ИГРА 3 К ЗАНЯТИЯМ 9–12. ПОБЕГ.

Учебное содержание

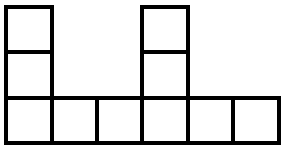
Предметные цели

1. Тренировать знания и умения, полученные на занятиях №№9 – 12 «Математического театра».

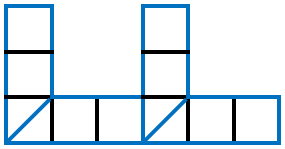
Задания и решения[1]

Задача 1.1

Разрежь изображенную на рисунке фигуру на 4 равные части.



Решение.



Путь к решению.

Заметим, что фигура легко разбивается на два одинаковых уголка из пяти клеток. Разобьем затем каждый из уголков на две равные фигуры и получим искомое разбиение на 4 равные части.

Задача 1.2

Андрей посчитал сумму чисел от 1 до 100 и выписал полученное число на доску. Иван сложил числа от 5 до 105 и тоже выписал результат на доску. Затем Алена посчитала сумму чисел от 10 до 115 и выписала итог на доску. Сколько нечетных чисел оказалось на доске?

Решение.

1) Среди чисел от 1 до 100 есть 50 четных и 50 нечетных чисел. Так как в сумме четное количество нечетных чисел, значит, сумма будет четной.

2) Всего Иван выписал 105 – 5 + 1 = 101 число. Нечетные и четные числа чередуются, и, так как начинается цепочка с нечетного числа и заканчивается нечетным, то нечетных чисел на одно больше. Тогда нечетных чисел: (101 + 1) : 2 = 51 (ч.). Так как в сумме нечетное количество нечетных чисел, значит, сумма будет нечетной.

3) Всего Алена выписала 115 – 10 + 1 = 106 чисел. Нечетные и четные числа чередуются, и, так как начинается цепочка с четного числа, а заканчивается нечетным, то нечетных и четных чисел поровну. Тогда нечетных чисел: 106 : 2 = 53 (ч.). Так как в сумме нечетное количество нечетных чисел, значит, сумма будет нечетной.

Таким образом, на доске выписано два нечетных числа.

Ответ. 2 числа.

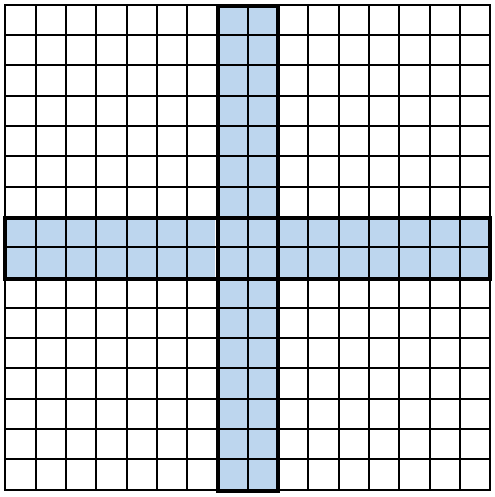
© НОУ ДПО «Институт системно-деятельностной педагогики», www.peterson.institute

Задача 1.3

Вася закрасил два центральных столбца и две центральные строки на клетчатой доске 16×16. Сколько всего клеток оказалось закрашено?

Решение.

