

ЗАНЯТИЕ 4. ЭЛЕМЕНТАРНО! (ДИАГРАММЫ ЭЙЛЕРА — ВЕННА)

Учебное содержание

Предметные цели

Познакомить учащихся с методами нахождения количества элементов пересечения и объединения множеств с помощью диаграммы Эйлера — Венна.

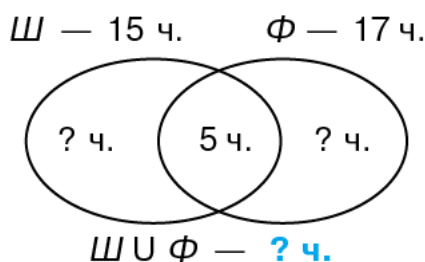
Задача-ключ



В 5 классе Суворовского училища все ребята занимаются спортом. 15 человек увлекаются шахматами, 17 человек — футболом, а пятеро занимаются обоими видами спорта. Сколько ребят в классе?

Решение

Обозначим Ш множество учеников, увлекающихся шахматами, а Ф — множество учеников, увлекающихся футболом. Схема к задаче на основе диаграммы Эйлера — Венна:



1-й способ

- 1) $15 + 17 = 32$ (чел.) — если бы множества не пересекались
- 2) $32 - 5 = 27$ (чел.)

2-й способ

- 1) $15 - 5 = 10$ (чел.) — только шахматами
- 2) $17 - 5 = 12$ (чел.) — только футболом
- 3) $10 + 5 + 12 = 27$ (чел.)

3-й способ

- 1) $17 - 5 = 12$ (чел.) — только футболом
- 2) $15 + 12 = 27$ (чел.)

4-й способ

- 1) $15 - 5 = 10$ (чел.) — только шахматами
- 2) $10 + 17 = 27$ (чел.)

Ответ: 27 человек.

Советы по решению задач на подсчет элементов во множествах

1. В задачах на нахождение количества элементов в множестве помогают **диаграммы Эйлера — Венна**. На диаграмме нужно нарисовать все множества, а также отметить известные количества элементов.
2. Чтобы найти, сколько элементов в **объединении** двух множеств, можно **сложить** количества элементов в каждом из них и **вычесть** количество элементов в их **пересечении**.
3. Чтобы найти, сколько элементов в **пересечении** двух множеств, можно **сложить** количества элементов в каждом из них и **вычесть** количество элементов в их **объединении**.

Вопросы для построения подводящего диалога

1. Какие множества заданы в условии? Как их можно изобразить?
2. Покажите все области, которые образовались на диаграмме. Назовите общее свойство элементов в каждой области. Уточните названия соответствующих множеств.
3. В каких множествах количество элементов известно?
4. В каких множествах количество элементов нужно найти?
5. Как узнать эти количества элементов?

Как проверить

1. Составить и решить обратную задачу, используя полученный ответ.
2. Решить задачу другим способом. Если ответ не совпадает, найти ошибку.

Основные задания

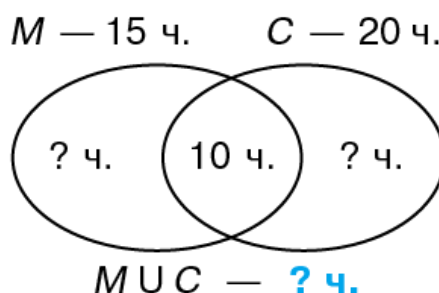
1. Классная задача

Все учащиеся 3 «А» класса занимаются музыкой или спортом. Сколько человек в этом классе, если музыкой занимаются 15 человек, спортом — 20 человек, а и тем, и другим — 10 человек?

Подсказка

Подумай, как узнать, сколько человек занимаются **только** музыкой, и сколько — **только** спортом. Подумай, чем отличаются фразы «танцами занимаются 30 человек» и «**только** танцами занимаются 30 человек».

Решение



1-й способ

- 1) $15 - 10 = 5$ (чел.) — только музыкой
- 2) $20 - 10 = 10$ (чел.) — только спортом
- 3) $5 + 10 + 10 = 25$ (чел.)

3-й способ

- 1) $15 - 10 = 5$ (чел.) — только музыкой
- 2) $5 + 20 = 25$ (чел.)

Ответ: 25 человек.

2-й способ

- 1) $15 + 20 = 35$ (чел.) — если бы множества не пересекались
- 2) $35 - 10 = 25$ (чел.)

4-й способ

- 1) $20 - 10 = 10$ (чел.) — только спортом
- 2) $15 + 10 = 25$ (чел.)

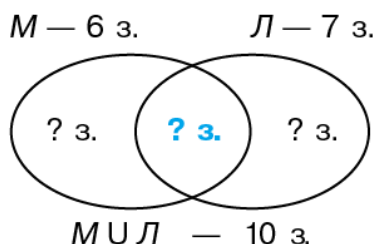
2. Олимпиада

На олимпиаде по математике Миша и Леша решили всего 10 заданий. При этом Миша решил 6 заданий, а Леша — 7. Сколько заданий решили и Миша, и Леша?

Подсказка

Подумай, как посчитать, сколько заданий решил Леша, но не решил Миша.

