

# ЗАНЯТИЕ 7. СМОТРИ!

## Учебное содержание

### Предметные цели

1. Познакомить с приемами использования чертежей для решения нестандартных арифметических задач<sup>1</sup> и сформировать умение использовать их на практике.
2. Познакомить со взаимосвязью между числом разрезов и частей при делении отрезка и окружности.

### Задача-ключ



Перед тобой рулет с вишневой начинкой и круглый кекс с дыркой посередине. Сколько разрезов нужно сделать, чтобы разделить рулет на 8 частей? А чтобы разделить кекс на столько же частей? Заполни таблицу, найди и обоснуй закономерность.

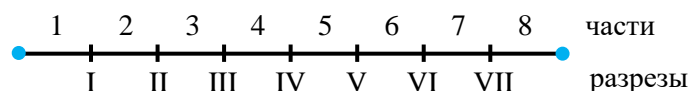


Количество разрезов	0	1	2	3	4	5	6	7	8	...	$a$
Количество частей рулета										...	
Количество частей кекса										...	

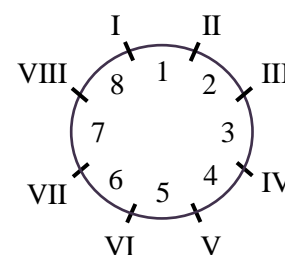
### Решение

Рулет можно схематично изобразить в виде отрезка, а кекс — в виде окружности. Изобразим и посчитаем разрезы на этих фигурах (арабскими цифрами отмечены части, а римскими — разрезы):

Рулет



Кекс



Заполним таблицу и проанализируем, как связаны между собой количество разрезов и частей на обоих сладостях:

Количество разрезов	0	1	2	3	4	5	6	7	8	...	$a$
Количество частей на рулете	1	2	3	4	5	6	7	8	9	...	$a$
Количество частей на кексе	1	1	2	3	4	5	6	7	8	...	$a + 1$

**Предположение (гипотеза).** Если на несколько частей разрезается рулет, то частей на одну больше, чем разрезов, а если кекс — то частей столько же, сколько разрезов.

**Устное обоснование.** При каждом разрезании рулета (отрезка) одна из частей разделяется на две. Значит, число частей и число разрезов увеличивается на 1. Поэтому разница между ними не меняется и всегда равна начальной:  $2 - 1 = 1$ . Следовательно, число частей при разрезании отрезка всегда на 1 больше, чем разрезов.

<sup>1</sup> При решении задач, рассматриваемых в занятии, может встречаться так называемый эффект «плюс-минус один». Это ошибка в ответе на единицу, возникающая из-за особенностей мышления школьников. Такой эффект проявляется, например, при подсчете количества натуральных чисел на отрезке от 5 до 10: «может показаться», что на этом отрезке 5 чисел, хотя на самом деле их 6. Это легко проверить, выписав ряд чисел или изобразив схему на числовом луче. Данный эффект будет подробнее исследован в 4 классе.

## Занятие 7. Смотри!

После первого разреза кекса (окружности) число разрезов и число частей равно 1, а затем каждый разрез добавляет одну часть. Значит, разница между ними сохраняется и равна  $1 - 1 = 0$ . Поэтому при разрезании окружности число частей равно числу разрезов.

**Ответ:** на рулете нужно сделать 7 разрезов, а на кексе — 8; таблица — в решении.

### Советы по решению задач с помощью чертежа

1. Чтобы лучше понять задачу, ее условие можно представить в виде **чертежа**.
2. Если **отрезок** разрезается на несколько частей, то частей **на одну больше**, чем разрезов.
3. Если **окружность** разрезается на несколько частей, то частей **столько же**, сколько и разрезов.

### Вопросы для построения подводящего диалога

1. Какие объекты из условия задачи полезно нарисовать?
2. Как удобно изображать эти объекты: отрезками, окружностями, прямоугольниками или каким-то другим образом?
3. Какие условия можно отметить на рисунке? Как это лучше сделать?
4. Что можно заметить по рисунку?

### Как проверить

Чтобы убедиться, что чертеж для некоторого процесса верен, полезно его проверить на нескольких простых частных случаях.

### Основные задания

#### 1. Мистер Твистер

Мистер Твистер начинает работу в 7 ч утра и заканчивает в 7 ч вечера. В самом начале работы он съедает яблоко<sup>1</sup>, и дальше ест их через равные промежутки времени. За весь рабочий день он успевает съесть 5 яблок, причем последнее — прямо перед уходом. Через сколько времени Твистер съедает яблоко?

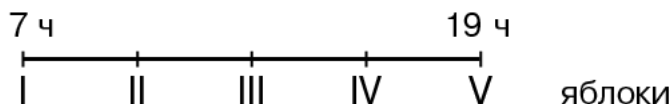
#### Подсказка

Попробуй изобразить данные задачи на рисунке.

#### Решение

Рабочий день мистера Твистера длится 12 часов. Весь рабочий день разбивается на  $5 - 1 = 4$  равных промежутка, поэтому между двумя соседними перекусами проходит  $12 : 4 = 3$  часа.

#### Запись на доске и в пособии



- 1)  $19 - 7 = 12$  (ч.) — длится рабочий день
- 2)  $5 - 1 = 4$  (пр.) — между яблоками
- 3)  $12 : 4 = 3$  (ч.)

**Ответ:** через 3 часа.

<sup>1</sup> Временем, затраченным на поедание яблока, можно пренебречь.