1-*й способ (метод разбиения на группы)*



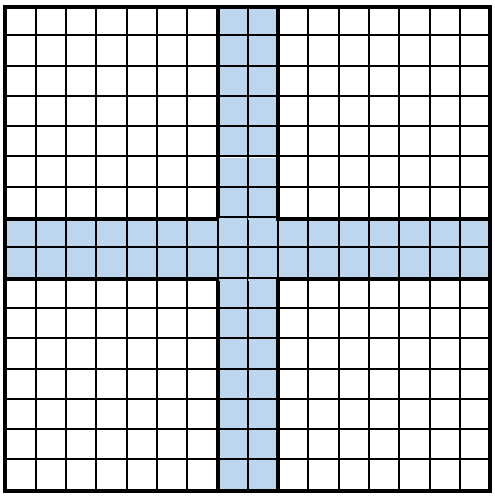
Для упрощения счета разрежем область с закрашенными клетками на части так, как показано на рисунке:

Длина каждого прямоугольника равна 7 кл., а ширина — 2 кл. Значит, общее количество клеток, занятых прямоугольниками: $(7 \cdot 2) \cdot 4 = 56$ (кл.).

В центр расположен квадрат со стороной 2 кл, значит его площадь равна $2 \cdot 2 = 4$ (кл.).

Тогда общее количество закрашенных клеток: $56 + 4 = 60$ (кл.).

2-*й способ (метод дополнения)*



Используем **метод дополнения** для упрощения счета. Заметим, что количество закрашенных клеток равно разности общего количества клеток доски 16 × 16 и количества клеток в четырех незакрашенных квадратах 7 × 7. Тогда количество закрашенных клеток равно:

$16 \cdot 16 - 4 \cdot 7 \cdot 7 = 256 - 196 = 60$ (кл.).

Ответ: 60 клеток.

Задача 1.4

Вася забыл цифровой пароль от своего телефона. Он помнит, что в пароле есть четыре цифры «1» и то ли три, то ли четыре цифры «2». Еще Вася помнит, что единицы и двойки в пароле чередуются. Напиши все возможные варианты пароля от телефона Васи.

Решение.

Если цифр «2» было три штуки, то чередование возможно, только если пароль начинается с «1» и заканчивается на «1». Получаем число 1212121.

Если цифр «2» было четыре штуки, то пароль мог начинаться, как с «1», так и с «2». Получаем числа 12121212 и 21212121.

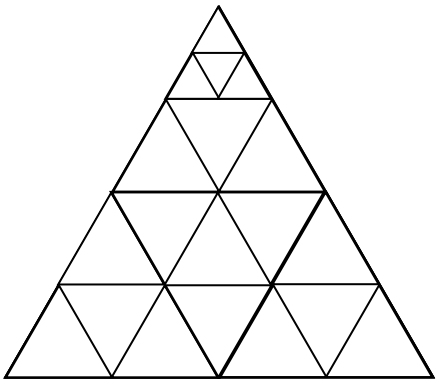
Ответ. 1212121, 12121212, 21212121.

Задача 2.1

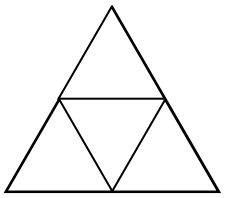
Покажи, как можно разрезать правильный треугольник (у которого все стороны одинаковые) ровно на 19 правильных треугольников (не обязательно одинаковых).

© НОУ ДПО «Институт системно-деятельностной педагогики», www.peterson.institute

Решение.
См. пример. (Возможны и другие примеры.)



Путь к решению.
Изначально у нас есть один правильный треугольник. Разобьем его на 4 правильных треугольника, как на рисунке. Таким образом мы увеличили количество треугольников на 3.



Теперь будет последовательно выбирать любой из имеющихся на картинке треугольников и разбивать его на 4 правильных треугольника. Таким образом каждое разбиение будет увеличивать количество треугольников на 3. Тогда через 6 таких разбиений мы получим:

$1 + 3 \cdot 6 = 1 + 18 = 19$ (треуг.)

Задача 2.2

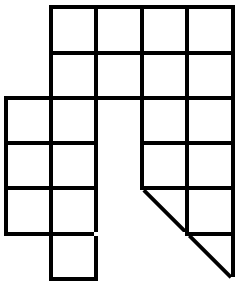
По кругу выложены несколько монет, причем некоторые лежат вверх орлом, а некоторые – решкой. Известно, что для каждой монеты две соседние с ней монеты лежат одинаковой стороной вверх. Всего вверх орлом лежит 7 монет. А сколько монет лежит вверх решкой?