Решение



1-й способ

- 1) $10 - 6 = 4$ (з.) — решил только Леша
- 2) $10 - 7 = 3$ (з.) — решил только Миша
- 3) $10 - (3 + 4) = 3$ (з.)

2-й способ

- 1) $6 + 7 = 13$ (з.) — если бы множества не пересекались
- 2) $13 - 10 = 3$ (з.)

Ответ: 3 задания.

3. Цветочная поляна (5 мин)

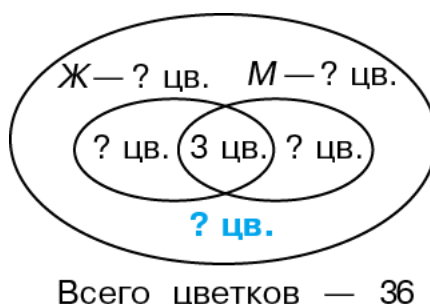
На поляне росло 36 цветков. Каждая из двух пчелок, Жужа и Мажа, собрали нектар ровно с половины всех цветков поляны. При этом только с трех цветков на поляне собрали нектар обе пчелки. Со скольких цветков пчелки не собрали нектар?

Подсказка

Сначала посчитай, со скольких всего цветков пчелки собрали нектар.

Решение

1-й способ



- 1) $36 : 2 = 18$ (цв.) — собрала нектар каждая
- 2) $18 - 3 = 15$ (цв.) — собрала нектар только Жужа (или только Мажа)
- 3) $15 + 18 = 33$ (цв.) — нектар был собран
- 4) $36 - 33 = 3$ (цв.)

2-й способ

Так как каждая из пчелок собрала нектар ровно с половину всех цветков, то если бы множества цветков не пересекались, то со всех 36 цветков был бы собран нектар. Значит, количество цветков, с которых обе пчелки собрали нектар, равно количеству цветков, с которых не собрали нектар. \Rightarrow С 3 цветов пчелки не собрали нектар.

Ответ: с 3 цветков.

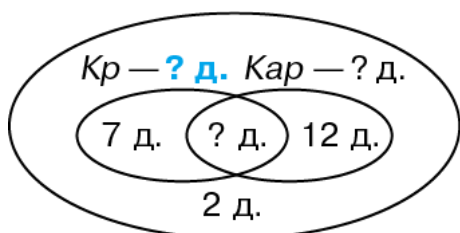
4. Юные художники

На кружок по рисованию пришли 25 детей. 7 из них принесли только краски, 12 — только цветные карандаши, а двое не принесли ничего из этого. Сколько детей принесли краски?

Подсказка

Кого нужно добавить к детям, которые принесли только краски, чтобы получить ответ на вопрос задачи?

Решение



Всего детей — 25

1-й способ

- 1) $25 - 2 = 23$ (д.) — принесли хоть что-то
- 2) $23 - 7 - 12 = 4$ (д.) — принесли и то, и другое
- 3) $7 + 4 = 11$ (д.) — принесли краски

2-й способ

- 1) $25 - 2 = 23$ (д.) — принесли хоть что-то
- 2) $23 - 12 = 11$ (д.) — принесли краски

Ответ: 11 детей.

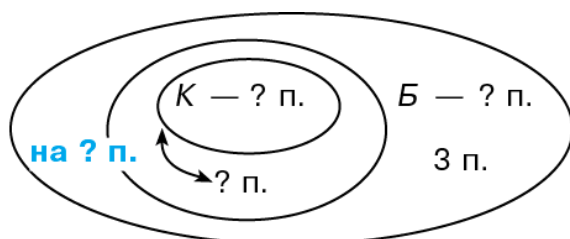
5*. Хитрые пирожки

Мама испекла 20 пирожков с яблоками. В начинку некоторых из них она добавила ягоды. В те пирожки, куда она положила клюкву, она положила и бруснику. Без клюквы оказалось 14 пирожков, а без брусники — всего 3. На сколько больше было пирожков с брусникой без клюквы, чем пирожков с клюквой?

Подсказка

Как на диаграмме Эйлера — Венна можно показать, что в пирожках с клюквой обязательно есть и брусника? В каких множествах нужно сравнить количества элементов?

Решение



Всего пирожков — 20

В пирожках с клюквой обязательно есть брусника, значит множество пирожков с клюквой (K) является подмножеством множества пирожков с брусникой (B).

- 1) $20 - 3 = 17$ (п.) — с брусникой
- 2) $20 - 14 = 6$ (п.) — с клюквой и брусникой
- 3) $17 - 6 = 11$ (п.) — с брусникой, но без клюквы
- 4) $11 - 6 = 5$ (п.) — больше

Ответ: на 5 пирожков больше.

Тренировочные задания

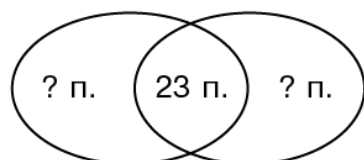
1т. Вкусная задача

Аня приготовила печенье с ванилью и корицей. В 38 печений она добавила ваниль, в 41 печенье — корицу, а 23 печенья оказались и с ванилью, и с корицей. Сколько всего печений приготовила Аня?

Решение

Занятие 4. Элементарно! (Диаграммы Эйлера — Венна)

$B = 38$ п. $K = 41$ п.



$B \cup K = ?$ п.