## 2. Лестница

Алена живет на 9-м этаже. Однажды лифт в ее доме сломался. Она пошла пешком и заметила, что с 1-го этажа на 3-й поднималась 20 секунд. За сколько времени она поднимется с 1-го этажа на 9-й, если все пролеты лестницы одинаковые?

### Подсказка

Построй схему к задаче. Сколько лестничных пролетов надо пройти, чтобы подняться с первого этажа на третий?

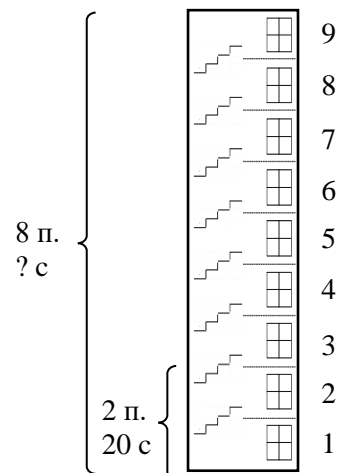
### Решение

#### 1-й способ

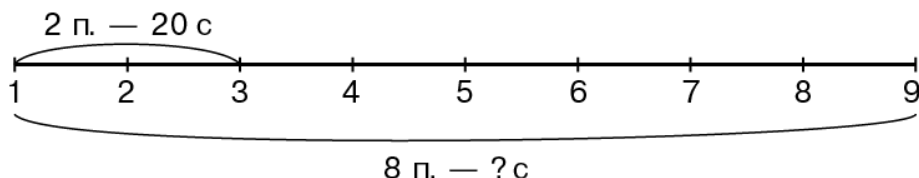
Заметим, что при подъеме с 1 на 3 этаж Алена проходит  $3 - 1 = 2$  лестничных пролета (см. рис.). Так как Алена тратит на каждый лестничный пролет одинаковое время, то один пролет она проходит за  $20 : 2 = 10$  (с). Всего между 1 и 9 этажами  $9 - 1 = 8$  пролетов. Значит, поднимется на свой этаж за  $10 \cdot 8 = 80$  с = 1 мин 20 с.

#### 2-й способ

Может показаться, что путь с 1 на 9 этаж в три раза длиннее, чем путь с 1 на 3 этаж, но это не так. Когда Алена поднимается с первого на третий этаж, она проходит 2 лестничных пролета, а когда она поднимается на девятый — 8 лестничных пролетов. Поэтому путь на 9 этаж в 4 раза длиннее, чем путь на 3 этаж. Значит, на девятый этаж Алена поднимется за  $20 \cdot 4 = 80$  секунд, или 1 минуту 20 секунд.



### Запись на доске и в пособии



#### 1-й способ

- 1)  $20 : (3 - 1) = 10$  (с) — проходит 1 пролет
- 2)  $10 \cdot (9 - 1) = 80$  (с) = 1 мин 20 с

#### 2-й способ

- 1)  $(9 - 1) : (3 - 1) = 4$  (раза) — больше нужно пройти
- 2)  $20 \cdot 4 = 80$  (с) = 1 мин 20 с

**Ответ:.** за 1 мин 20 с.

## 3. Сбор урожая

Фермер собирал урожай с квадратного поля. После 12 дней работы ему осталось убрать урожай с квадратного участка, сторона которого в 2 раза меньше, чем у всего поля. За сколько дней он закончит сбор урожая?

### Подсказка

Нарисовать поле можно в виде квадрата со стороной 2 см.

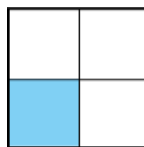
### Решение

В поле помещается 4 маленьких участка, то есть крестьянин успел убрать урожай с трех маленьких участков. Значит, урожай с одного маленького участка он уберет за  $12 : 3 = 4$  дня.

## Занятие 7. Смотри!

### Запись на доске и в пособии

- 1)  $2 \cdot 2 = 4$  (уч.) — было всего
- 2)  $4 - 1 = 3$  (уч.) — собрал урожай
- 3)  $12 : 3 = 4$  (дн.)



**Ответ:** за 4 дня.

### 4. Счет в таблице

В квадратной клетчатой таблице Саша отметил клетку. Оказалось, что в своем столбце эта клетка 3-я сверху и 4-я снизу, а в своей строке — 5-я слева. Какая она справа?

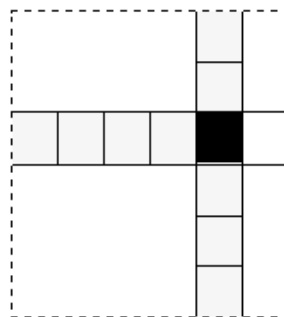
#### Подсказка

Можно ли узнать, сколько всего в таблице строк и сколько столбцов? Нарисуй таблицу и проверь свое предположение.

#### Решение

##### 1-й способ

Если клетка третья сверху и четвертая снизу, то над ней в столбце 2 клетки, а под ней — 3 клетки. Значит, всего в столбце  $3 + 2 + 1 = 6$  клеток, и это квадрат  $6 \times 6$  клеток. Тогда в строке тоже 6 клеток, и если клетка пятая слева, то она будет второй справа.



##### 2-й способ

Если клетка третья сверху, то над ней в столбце 2 клетки. А так как она четвертая снизу, то всего в столбце  $2 + 4 = 6$  клеток, и это квадрат  $6 \times 6$  клеток. Значит, в строке тоже 6 клеток, и если клетка пятая слева, то она будет второй справа.