Решение.
Посмотрим на любую монету, лежащую решкой вверх, у которой одна из соседних монет лежит вверх орлом (такая монета точно есть, так как есть монеты обоих видов). Тогда и второй сосед этой монеты лежит вверх орлом. Но оставшиеся соседи этих двух монет снова будут лежать вверх решкой. И так далее, монеты, лежащие вверх орлом и вверх решкой, будут чередоваться. Так как монеты лежат по кругу и чередуются, то монет, лежащих решкой вверх, будет столько же, сколько монет, лежащих орлом вверх, а значит их будет 7.

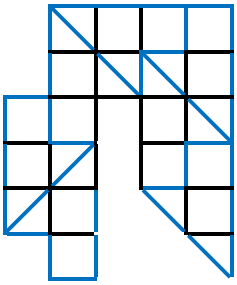
Ответ. 7 монет.

Задача 2.3

У купца есть участок земли необычной формы. Как ему разделить имеющуюся землю между семью своими сыновьями так, чтобы все части оказались равными и по размеру, и по форме?



Решение.



© НОУ ДПО «Институт системно-деятельностной педагогики», www.peterson.institute

Задача 2.4

Делегацию с острова рыцарей и лжецов привезли на экскурсию в зоопарк. Им показали несколько вольеров, в каждом из которых сидело несколько обезьян. После мероприятия трое из гостей решили рассказать об увиденном:

А: В пяти вольерах сидело по 3 обезьяны, а в остальных – в два раза больше.

Б: В некоторых вольерах сидело по 2 обезьяны, а в остальных – в два раза больше.

В: Во всех вольерах вместе сидело четное число обезьян.

Установи, кто из персонажей А, Б и В лжец, а кто рыцарь, если известно, что лжец среди них ровно один.

Решение.

Посмотрим на общее количество обезьян во всех вольерах.

Если А говорит правду, то всего обезьян: 5 · 3 + ? · 10 = Н + Ч = Н (нечетное число обезьян).

Если Б говорит правду, то всего обезьян: ? · 2 + ? · 4 = Ч + Ч = Ч (четное число обезьян).

Если В говорит правду, то всего в вольерах сидело четное число обезьян.

Так как лжец всего один, то обезьян не может быть нечетное число, иначе Б и В оба говорят неправду. Значит обезьян четное число, тогда Б и В говорят правду (они рыцари) и А лжет (он лжец).

Ответ: А – лжец, Б – рыцарь, В – рыцарь.

Задача 3.1

Путник купил на базаре новые сапоги стоимость 39 динаров. Известно, что он расплатился за покупку шестью монетами, причем несколько из них было номиналом 8 динаров, а все оставшиеся монеты были одинаковые. Какого номинала были оставшиеся монеты?

Решение.

Если монет номиналом 8 динаров было хотя бы пять, то путник отдал бы не меньше 5 · 8 = 40 динаров, но сапоги стоили всего 39 динаров. Значит, монет номиналом 8 динаров было не больше четырех.

Заметим, что любое количество монет номиналом 8 динаров даст нам в итоге четную сумму, а 39 – нечетное число. Значит оставшихся монет было нечетное число, и их номинал тоже нечетный. Тогда монет номиналом 8 динаров было 6 – Н = Н штук.

Если была всего 1 монета номиналом 8 динаров, то на оставшиеся пять монет пришлась сумма в 39 – 1 · 8 = 31 динар. Но 31 динар нельзя набрать пятью одинаковыми монетами.

Если было три монеты номиналом 8 динаров, то на оставшиеся три монеты пришлась сумма в 39 – 3 · 8 = 15 динаров. Тогда номинал оставшихся монет: 15 : 3 = 5 динаров.

Ответ: 5 динаров.