1-й способ

1) $38 - 23 = 15$ (п.) — только с ванилью

2) $41 - 23 = 18$ (п.) — только с корицей

3) $15 + 18 + 23 = 56$ (п.)

2-й способ

1) $38 + 41 = 79$ (п.) — если бы множества не пересекались

2) $79 - 23 = 56$ (п.)

3-й способ

1) $38 - 23 = 15$ (п.) — только с ванилью

2) $15 + 41 = 56$ (п.)

4-й способ

1) $41 - 23 = 18$ (п.) — только с корицей

2) $18 + 38 = 56$ (п.)

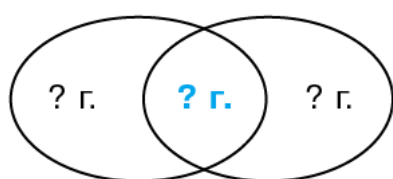
Ответ: 56 печений.

2т. Цветоводство

Мама поручила Насте и Юре полить в комнате 14 горшков с цветами. Сначала в комнату зашла Настя и полила цветы в 7 горшках. Потом в комнату зашел Юра и полил цветы в 9 горшках. К счастью, цветы во всех горшках оказались политы хотя бы 1 раз. А в скольких горшках цветы политы дважды?

Решение

$N = 7$ г. $Y = 9$ г.



$N \cup Y = 14$ г.

1-й способ

1) $14 - 7 = 7$ (г.) — полил только Юра

2) $14 - 9 = 5$ (г.) — полила только Настя

3) $14 - (7 + 5) = 2$ (г.)

2-й способ

1) $7 + 9 = 16$ (г.) — если бы множества не пересекались

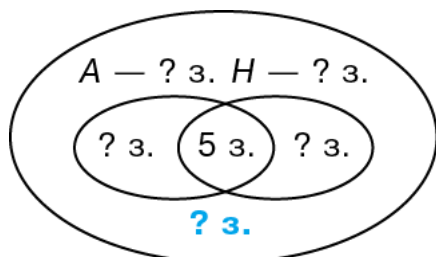
2) $16 - 14 = 2$ (г.)

Ответ: в 2 горшках.

3т. Олимпиада-2

В олимпиаде «Кенгуру» было 26 тестовых заданий. И Андрей, и Нина решили все задания, но правильных ответов у каждого была ровно половина. В пяти заданиях у них совпал верный ответ. В скольких заданиях оба дали неверные ответы?

Решение



Всего заданий — 26

1) $26 : 2 = 13$ (з.) — верно у каждого

2) $13 - 5 = 8$ (з.) — верно только у Нины

3) $8 + 13 = 21$ (з.) — верно и у Нины, и у Андрея

4) $26 - 21 = 5$ (з.)

Замечание

Занятие 4. Элементарно! (Диаграммы Эйлера — Венна)

Решение данной задачи может быть дано учеником в описательной форме. Приводим возможный вариант рассуждения.

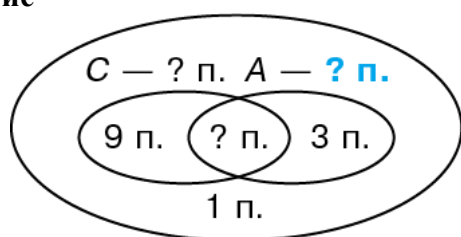
«Каждый из ребят дал ровно половину правильных ответов, то есть по $26 : 2 = 13$. Если бы множества задач с правильными ответами не пересекались, то были бы правильно решены все $13 + 13 = 26$ заданий. Но по условию 5 заданий не решены. Это произошло потому, что в стольких заданиях они оба дали верный ответ. \Rightarrow В 5 заданиях совпал верный ответ».

Ответ: 5 заданий.

4т. В космос!

В планетной системе 17 планет. У 9 из них есть спутники, но нет атмосферы, у 3 планет есть атмосфера, но нет спутников, а у 1 планеты ничего из этого нет. У скольких планет этой системы есть атмосфера?

Решение



Всего планет — 17

1-й способ

- 1) $17 - 1 = 16$ (п.) — есть спутники или атмосфера
- 2) $16 - 9 = 7$ (п.) — есть атмосфера

2-й способ

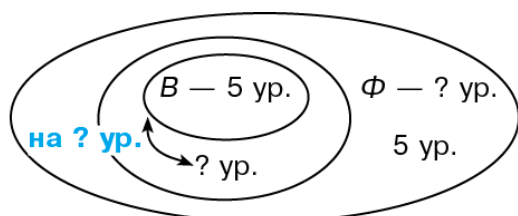
- 1) $17 - 1 = 16$ (п.) — есть спутники или атмосфера
- 2) $16 - 9 - 3 = 4$ (п.) — есть и то, и другое
- 3) $3 + 4 = 7$ (п.) — есть атмосфера

Ответ: у 7 планет.

5т*. Физкульт-ура!

В октябре у учеников 3 «В» было 15 уроков физкультуры. На тех уроках, когда играли в волейбол, играли и в футбол. При этом играли в волейбол на 5 уроках, а не играли в футбол тоже на 5 уроках. Каких уроков было больше: тех, на которых играли в волейбол, или тех, на которых играли в футбол, но не в волейбол?