### Запись на доске и в пособии

##### 1-й способ

- 1)  $3 - 1 = 2$  (кл.) — в столбце над отмеченной клеткой
- 2)  $4 - 1 = 3$  (кл.) — в столбце под отмеченной клеткой
- 3)  $3 + 2 + 1 = 6$  (кл.) — всего в строке или столбце
- 4)  $6 - 4 - 1 = 2$  — номер клетки

##### 2-й способ

- 1)  $3 - 1 = 2$  (кл.) — в столбце над отмеченной
- 2)  $4 + 2 = 6$  (кл.) — в строке или столбце
- 3)  $6 - 5 = 1$  (кл.) — в строке справа от отмеченной
- 4)  $1 + 1 = 2$  — номер клетки

**Ответ:** вторая.

### 5\*. Режем торт

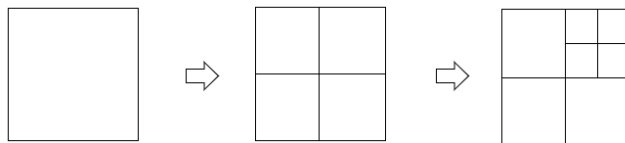
Пекарь разрезал огромный торт на 4 куска, а потом стал брать любой кусок и разрезать его еще на 4 куска. Сколько кусочков стало после 100 таких разрезов?

#### Подсказка

Сколько кусков торта станет после первого разрезания, после двух, трех, четырех разрезаний? Покажи на рисунке.

## Решение

После каждого разрезания количество частей увеличивается на 3. В начале был один целый торт, за 100 разрезаний количество кусков увеличится на  $3 \cdot 100 = 300$ . Значит, получится 301 кусочек.



## Запись на доске и в пособии

- 1)  $3 \cdot 100 = 300$  (кус.) — добавится за 100 разрезаний
- 2)  $1 + 300 = 301$  (кус.)

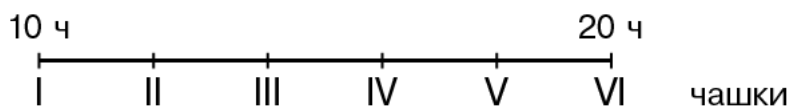
**Ответ:** 301 кусочек.

## Тренировочные задания

### 1т. Мистер Твистер

Мистер Твистер начинает работу в 10 ч утра и заканчивает в 9 ч вечера. В самом начале работы он выпивает чашку чая, и пьет их дальше через равные промежутки времени. За весь рабочий день он выпивает 6 чашек чая, причем последнюю — за час до ухода. Через сколько времени Твистер пьет чай на работе?

## Решение



- 1)  $21 - 1 = 20$  (ч.) — время последнего чаепития
- 2)  $6 - 1 = 5$  (шт.) — промежутков между чаепитиями
- 3)  $(20 - 10) : 5 = 2$  (ч)

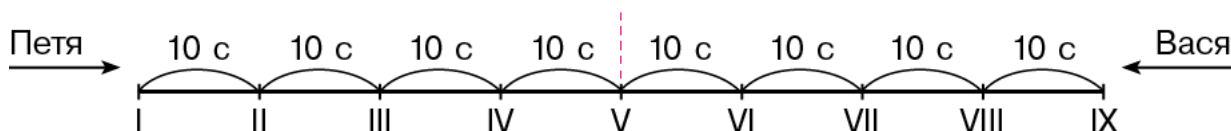
**Ответ:** через 2 часа.

### 2т. Электричка

Петя и Вася договорились встретиться в 5-м вагоне электрички. Петя зашел в 1-й вагон, а Вася в 9-й. Каждый из них проходит один вагон за 10 с. Кто из ребят раньше попадет в 5-й вагон?

## Решение

Изобразим на чертеже пути Пети и Васи по вагонам.



$10 \cdot 4 = 40$  (с.) — затратили и Петя, и Вася

**Ответ:** Петя и Вася придут одновременно.

### 3т. Сбор урожая

Фермер собирал урожай с квадратного поля. После 16 дней работы ему осталось убрать урожай с квадратного участка со стороной в 3 раза меньше, чем у поля. За сколько дней он закончит сбор урожая?

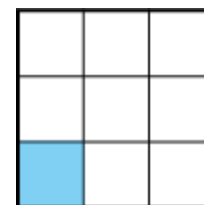
## Занятие 7. Смотри!

### Решение

Изобразим поле в виде квадрата  $3 \times 3$  клетки. Фермер уже собрал урожай с 8 клеток, осталась одна.

- 1)  $3 \cdot 3 = 9$  (уч.) — было всего
- 2)  $9 - 1 = 8$  (уч.) — собрал урожай
- 3)  $16 : 8 = 2$  (дн.)

**Ответ:** за 2 дня.



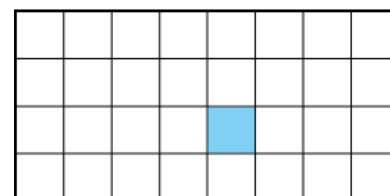
### 4т. Счет в таблице

В прямоугольной клетчатой таблице строк в 2 раза меньше, чем столбцов. Костя отметил в ней клетку. В своем столбце она 2-я снизу и 3-я сверху, а в строке — 5-я слева. Какая она справа?