Задача 3.2

Рыцари Палет, Арчет и Форвет выехали из замка на стрельбища, причем Палет ехал первый, а Форвет – последний. По дороге рыцари решили скакать наперегонки, причем, если один рыцарь обгонял другого, то они обменивались ленточками со своих шлемов. За время скачек Палет обменялся ленточками 10 раз, а Форвет – 6 раз. В каком порядке рыцари приехали на стрельбище, если известно, что Арчет прискакал раньше Палета?

Решение.

© НОУ ДПО «Институт системно-деятельностной педагогики», www.peterson.institute

Посмотрим на любых двух рыцарей и будем следить за их порядком в зависимости от того, сколько раз они поменялись между собой ленточками. Если один из рыцарей обгоняет другого, то они меняются ленточками, и их порядок становится другим. Когда они обменяются ленточками во второй раз, их порядок станет прежним. Если обменяются в третий раз, порядок снова изменится на противоположный, и так далее. Таким образом порядок двух рыцарей относительно друг друга чередуется по ходу обмена ленточками.

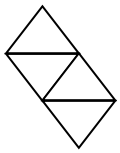
Получаем, что если два рыцаря обменивались ленточками нечетное число раз, то их порядок в итоге поменялся, а если четное число раз – то нет.

Палет и Арчет в итоге поменялись местами, значит они обменялись ленточками нечетное число раз. Всего Палет обменялся ленточками 10 раз, из них нечетное число раз – с Арчетом. Но 10 – Н = Н, а значит Палет с Форветом обменялись ленточками тоже нечетное число раз. Значит их порядок тоже поменялся. Значит Палета обогнали и Арчет, и Форвет. Тогда Палет приехал третьим.

Форвет всего обменялся ленточками 6 раз, из них нечетное число раз – с Палетом. Но 6 – Н = Н, а значит Форвет с Арчетом обменялся ленточками тоже нечетное число раз. Тогда в итоге их порядок поменялся. Значит Форвет обогнал и Арчета, и Палета. Тогда он приехал первым, а Арчет – вторым.

Ответ: Форвет – первый, Арчет – второй, Палет – третий.

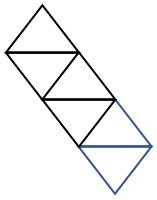
Задача 3.3



На рисунке показан выложенный из палочек узор из двух ромбов с перекладинами. Затем узор продолжили, чтобы получилось 15 ромбов. Сколько палочек понадобилось для этого?

Решение.

1-й способ (последовательное конструирование)



Добавим к двум имеющимся ромбам еще один. Для этого понадобится еще четыре палочки (одна палочка уже есть, это общая палочка двух ромбов). Так как на первые два ромба понадобится 9 палочек, а после этого нужно добавить еще 15 – 2 = 13 ромбов, то всего палочек понадобится:

$9 + 4 \cdot 13 = 9 + 52 = 61$ (пал.)

2-й способ (подсчет)

Каждый ромб состоит из 5 палочек. У каждых двух соседних ромбов одна палочка общая. Всего есть 14 мест соединения ромбов, значит общих палочек будет 14. Тогда всего палочек:

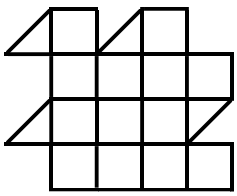
$5 \cdot 15 – 14 = 75 – 14 = 61$ (пал.).

(В произведении $5 \cdot 15$ каждая общая палочка двух ромбов учтена дважды, поэтому нужно вычесть лишнее.)

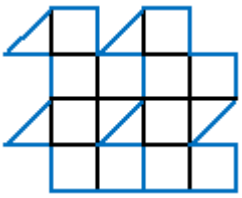
Ответ. 61 палочка.

Задача 3.4

Разрежь изображенную на рисунке фигуру на 2 равные части.



Решение:



© НОУ ДПО «Институт системно-деятельностной педагогики», www.peterson.institute