Решение



Всего уроков — 15

- 1) $15 - 5 = 10$ (ур.) — играли в футбол
- 2) $10 - 5 = 5$ (ур.) — играли в футбол, но не в волейбол
- 3) $5 = 5 \Rightarrow$ Таких уроков было поровну.

Ответ: поровну.

Дополнительные задания

6. Книги на полках

В шкафу 9 полок, на каждой стоит хотя бы одна книга. Полка, на которых стоит две или больше книг — 7; полка, на которых стоит больше двух книг — 6; полка, на которых стоит четыре или больше книг — 3; больше всего книг стоит на нижней полке — 5 штук. Сколько всего книг в этом шкафу?

Подсказка 1

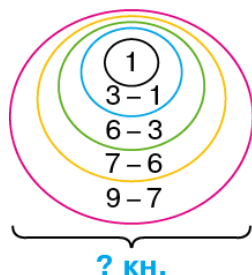
Если на полке не стоит «две или больше книг», то сколько на ней книг? Сколько таких полок?

Подсказка 2

Попробуй начать «с конца»: сначала посчитай, на скольких полках ровно 4 книги.

Решение

A_1, A_2, A_3, A_4, A_5 — множества полок, на которых стоят соответственно хотя бы одна, две или больше, больше двух, 4 или больше, ровно 5 книг. Заметим, что $A_5 \subset A_4 \subset A_3 \subset A_2 \subset A_1$.



- A_1 — хотя бы одна книга
- A_2 — две или больше книг
- A_3 — больше двух книг
- A_4 — четыре или больше книг
- A_5 — 5 книг

1-й способ

Если на полке не две и не больше, чем две книги, то на ней ровно одна книга — таких полок 9–7. Если на полке стоит две и более книги, но не больше двух, то на ней стоят ровно 2 книги. Рассуждая аналогично, получим:

- 1) $9 - 7 = 2$ (п.) — 1 книга
- 2) $7 - 6 = 1$ (п.) — 2 книги
- 3) $6 - 3 = 3$ (п.) — по 3 книги
- 4) $3 - 1 = 2$ (п.) — по 4 книги
- 5) $5 \cdot 1 + 4 \cdot 2 + 3 \cdot 3 + 2 \cdot 1 + 1 \cdot 2 = 26$ (кн.)

2-й способ

Начнем читать условие «с конца». Больше всего книг — 5 штук — стоит на нижней полке. Значит, на всех остальных полках стоит меньше 5 книг. При этом на трех полках стоит 4 и более книг, одна из этих полок — нижняя, на которой стоит 5 книг. Значит, на $3 - 1 = 2$ полках стоит ровно 4 книги. Продолжая аналогичные рассуждения, можно узнать, сколько книг на каждой полке.

- 1) $3 - 1 = 2$ (п.) — по 4 книги
- 2) $6 - 3 = 3$ (п.) — по 3 книги
- 3) $7 - 6 = 1$ (п.) — 2 книги
- 4) $9 - 7 = 2$ (п.) — 1 книга
- 5) $5 \cdot 1 + 4 \cdot 2 + 3 \cdot 3 + 2 \cdot 1 + 1 \cdot 2 = 26$ (кн.)

Ответ: 26 книг.

Сценарий занятия

Метапредметные цели

- К** 1. Уточнить правила постановки вопросов на понимание и формулировки ответов на них, тренировать умение их практически применять.
- 2. Тренировать умение соблюдать правила работы в паре и группе.
- П** 1. Тренировать умение работать с моделью задачи (составлять, заполнять, читать схему) и интерпретировать представленные на ней данные.

Опорные знания

1. Понятия «множество», «элемент множества», «подмножество», «пересечение множеств», «объединение множеств».
2. Способы задания множеств.
3. Диаграмма Эйлера — Венна как модель множества.

Материалы и оборудование

- На класс:**
- презентация;
 - эталоны «Правила работы в паре» и «Правила работы в группе»¹, «Я — актер, я — зритель»², «Учимся задавать вопросы»³.
- У ученика:**
- учебное пособие на печатной основе «Математический театр, 3 класс»⁴;
 - тетрадь, черновики (листы в клетку);
 - планшетка.

Методическая справка

На данном занятии продолжается работа по развитию у учащихся умения вести диалог в позициях *автора* и *понимающего* с опорой на эталон «Учимся задавать вопросы».

Системная отработка правил построения диалога между *автором* и *понимающим* организуется учителем на разных этапах занятия. Так, на этапе «Математическое фойе» ученики, находясь в позиции *понимающего*, имеют возможность потренироваться в правильной постановке вопросов на понимание, а учитель продемонстрировать образцы построения ответа автором.

Тренировка этих умений продолжится на последующих занятиях «Математического театра».

Ход занятия

1	2 + 3	4	5	6
Математическое фойе	Творческая мастерская + Сцена	Антракт	Выход на бис	Зеркало
20 мин	38 мин	5 мин	10 мин	7 мин



1. Математическое фойе (20 мин)

- Ребята, вы помните сказку «Алиса в стране чудес»? (Ответы детей.)
- С ее главной героиней мы уже встречались на первом занятии Математического театра. Чему вы научились на том занятии? (Приемам быстрого устного счета).

– Однажды в стране чудес Алиса пила чай с Соней, Шляпником и Мартовским Зайцем⁵. Соня рассказала им историю о том, как кисельные барышни рисовали всякую всячину — все, что начинается на букву М. Что они могли рисовать? (Ответы детей.)