### Решение

- 1)  $2 + 3 - 1 = 4$  (кл.) — в столбце
- 2)  $4 \cdot 2 = 8$  (кл.) — в строке
- 3)  $8 - 5 + 1 = 4$

**Ответ:** 4-я клетка справа.



### 5т\*. Режем торт

Пекарь режет большой прямоугольный торт на прямоугольные куски. За один раз он берет любой кусок и разрезает на 3 части. После скольких таких разрезов получится 99 кусков?

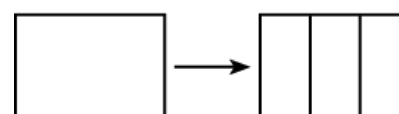
### Решение

За одно разрезание добавляется 2 куска.

Вначале был 1 кусок (весь торт), а стало 99.

Всего нужно сделать  $(99 - 1) : 2 = 49$  разрезов.

**Ответ:** после 49 разрезов.



## Дополнительные задания

### 6. Счет в таблице—2

В клетчатой таблице  $7 \times 7$  Ира отметила клетку. Номер клетки в ее столбце, если считать сверху, на 2 больше, чем если считать снизу. А ее номер в строке, если считать справа, на 4 меньше, чем если считать слева. Отметь эту клетку.

### Подсказка

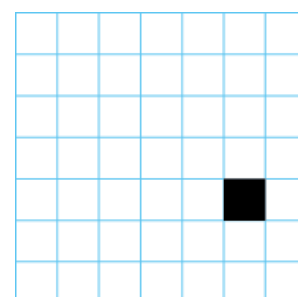
Вспомни, как находят два числа по их сумме и разности. Нужно ли учитывать отмеченную клетку?

### Решение

Если сложить номера клетки сверху и снизу, то получится 8, а не 7 (потому что сама клетка будет посчитана 2 раза). Поэтому при уравнивании нужно вычитать 1 лишнюю клетку.

- 1)  $(7 - 2 - 1) : 2 = 2$  (кл.) — снизу под отмеченной
- 2)  $(7 - 4 - 1) : 2 = 1$  (кл.) — справа
- 3)  $1 + 4 = 5$  (кл.) — слева

**Ответ:** на рисунке.



## Сценарий занятия

### Метапредметные цели

- П** 1. Закрепить представления учащихся об основных ролях мыслителей, сформировать опыт их использования для преодоления затруднений в решении задач.
2. Уточнить этапы построения модели<sup>1</sup>, тренировать умение делать перевод текста задачи на математический язык (роли фотографа, разведчика, переводчика).
- Р** Тренировать умение ставить цель учебной деятельности, составлять план и действовать по плану.
- К** Тренировать коммуникативные умения (умение работать в группе, вести диалог в позициях автора и понимающего, представлять свое решение).

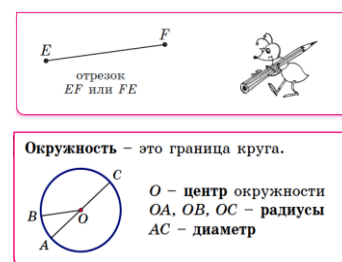


### Опорные знания

1. Понятия части и целого.
2. Понятия отрезка и окружности.
3. Шкалирование отрезка (на имеющемся опыте).

### Материалы и оборудование

- На класс:**
- презентация;
  - эталоны «Отрезок», «Окружность»<sup>2</sup>;
  - эталоны «Я — актер, я — зритель»<sup>3</sup>, «Учимся задавать вопросы»<sup>4</sup>, «Правила работы в группе»<sup>5</sup>;
  - эталон «Этапы построения модели»;
  - таблица «Роли мыслителя»;
  - символы этапов МТ;
  - по желанию: рулет и кекс для чаепития в конце занятия.



- На группу:**
- листы для подготовки выступления на сцене (можно использовать рулоны обоев или листы флипчарта);
  - таблица наблюдений для задачи-ключ;

- У ученика:**
- учебное пособие на печатной основе «Математический театр 3 класс»<sup>6</sup>;
  - таблица «Роли мыслителя» (подготовлена на прошлом занятии);
  - лента ролей и значки ролей;
  - черновик, тетрадь, планшетка.

<sup>1</sup> Мир деятельности. Методические рекомендации к надпредметному курсу. 3 класс / Под ред. Л.Г. Петерсон. — М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2020. С. 146–161.

<sup>2</sup> Петерсон Л.Г., Кубышева М.А. Построй свою математику: Блок-тетрадь эталонов для 2 класса по программе «Учусь учиться». — М.: Институт СДП, 2015. С. 34, 73.

<sup>3</sup> Данное пособие, 7\_Занятие 6, часть 1 «Путешествие с числами».

<sup>4</sup> Данное пособие, 4\_Игра 1 «Мастера математики».

<sup>5</sup> Мир деятельности. Методические рекомендации к надпредметному курсу. 1 класс / Под ред. Л.Г. Петерсон. — М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2018. С. 116–124.

<sup>6</sup> Петерсон Л.Г. Математический театр: учебное пособие по олимпиадной математике для 3 класса / Л.Г. Петерсон, О.Н. Агаханова. — М.: Институт СДП, 2021.



### Методическая справка

На данном занятии дети тренируются в исполнении введенных ролей мыслителей, при этом особое внимание уделяется роли **переводчика**.

