает 49 шагов
- 4) $600 : 60 = 10$ (р.) — во столько раз больше, чем 60 шагов, сделали мама и дочка
- 5) $49 \cdot 10 = 490$ (ш.)

Ответ: 490 шагов.

Тренировочные задания

1т. Кузнечики

Два кузнечика — Федя и его младший брат Саша — решили устроить состязание на координатном луче. Оба они стартовали из точки К с координатой 18. Федя может прыгнуть на 6 единиц за один прыжок, а Саша — только на 2 единицы. Зато Саша успевает сделать 3 прыжка за то время, за которое Федя делает 2 прыжка. Феде нужно допрыгать до начала луча и вернуться в К, а Саше — до точки с координатой 28 и вернуться в К. Кто победит в этом состязании?

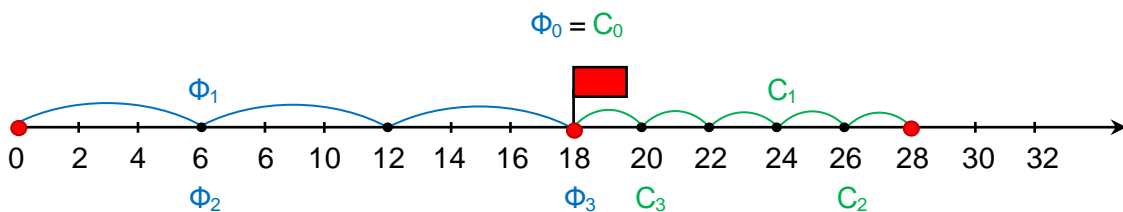
Решение

1-й способ (арифметический)

- 1) $18 \cdot 2 = 36$ (ед.) — длина дистанции Феде
- 2) $36 : 6 = 6$ (пр.) — всего нужно сделать Феде от старта до финиша
- 3) $(28 - 18) \cdot 2 = 20$ (ед.) — длина дистанции Саши
- 4) $20 : 2 = 10$ (пр.) — всего нужно сделать Саше от старта до финиша
- 5) $6 : 2 = 3$ — пар прыжков Феде и троек прыжков Саши на всей дистанции
- 6) $3 \cdot 3 = 9$ (пр.) — сделает Саша, пока Федя проходит дистанцию 1
- 7) $10 > 9$. Значит, Федя победит.

2-й способ (графический)

Отметим на схеме положение Феде (Ф) и Саши (С) в одинаковые моменты времени под одинаковыми цифрами (Ф₀ и С₀, Ф₁ и С₁, и так далее).



По схеме видим, что когда Федя вернется в точку 18 (Ф₃), Саша успеет доскакать только до точки 20 (С₃). Значит, Федя пройдет дистанцию быстрее Саши.

Ответ: Федя.

2т. Встречные маршруты

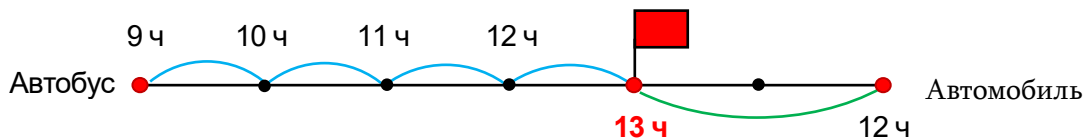
По трассе Казань — Йошкар-Ола из Казани в 9 часов утра выехал автобус, который двигался с постоянной скоростью и прибыл в Йошкар-Олу в 15 часов дня. В 12 дня из Йошкар-Олы по той же

III ступень. Занятие 14. Задачи на движение

дороге выехал автомобиль, который также двигался с постоянной скоростью, и прибыл в Казань в 15 часов дня. В котором часу автобус и автомобиль встретились?

Решение

- 1) $16 - 10 = 6$ (ч.) — был в пути автобус
- 2) $15 - 12 = 3$ (ч.) — был в пути автомобиль
- 3) $6 : 3 = 2$ (р.) — автомобиль быстрее автобуса



Отметим положение автобуса (сверху) и автомобиля (снизу) через каждый час, начиная с 9 ч. Встреча произойдёт в 13 ч.

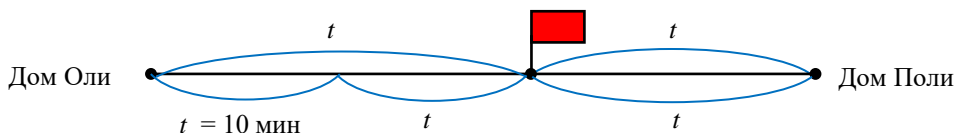
Ответ: в 13 часов.