¹ Мир деятельности. Методические рекомендации к надпредметному курсу. 1 класс / Под ред. Л.Г. Петерсон. — М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2018. С. 73–81, 116–124.

² Данное пособие, занятие 3 «Круглые задачи».

³ Там же, игра 1.

⁴ Петерсон Л.Г. Математический театр: учебное пособие по олимпиадной математике для 3 класса. — Л.Г. Петерсон, О.Н. Агаханова. — М.: Институт СДП, 2021.

⁵ Кэрролл Льюис. Приключение Алисы в стране чудес. Глава VII. Безумное чаепитие (часть 4).

В разных переводах книги один из героев чаепития получил разные имена — Безумный Шляпник, Болванщик, Шляпник. Здесь используется имя Шляпник.

Учитель при желании может подготовить инсценировку этого фрагмента сказки в исполнении учеников класса.

С-3

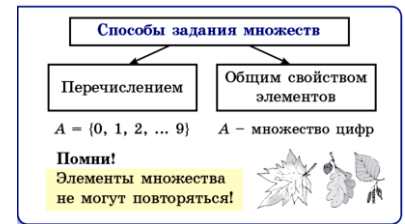
– Да! Они рисовали *месяц*, *множество*... Алиса удивилась — как же нарисовать «множество», состоящее из неизвестно чего? А вы знаете? (Да. Можно нарисовать, например, круг, овал, квадрат и мыслить, что внутри него находятся все элементы множества.)

– Верно, такой рисунок мы называем диаграммой Эйлера — Венна. Множества и диаграммы помогают решать логические задачи. Хотите узнать — как? (Да.)

С-4

– Отлично! Но сначала помогите Алисе ответить на вопросы:

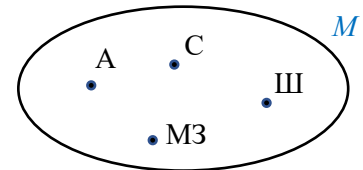
- Что означает запись: $M = \{\text{Алиса, Шляпник, Мартовский Заяц, Соня}\}$? (Множество героев сказки, которые пили чай.)
- Сколько элементов в этом множестве? (4.)
- Каким способом оно задано? (Перечислением элементов.)
- Изобразите это множество на планшете.



С-5

С-6

▲ Учитель демонстрирует на доске один из вариантов диаграммы множества M , где элементы обозначены первыми заглавными буквами.



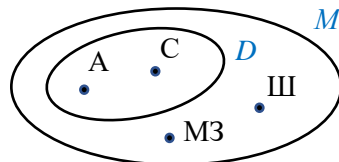
С-7

– Из каких элементов состоит множество D , которое отмечено на схеме? (Алиса и Соня.)

– Задайте его свойством. (D — множество девочек, которые пили чай.)

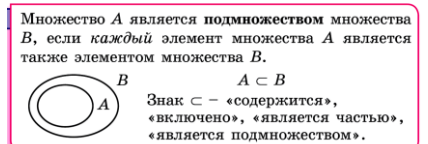
С-8

– Как соотносятся между собой множества D и M ? Как это записать? (D — подмножество M ; $D \subset M$.)



С-9

Подмножество



– Как расположены диаграммы множества и подмножества? (Диаграмма подмножества всегда расположена внутри диаграммы множества.)

С-10

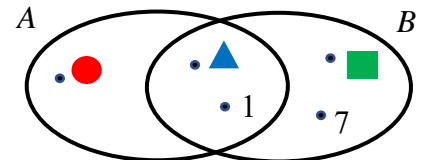
С-11

– А теперь изобразите два множества A и B , где $A = \{\bullet, \blacktriangle, 1\}$, $B = \{\blacktriangle, \blacksquare, 7, 1\}$

▲ Ученики проверяют по образцу правильность построения диаграммы.

– Назовите общие элементы этих множеств. (\blacktriangle и 1.)

– Как называют множества, у которых есть общие элементы? (Пересекающиеся множества.)

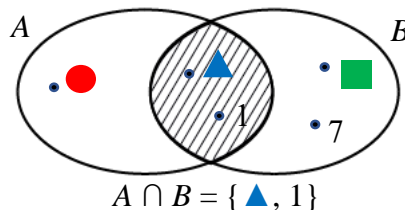


С-12

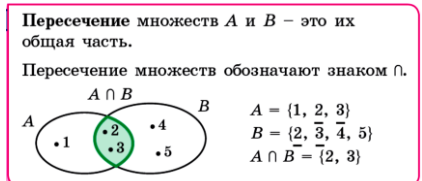
С-13

– Заштрихуйте на диаграмме **пересечение** множеств, запишите и назовите его элементы. (\blacktriangle и 1.)

▲ Ученики проверяют правильность штриховки и записи.