Переводящаяся в роль *переводчика*, ученик на основе полученных от *разведчика* данных **строит математическую модель задачи** — схему, рисунок, чертеж, уравнение, таблицу и т.д., то есть переводит текст задачи на математический язык. Математическая модель должна представлять все элементы задачи и связи между ними в удобной для поиска решения форме.

По окончании работы переводчик имеет возможность на основе составленной модели определить группу, в которую входит данная задача, или дать свое название, если таких групп ранее не встречалось. Это позволит следующей роли — *навигатору* — выбрать (или выработать) правильный подход к решению задачи и определить свои дальнейшие шаги (план решения).

### Ход занятия

1	2	3	4	5	6
Математическое фойе	Творческая мастерская	Сцена	Антракт	Выход на бис	Зеркало
25 мин	10 мин	25 мин	5 мин	10 мин	5 мин



#### 1. Математическое фойе (25 мин)

С-1

— Добрый день, друзья! Приветствую вас в Математическом театре! Внимательно рассмотрите «афиши» к сегодняшнему занятию. Попробуйте догадаться, какие задачи мы будем сегодня решать. (Ответы детей.)

С-2

- ▲ Учитель открывает слайд<sup>1</sup> со сценами чаепития, выслушивает и обобщает ответы детей.
- Сегодня мы будем решать задачи о том, как герои ходят в гости друг к другу. Вы любите ходить в гости? А угощать своих гостей? (...)
- Вначале мы, как всегда, решим задачу-ключ. На решение дается 1 минута. Свой ответ запишите на планшете так: Р — ..., К — ...

С-3

#### Задача-ключ

Перед вами рулет с вишневой начинкой и круглый кекс с дыркой посередине. Сколько разрезов нужно сделать, чтобы разделить рулет на 8 частей? А чтобы разделить кекс на столько же частей?



▲ **Учителю на заметку.** Незнание внешнего вида угощения может вызвать затруднение в решении задачи, поэтому лучше использовать картинку.

С-4

▲ Учитель фиксирует на доске все ответы, предложенные детьми. Возможны 2 варианта: 1) ответы детей разные (более вероятно); 2) ответы детей совпадают.

#### Вариант 1

— Мнения разные, и — скажу по секрету — есть верные! Давайте разберемся! Я видела, что многие из вас что-то рисовали. Расскажите о своих рисунках.

#### Вариант 2

— Все ответы одинаковые! Значит, или вы все правы, или все ошиблись! Давайте разберемся! Я видела, что многие из вас что-то рисовали. Расскажите о своих рисунках.

<sup>1</sup> В случае работы без презентации можно взять иллюстрации чаепития, например, на из статьи:

<https://knigi.mirtesen.ru/blog/43907246483/Ohotniki-do-chayu-v-russkoy-literature>



С–5

▲ Выслушав рассказ детей о своих рисунках, учитель подводит итог. Параллельно он выставляет на доске таблицу ролей<sup>1</sup> и этапы построения модели<sup>2</sup> (учащиеся могут также пользоваться своими таблицами ролей).

– Итак, вы пытались нарисовать схему к задаче — то есть построить ее модель. Какую из ролей мыслителя вы при этом играли? (Роль переводчика.)

– Давайте вспомним, как строится модель задачи. (Сначала надо проанализировать задачу и выделить в ней главные элементы, а затем составить модель.)


С–6

– Значит, какие роли готовят работу переводчика? (Роли фотографа и разведчика.)

– Кто хочет сыграть роль фотографа?



▲ Один из учеников по желанию «на сцене» (у доски) играет роль фотографа — называет, какую картинку он себе представил (можно попросить детей при этом закрыть глаза), условие и вопрос задачи. Учитель при необходимости задает ему подводящие вопросы.

Роль	Ключи	Вариант исполнения роли
ФОТОГРАФ 	КАРТИНКА	Варианты детей, например: Я пригласил шестерых друзей и решил их угостить. Купил кекс и рулет. Мне нужно разрезать их на 6 частей.
	УСЛОВИЕ, ВОПРОС (ТРЕБОВАНИЕ)	<b>Условие:</b> 1) один рулет; 2) один кекс. 3) 8 частей каждого лакомства. <b>Вопросы:</b> 1) Сколько разрезов на рулете? 2) Сколько разрезов на кексе?

С–7

▲ Для самопроверки в конце выступления фотографа (а далее — каждой роли) учитель показывает таблицу на слайде и создает ситуацию успеха для выступающего.

– Сфотографировали? Отлично! Какая роль следующая? (Роль разведчика.)

– Назовите ключи разведчика. (Надо установить связи между данными задачи и понять, от чего оттолкнуться при построении модели.)


– Кто хочет побывать в роли разведчика?

▲ Дети выходят к доске по желанию. Возможно, что выйдут по очереди несколько детей, каждый сделает свою попытку и свой шаг вперед (например, просто выйти к доске и попытаться что-то сделать для некоторых детей — это уже достижение!). Важно, чтобы они высказывали свои собственные наблюдения и идеи.

Каждая попытка окрашивается эмоциями детей и учителя — вознаграждается словами поддержки, аплодисментами, интенсивность которых, как и в настоящем театре, зависит от успешности выступления.

В результате обсуждения учащиеся могут получить следующие результаты.

С–8

РАЗВЕДЧИК 	ВЗАИМОСВЯЗИ	Рулет и кекс разной формы, поэтому количество частей при равном числе разрезов может быть разным.
	ИДЕИ, ПРЕДПОЛОЖЕНИЯ	Рулет длинный и узкий, по форме напоминает прямоугольник, отрезок. Кекс круглый и с дыркой, он напоминает кольцо, окружность.