3т. Туда и обратно (5 мин)

Оля ходила к Поле в гости. По возвращении домой Оля заметила, что забыла в гостях зонтик. Девочки договорились пойти друг другу навстречу. Они вышли одновременно. После их встречи и возвращения зонтика Поля пошла домой с той же скоростью, а Оля — в два раза медленнее, чем до встречи. В итоге Поля пришла домой на 10 минут раньше, чем Оля. Сколько всего времени ходила Оля за зонтиком и обратно?

Решение

Пусть t мин — время в пути до встречи Поли и Оли, тогда на обратный путь Поля затратила тоже t мин, а Оля — $2t$ мин (она шла в 2 раза медленнее).



Поля пришла домой на 10 мин раньше Оли $\Rightarrow t = 10$ мин.

Значит, всего Оля ходила $10 + 10 \cdot 2 = 30$ мин.

Ответ: 30 минут.

Замечание

Решение показывает, что ответ в задаче не зависит от соотношения скоростей Оли и Поли.

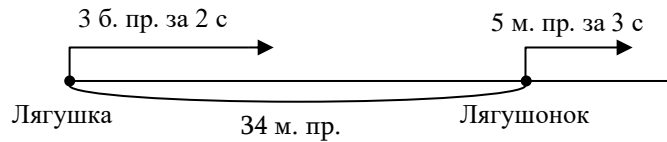
4т. Догонялки

Лягушка делает три прыжка за 2 с, а лягушонок — пять прыжков за 3 с. При этом длина прыжка лягушонка в 3 раза меньше, чем длина прыжка лягушки. Лягушонок отпрыгнул от лягушки на 34 прыжка по прямой в одном направлении, после чего лягушка начала его догонять. Через какое время лягушка догонит лягушонка?

III ступень. Занятие 14. Задачи на движение

Решение

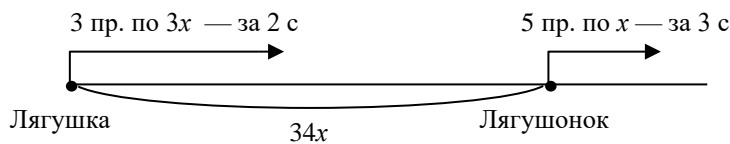
1-й способ (арифметический)



- 1) $3 \cdot 3 = 9$ (м. пр.) — делает лягушка за 2 с
- 2) $9 \cdot 3 = 27$ (м. пр.) — делает лягушка за 6 с
- 3) $5 \cdot 2 = 10$ (м. пр.) — делает лягушонок за 6 с
- 4) $27 - 10 = 17$ (м. пр.) — догоняет лягушка за 6 с
- 5) $34 : 17 = 2$ (р.) — по 6 с потребуется лягушке, чтобы догнать лягушонка
- 6) $6 \cdot 2 = 12$ (с)

2-й способ (введение переменной)

Пусть x — длина прыжка Лягушонка, а $3x$ — длина прыжка Лягушки (Л)



- 1) $(5x) \cdot 2 = 10x$ — путь лягушонка за 6 с
- 2) $(3x \cdot 3) \cdot 3 = 27x$ — путь лягушки за 6 с
- 3) $27x - 10x = 17x$ — догоняет лягушка за 6 с
- 4) $(34x) : (17x) = 2$ (раза) — по 6 с потребуется лягушке, чтобы догнать лягушонка
- 5) $6 \cdot 2 = 12$ (с)

Ответ: через 12 секунд.

Дополнительные задания

5. Бег по кругу

По круговой трассе длиной 400 м из одной точки старта в одном направлении выбежали три спортсмена. Скорость первого бегуна равна 12 км/ч, второго — 15 км/ч, а третьего — 21 км/ч. Через какое время все трое вновь встретятся?

Подсказка

Сначала определи, как часто встречаются первый и второй бегун.

Решение

- 1) $15 - 12 = 3$ (км/ч) — скорость удаления 1-го и 2-го
- 2) $3 \text{ км/ч} = 3000 \text{ м/ч} = 50 \text{ м/мин}$
- 3) $400 : 50 = 8$ (мин) — время встречи 1-го и 2-го
- 4) $21 - 15 = 6$ (км/ч) — скорость удаления 2-го и третьего
- 5) $6 \text{ км/ч} = 6000 \text{ м/ч} = 100 \text{ м/мин}$
- 6) $400 : 100 = 4$ (мин) — время встречи 2-го и 3-го \Rightarrow Через 8 минут все трое впервые встретятся (НОК для 8 мин и 4 мин).

Ответ: через 8 минут.