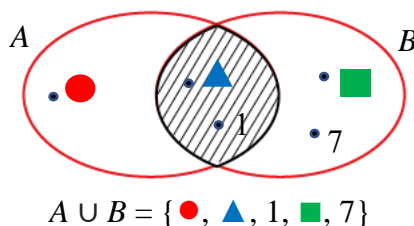


Пересечение множеств

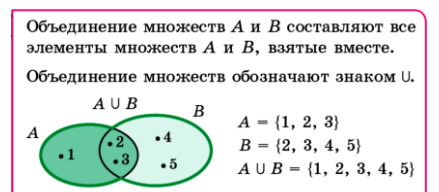


С-14

– Обведите на диаграмме **объединение** этих множеств. Какие элементы в него входят? ($\bullet, \blacktriangle, 1, \blacksquare, 7$.)



Объединение множеств



С-16

– Итак, вы повторили способы задания множеств, диаграммы Эйлера — Венна, понятия подмножества, объединения и пересечения множеств и символы для их обозначения. Теперь попробуйте, используя диаграмму Эйлера — Венна, составить на планшетах схему к задаче: «В 5 классе Суворовского училища все ребята занимаются спортом. 15 человек увлекаются шахматами, 17 человек — футболом, а пятеро занимаются обоими видами спорта. Сколько ребят в классе?»

▲ **Учителю на заметку.** Результатом выполнения данного задания должна быть **только диаграмма**. Запись выражения или решения задачи не являются целью данного задания.

▲ Учащиеся демонстрируют свои варианты выполнения работы.

– Вы видите, что у всех ребят записи условия задачи разные. Удобно нам будет обсуждать ее решение? (Нет.)

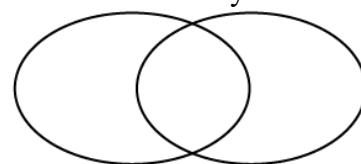
– Значит, что нам надо сделать? (Согласовать записи.)

– Давайте воспользуемся записями, которые вы сделали. Кто из вас хочет представить свои работы на общее обсуждение? Прошу выйти к доске.

▲ Далее в ходе подводящего диалога учитель организует согласование записи условия задач на множества. Приведем один из возможных вариантов.

С-17

– Ребята, как вы считаете, какое изображение множеств подойдет? Почему? (Два пересекающихся множества: шахматисты и футболисты.) Изобразите их в тетрадах.



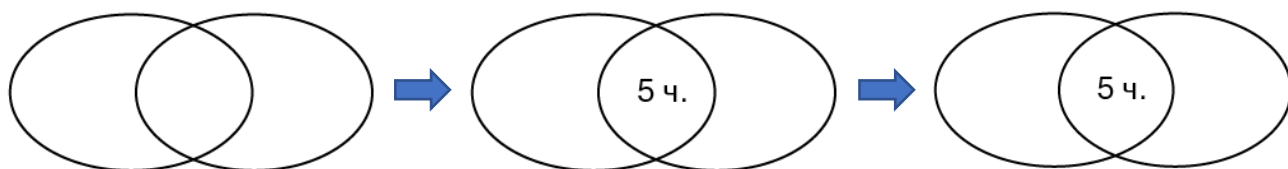
– На одних диаграммах элементы обозначены точками, а на других — числами. Как удобнее? Почему? (Удобнее числами, так как точек слишком много.)

С-18

– Покажите пальчиками на диаграмме множество шахматистов, множество футболистов. Что нам о них известно? (Было 15 шахматистов и 17 футболистов.) Отметьте это на диаграмме.

– Что еще известно? (5 ребят играют как в шахматы, так и в футбол.) Отметьте это на диаграмме.

Ш — 15 ч. Ф — 17 ч. Ш — 15 ч. Ф — 17 ч. Ш — 15 ч. Ф — 17 ч.



– Что мы еще не отметили? (Вопрос задачи: «Сколько ребят в классе?») Ш ∪ Ф — ? ч.

– Количество элементов какого множества надо найти? (Объединения Ш и Ф.)

С-19

– Покажите его на схеме. Отлично! Так и запишем внизу схемы. (Ш ∪ Ф — ? ч.)

▲ Далее дети под руководством учителя решают задачу. Все их рассуждения сопровождаются демонстрацией на диаграмме.

– Молодцы, вы построили удобную схему к задаче, которая поможет быстро ее решить. Скажите, можно ли найти количество элементов в объединении множеств Ш и Ф, просто сложив количества элементов обоих множеств? Почему? (Нет, так как элементы в пересечении посчитаем 2 раза.)

– Значит, что нужно сделать с суммой, чтобы найти ответ? (Вычесть то, что мы посчитали дважды — 5 человек.)

– Запишите в тетради решение задачи по действиям с пояснением.

С-20

▲ Один из учеников записывает действия на доске с комментированием, остальные фиксируют их в тетради.

1) $15 + 17 = 32$ (чел.) — если бы множества не пересекались;

2) $32 - 5 = 27$ (чел.)

– Итак, какой ответ получился? (27 человек.)

– Помогла вам схема? (...)

С-21

▲ На основании полученного решения дети выводят первые два совета для решения задач на множества.

▲ Учителю на заметку. Третий совет будет заполнен на этапе «Сцена».)

Советы по решению задач на подсчет элементов во множествах

1. В задачах на нахождение количества элементов в множестве помогают _____. На диаграмме нужно нарисовать все множества, а также отметить известные количества элементов.
2. Чтобы найти, сколько элементов в **объединении** двух множеств, можно _____ количества элементов в каждом из них и _____ количество элементов в их _____.
3. ...