<sup>1</sup> Данное пособие, 7\_Занятие 6, часть 1 «Путешествие с числами».

<sup>2</sup> Мир деятельности. Методические рекомендации к надпредметному курсу. 3 класс / Под ред. Л.Г. Петерсон. — М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2020. С. 146–161.

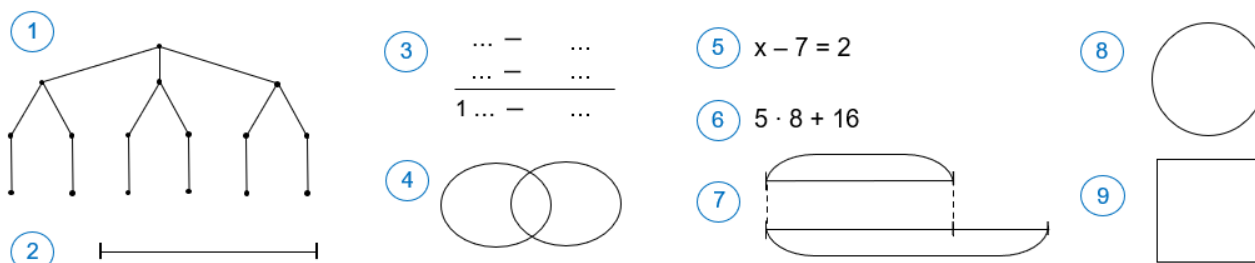
## Занятие 7. Смотри!

▲ Для подведения детей к выбору модели используется подводящий диалог.

– Какую форму напоминает вам рулет, кекс?

– А теперь представьте себя переводчиком. Ему нужно из моделей для самых разных задач выбрать те, которые подходят к задаче-ключ. Напишите их номера на планшете. (Скорее всего, дети выберут ответ 2 и 8.)

▲ Учитель открывает слайд, на котором изображены знакомые учащимся модели:



– Итак, изобразите на черновиках модели, которые будете использовать.

С-11

ПЕРЕВОДЧИК 	МОДЕЛЬ (известная или своя)	<p>Рулет:</p> <p>Кекс:</p>
----------------	--------------------------------	----------------------------

▲ Далее учащиеся под руководством учителя определяют способ и намечают план решения задачи.

– Теперь закройте глаза и представьте себя навигаторами, которые прокладывают путь. Представили?

– Каким способом вы бы предложили решать задачу? (Сделать разрезы на отрезке и круге и сосчитать.)

– А как мастеру угадать, сколько точно надо сделать разрезов? Как ему действовать? (Надо делать на отрезке и круге по очереди 1, 2, 3 и т.д. разреза, считать части и определить, сколько разрезов дадут 8 частей.)


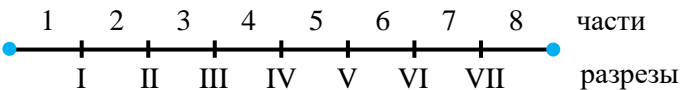
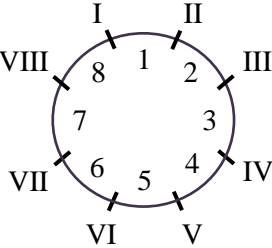
С-12

НАВИГАТОР 	ПРАВИЛА, СВОЙСТВА, ПОДХОД	Будем делать разрезы на отрезке и круге и считать. Сразу определить нужное число разрезов сложно, поэтому можно делать их по одному.
	ПЛАН РЕШЕНИЯ	<p>1) Делать на отрезке и круге по очереди 1, 2, 3 и т.д. разреза.</p> <p>2) Считать части.</p> <p>3) Определить, сколько разрезов дадут 8 частей.</p>

▲ Затем учащимся предлагается сыграть роль мастера в группах в течение 1 мин. Решения групп сравниваются между собой и с вариантом, представленным в презентации.

▲ **Учителю на заметку.** Если дети хорошо знакомы с записью чисел римскими цифрами, то можно предложить им нумеровать разрезы римскими цифрами, чтобы не путать их с частями.

С-13

<p><b>МАСТЕР</b></p> 	<p><b>РЕШЕНИЕ, ОФОРМЛЕНИЕ</b></p>	<p><b>Рулет:</b></p>  <p><b>Кекс:</b></p>  <p><b>Ответ:</b> на рулете нужно сделать 7 разрезов, а на кексе — 8.</p>
--	-----------------------------------	---

▲ **Учителю на заметку.** Поскольку в задаче не сказано, что части должны быть равными, положение насечек-разрезов не имеет значения.

▲ После этого учащиеся записывают ответ и под руководством учителя выводят советы к решению новых задач.

- Ребята, можем ли уже сейчас записать ответ к нашей «вкусной» задаче? (Да.)
- Запишите. (**Ответ:** на рулете нужно сделать 7 разрезов, а на кексе — 8.)
- Заметили ли вы закономерность, когда мастер считал число частей и разрезов? (...)
- Чтобы было проще заметить эту закономерность, заполните таблицу.

С-14

▲ Каждой группе предлагается заполнить заготовленные заранее таблицы наблюдений. На работу дается 1 минута. В результате дети должны получить следующую таблицу:

С-15

Количество разрезов	0	1	2	3	4	5	6	7	8	...	<i>a</i>
Количество частей рулета	1	2	3	4	5	6	7	8	9	...	<i>a</i>
Количество частей кекса	1	1	2	3	4	5	6	7	8	...	<i>a + 1</i>

С-16

– Кто теперь может сформулировать, в чем заключается закономерность? (Если рулет разрезается на несколько частей, то частей на одну больше, чем разрезов, а если кекс — то частей столько же, сколько разрезов.)

– Очень интересно! Но пока это только предположение, или *гипотеза*. Если вам удастся ее обосновать, то вы сможете вывести совет для решения подобных задач.

С-17

▲ Обоснование проводится *устно* с помощью подводящего диалога, так как у детей пока не накоплен достаточный опыт логических рассуждений.

- На сколько кусков делится каждая часть отрезка при одном разрезании? (На две.)
- Значит, на сколько увеличивается число частей? (На 1.) А число разрезов? (Тоже на 1.)
- Меняется разница между числом частей и числом разрезов? (Нет.)
- Чему она была равна при первом разрезе? ( $2 - 1 = 1$ .)
- Значит, какой общий вывод можно сделать о числе частей и разрезов? (Число частей при разрезании отрезка всегда на 1 больше, чем разрезов.)

▲ В завершение учитель полностью проговаривает доказательство выявленной закономерности для отрезка.

– Итак, при каждом разрезании рулета (отрезка) одна из частей делится на две. Значит, число частей и число разрезов увеличивается на 1. Поэтому разница между ними не меняется и

## Занятие 7. Смотри!

всегда равна начальной:  $2 - 1 = 1$ . Следовательно, число частей при разрезании отрезка всегда на 1 больше, чем разрезов. Молодцы! Вместе мы справились!

С-18

▲ После этого можно предложить ученикам (по желанию) попробовать самым аналогичным образом обосновать выявленную зависимость для окружности.

– А кто теперь САМ хочет обосновать нашу гипотезу про части и разрезы для кекса (окружности)? Пожалуйста, < Саша >.

▲ *Устное обоснование.* После первого разреза кекса (окружности) число разрезов и число частей равно 1, а затем каждый разрез добавляет одну часть. Значит, разница между ними сохраняется и равна  $1 - 1 = 0$ . Поэтому при разрезании окружности число частей равно числу разрезов.

– Отлично! Обоснование — обычно самая трудная часть решения задач, и мы будем постепенно учиться его проводить. <Саша> сегодня отлично справился, давайте ему поаплодируем! (...)

– Я думаю, что теперь вы без труда выведете советы для решения новых задач <на количество разрезов и частей>. Откройте пособие на с. 38 и заполнить пропуски в советах.

С-19

### Советы по решению задач с помощью чертежа

1. Чтобы лучше понять задачу, ее условие можно представить в виде \_\_\_\_\_.
2. Если отрезок разрезается на несколько частей, то частей \_\_\_\_\_, чем разрезов.
3. Если окружность разрезается на несколько частей, то частей \_\_\_\_\_, сколько и разрезов.

▲ Учащиеся заполняют пропуски и согласовывают вставки по с.105 пособия.

С-20

### Советы по решению задач с помощью чертежа

1. Чтобы лучше понять задачу, ее условие можно представить в виде **чертежа**.
2. Если отрезок разрезается на несколько частей, то частей **на одну больше**, чем разрезов.
3. Если окружность разрезается на несколько частей, то частей **столько же**, сколько и разрезов.

– Вот к каким важным выводам привела вас дружная работа *фотографа, разведчика и переводчика* по построению модели. Модели задач помогают «увидеть» решение. Индийские математики в древности рядом со схемой или чертежом писали просто «Смотри!». Именно так и названа тема нашего занятия. Поставьте перед собой **цель занятия**. (Например, научиться решать задачи, используя модели.)

С-21

– По какому **плану** мы будем действовать?

▲ Учитель выставляет на доске символы этапов занятия, а ученики совместными усилиями описывают его ход, например:

С-22

– В «Творческой мастерской» решим новые задачи в группах, затем представим их на «Сцене». В «Антракте» подведем итог выступлений, а после этого выступим «На бис» — решим задачи самостоятельно. В конце заглянем в «Зеркало» и подведем итог всего занятия.



В ходе занятия по мере прохождения этапов учитель снимает с доски соответствующий значок. Снятие последнего значка будет означать полное выполнение плана.

С-23



## 2. Творческая мастерская (10 мин)

Учитель предлагает детям, работая в группах, попробовать решить задачу, перевоплощаясь в роли. Особое внимание он просит обратить на роли, связанные с построением математической модели: фотографа, разведчика и переводчика.

Именно эти роли нужно будет проиграть на сцене при разборе задачи. Для этого каждой группе предлагается по завершении решения задачи не только отрепетировать роли, но и подготовить реквизит для выступления — крупный и понятный чертеж задачи.

▲ Перед началом работы учитель проводит краткий инструктаж групп.

С-24

– Представлять решение на сцене будет 3 ученика: задачи на сцене будут два ученика: фотограф, разведчик и переводчик. Их задача — представить 3 шага построения модели задачи, соответствующие этим ролям — анализ задачи (фотография), главные элементы и взаимосвязи (разведка), чертеж (перевод на математический язык). Затем кто-то один из трех артистов, используя чертеж, расскажет решение задачи и покажет, как записать это решение в тетради.