С-22

▲ Учащиеся заполняют пропуски сначала карандашом, затем проверяют записи по образцу в пособии и аккуратно вписывают ручкой согласованный вариант.

Советы по решению задач на подсчет элементов во множествах

1. В задачах на нахождение количества элементов в множестве помогают **диаграммы Эйлера — Венна**. На диаграмме нужно нарисовать все множества, а также отметить известные количества элементов.
2. Чтобы найти, сколько элементов в **объединении** двух множеств, можно **сложить** количества элементов в каждом из них и **вычесть** количество элементов в их **пересечении**.
3. ...

С-23

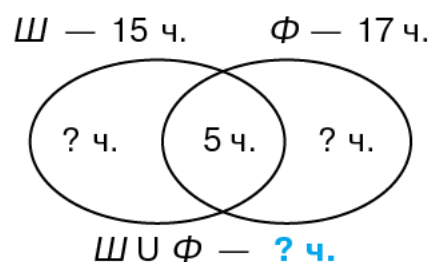
– Итак, задача решена. Рассмотрим решение этой задачи другими способами. Чтобы их найти, рассмотрите диаграмму.

– Что обозначают области слева и справа от пересечения? (Слева — те, кто играют **только** в шахматы, а справа — **только** в футбол.)

– Сколько элементов в этих множествах? (Не известно.)

– Вы можете это вычислить? Как? (Только шахматами занимаются $15 - 5 = 10$ человек, а только футболом — $17 - 5 = 12$ человек.)

– Зная части — 10, 5 и 12 человек — как найти целое? (Части надо сложить: $10 + 5 + 12 = 27$ человек.)



С-24

Оформление записи на доске и в тетради:

- 1) $15 - 5 = 10$ (чел.) — занимаются *только* шахматами;
- 2) $17 - 5 = 12$ (чел.) — занимаются *только* футболом;
- 3) $10 + 5 + 12 = 27$ (чел.)

– Можно ли упростить этот способ решения — сделать не 3, а 2 действия? (Да. Можно к количеству шахматистов добавить тех, кто играет только в футбол, либо к количеству тех, кто играет только в шахматы добавить всех футболистов. Тогда одно действие экономится.)

▲ Учитель фиксирует на доске эти способы с помощью дуг.

$$10 + 5 + 12 = 27 \text{ (чел.)}$$

С-25

▲ Дети записывают в тетради один из способов по выбору, а двое фиксируют их на доске:

- 1) $17 - 5 = 12$ (чел.) — только футболом;
 - 2) $15 + 12 = 27$ (чел.)
- или
- 1) $15 - 5 = 10$ (чел.) — только шахматами;
 - 2) $10 + 17 = 27$ (чел.)

– Сравните решения и полученные ответы. (Способы разные, а ответы одинаковые.)

– Итак, задача решена разными способами, ответы совпали. Запишите ответ.

▲ Учитель на доске, а ученики в тетради дописывают краткий ответ. (Ответ: 27 человек.)

С-26

– Молодцы! Как бы вы назвали задачи на множества? (...)

– В нашем пособии занятие названо «Элементарно!». Как вы думаете, почему? (...)

– Далее в Творческой мастерской у вас будет возможность самим придумать способы решения задач с помощью диаграмм Эйлера — Венна.



2. Творческая мастерская + 3. Сцена (38 мин)

С-27

▲ В данном сценарии предлагается прием работы «Снежный ком», поэтому 2-й и 3-й этапы занятия проходят параллельно.

С-28

Описание приема работы «Снежный ком»

В процессе работы учитель при необходимости направляет действия детей в парах и группах. Решение дети фиксируют на планшетах.

1-й этап (индивидуальный)

▲ Работа начинается с решения индивидуального задания (1–2 мин). Все учащиеся решают самое простое задание — задание № 1.

С-29

1. Классная задача (5 мин)

Все учащиеся 3 «А» класса занимаются музыкой или спортом. Сколько человек в этом классе, если музыкой занимаются 15 человек, спортом — 20 человек, а и тем, и другим — 10 человек?

▲ Схему и решение (можно выражением) учащиеся фиксируют на планшетах. По итогам работы учитель вызывает учеников, которые показали разные схемы и/или разные способы решения.

В ходе обсуждения решения этой и всех других задач занятия ученики опираются на согласованные правила коммуникации, которые выставляются на доске.



– Постарайтесь в ходе обсуждения ваших решений задавать вопросы и отвечать на них по нашим эталонам.

С-31

С-32

▲ Учитель в ходе диалога при необходимости мягко поправляет формулировки учащихся. В результате класс получает 4 согласованных ранее способа решения задачи. Один из них (по самостоятельному выбору) ученики переносят в пособие.

– Задача решена! Правильное ведение диалога помогло вам осмыслить и согласовать решение. Те, кто представлял решение, поставьте слева от текста задачи красным карандашом букву **А** (автор), а те, кто должен был понять решение — синим карандашом букву **П** (понимающий). Те, кому удалось правильно применять правила, поставьте рядом с буквой восклицательный знак: **А!** или **П!**

– Аплодисменты и актерам, и зрителям! Дальше вы будете работать в парах.

С–33

2-й этап (работа в парах)

Школьники распределяются в пары. Перед началом работы они с опорой на эталон повторяют правила работы в паре¹:

1. В паре работают оба.
2. Один говорит, другой слушает.
3. Свое несогласие высказывай вежливо.
4. Если не понял, переспроси.