С-25



## 3. Сцена (25 мин)

▲ Учащиеся представляют решения своих задач в соответствии с инструкцией учителя. При возникновении затруднения учитель помогает детям в форме подводящего диалога, опираясь на ключи ролей.

С 26–33	<b>1. Мистер Твистер (4 мин)</b> Мистер Твистер начинает работу в 7 ч утра и заканчивает в 7 ч вечера. В самом начале работы он съедает яблоко, и дальше ест их через равные промежутки времени. За весь рабочий день он успевает съесть 5 яблок, причем последнее — прямо перед уходом. Через сколько времени Твистер съедает яблоко?	<b>2. Лестница (4 мин)</b> Алена живет на 9-м этаже. Однажды лифт в ее доме сломался. Она пошла пешком и заметила, что с 1-го этажа на 3-й поднималась 20 с. За сколько времени она поднимется с 1-го этажа на 9-й, если все пролеты лестницы одинаковые?	С 34–40
С 41–47	<b>3. Сбор урожая (4 мин)</b> Фермер собирал урожай с квадратного поля. После 12 дней работы ему осталось убрать урожай с квадратного участка, сторона которого в 2 раза меньше, чем у всего поля. За сколько дней он закончит сбор урожая?	<b>4. Счет в таблице (5 мин)</b> В квадратной клетчатой таблице Саша отметил клетку. Оказалось, что в своем столбце эта клетка 3-я сверху и 4-я снизу, а в своей строке — 5-я слева. Какая она справа?	С 48–54
С 55–61	<b>5*. Режем торт (6 мин)</b> Пекарь разрезал огромный торт на 4 куска, а потом стал брать любой кусок и разрезать его еще на 4 куска. Сколько кусочков стало после 100 таких разрезов?		

▲ Учащимся, которые разыгрывали роли, вручаются значки этих ролей. Данные значки дети клеивают в пособие на поля напротив соответствующей задачи.

▲ **Учителю на заметку.** В ситуациях затруднения полезно обращать внимание детей на то, использование каких ролевых «ключей» помогают их снять.

▲ Представление задач, как и в театре, завершается аплодисментами, интенсивность которых зависит от качества выступления. Учитель после каждого выступления создает ситуацию успеха для выступающих, акцентируя внимание на достижениях детей.

▲ При обсуждении спектаклей диалог строится в соответствии с уточненным эталоном «Я — автор, я — понимающий». В завершение этапа учащиеся фиксируют в пособии свои успехи в исполнении этих ролей.

С-62

– Те ребята, кто представлял решение задачи в роли автора, напишите красным карандашом на полях букву А, остальные отметьте синей буквой П свои успехи в роли понимающих.

С-63

С-64



#### 4. Антракт (5 мин)

– Расскажите, чем вам помогли при решении задач схемы и рисунки? (...)

– Всегда ли, записывая решение, следует переносить их в тетрадь? Почему? (Нет, не всегда. Нужно переносить, если это требуется по условию или является частью решения.)

С-65

С-66

С-67



#### 5. Выход на бис (10 мин)

На данном этапе учащиеся выбирают для работы 1–2 задания по желанию, выполняют их и проверяют решение по подробному образцу на с. 130 пособия.

▲ **Учителю на заметку.** Поскольку на данном занятии отрабатывается умение учащихся строить модель задачи, учителю важно обратить внимание детей на **обязательность** чертежей, рисунков, схем. При этом ученик может выполнить их как в пособии, так и на черновике. Правильность составленной модели ученик самостоятельно проверяет по представленному в пособии варианту решения на с. 130 (либо, если модели не совпадают, индивидуально с учителем).

▲ По окончании самопроверки учитель может задать учащимся вопросы:

– Кто правильно решил задачу? Вы мастера решения задач! Поставьте на полях знак «+».

– Кто, чтобы понять задачу и правильно ее решить, использовал чертеж? За успешное исполнение роли переводчика вы сегодня награждаетесь значками этой роли! Приклейте значки на полях слева от задачи.

▲ **Учителю на заметку.** В завершение учитель может сказать ученикам, что **на олимпиадах** при решении задач «на подсчет количества частей и разрезов» **чертеж желателен**, если ученик в записи решения привел в качестве доказательства связь между числом частей и разрезов. Вместе с тем **чертеж обязателен**, если ученик его не привел.

– Учитесь составлять модели к задачам! Мастерство переводчика даст вам шанс правильно решить задачу и получить более высокий балл на олимпиаде. И всем вам это обязательно пригодится в будущем на уроках математики.

С-68



#### 6. Зеркало (10 мин)

Учитель организует рефлексию работы учащихся на занятии.

– Какую цель вы сегодня ставили на занятии? Достигли ли вы этой цели?

– Какие роли помогли вам лучше понять решение задач? Отметьте эти роли знаками «+» на ленточке ролей и вклейте в раздел «Выводы».

– В какой позиции вы работали с ролями мыслителей при разборе задач: с позиции автора или понимающего? Какая позиция для вас, пока, более сложная?

С-70

– Какие личные победы в решении задач вы сегодня одержали? Кто хочет о них рассказать?

– Какой совет себе самому вы хотите дать? Запишите в разделе «Выводы».

– С каким настроением вы сегодня решали задачи? Нарисуйте свое отражение в зеркале.

С-71

▲ В завершении учитель объявляет об игре «Мини-домино» на следующем занятии и дает задание познакомиться с ее правилами дома.