– Второе правило гласит: «Один говорит, другой слушает». Об исполнении каких ролей вам напоминает это правило? (О ролях автора и понимающего.)

– Постарайтесь правильно исполнить эти роли и задавать друг другу вопросы на понимание.

▲ После этого следует работа в парах. Задача предлагается чуть сложнее — например, № 2 для каждой пары. Пары записывают свое решение на планшете (одно на двоих) и по сигналу учителя поднимают планшеты вверх.

С–34

2. Олимпиада (5 мин)

На олимпиаде по математике Миша и Леша решили всего 10 заданий. При этом Миша решил 6 заданий, а Леша — 7. Сколько заданий решили и Миша, и Леша?

С–35

С–36

▲ Далее работа строится в соответствии с правилами коммуникации, аналогично организации работы на 1-ом этапе. Согласованное решение ученики записывают и отмечают свою успешность в позиции автора и понимающего как при фронтальном разборе решений, так и при работе над задачей в паре. В завершение учащиеся выводят из решения этой задачи совет № 3.

С–37

– В данной задаче вы искали не объединение, а пересечение множеств. Проанализируйте решение и попробуйте заполнить пропуски в совете № 3.

С–38

▲ Ученики заполняют пропуски и согласовывают вставки.

3. Чтобы найти, сколько элементов в **пересечении** двух множеств, можно **сложить** количества элементов в каждом из них и **вычесть** количество элементов в их **объединении**.

3-й этап (работа в группах по 4–6 человек)

С–39

▲ 2–3 пары объединяются в группы по 4–6 человек и, пользуясь эталоном, внутри группы повторяют правила работы в группе. Далее работа продолжается в группах, где происходит обсуждение более сложного задания. В зависимости от времени, оставшегося после первых двух этапов, можно давать на обсуждение в группах в общей сложности 1–3 задания.

¹ Мир деятельности. 1 класс: учебное пособие / под. ред. Л. Г. Петерсон. — 2-е изд., стереотип. — М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2018. С.73–81

С-40
С-41
С-42

3. Цветочная поляна (5 мин)

На поляне росло 36 цветков. Каждая из двух пчелок, Жужа и Мажа, собрали нектар ровно с половины всех цветков поляны. При этом только с трех цветков на поляне собрали нектар обе пчелки. Со скольких цветков пчелки не собрали нектар?

С-43
С-44
С-45

4. Юные художники (5 мин)

На кружок по рисованию пришли 25 детей. 7 из них принесли только краски, 12 — только цветные карандаши, а двое не принесли ничего из этого. Сколько детей принесли краски?

С-46
С-47
С-48

5*. Хитрые пирожки (8 мин)

Мама испекла 20 пирожков с яблоками. В начинку некоторых из них она добавила ягоды. В те пирожки, куда она положила клюкву, она положила и бруснику. Без клюквы оказалось 14 пирожков, а без брусники — всего 3. На сколько больше было пирожков с брусникой без клюквы, чем пирожков с клюквой?

▲ Группы представляют свои решения, остальные учащиеся задают вопросы на понимание. После внесения необходимых изменений в решение каждой задачи, учащиеся переносят их в пособие и, как и на предыдущих этапах, отмечают свою успешность в исполнении коммуникативных ролей автора и понимающего.

— Молодцы! Меня порадовали ваши авторские решения и умные и грамотные вопросы. Они помогли авторам сделать решение более точным (четким интересным и т.д.).

С-49



4. Антракт (5 мин)

— На какую тему сегодня были задачи? (Например: на подсчет элементов во множествах, на использование диаграммы Эйлера — Венна.)

С-50

▲ Учащиеся перечисляют новые способы решения задач, задают оставшиеся вопросы. Учитель отвечает на них и уточняет моменты, которые он считает важными, например:

— В условии задачи № 1 было сказано: «В 3 “А” классе все занимаются музыкой **или** спортом». Правильно ли я понимаю, что в классе нет учеников, занимающихся и тем, и другим? (Нет.)

С-51

— Совершенно верно, при решении задач важно помнить, что союз «или» не запрещает пересечение множеств. В этой же задаче было сказано, что «музыкой занимаются 15 человек». Правильно ли я понимаю, что среди них нет детей, которые занимаются спортом? (Нет.)

— Уточните, пожалуйста, какое слово должно быть в тексте задачи, чтобы эта фраза означала, что эти дети не занимаются спортом? (Слово «только».)

— Правильно! Не забывайте, что ключи к успеху в решении задач — это внимательное прочтение, понимание смысла и рисунок!

С-52



5. Выход на бис (10 мин)

— Следующий этап нашего занятия — «Выход на бис». Назовите его цель. (Ответы детей.)

— На работу вам дается 5 минут. Вы можете решать любые понравившиеся вам задачи. Выбор за вами, но следите за временем. Успеха!

С-53
С-54

▲ Учащиеся решают задачи, затем проверяют выполнение работы по образцу.

С-55
С-56



6. Зеркало (7 мин)

▲ Этап проводится по отработанному плану. Особое внимание уделяется рефлексии учащихся по овладению умением правильно задавать вопросы и отвечать на них. Для этого проводится экспресс-опрос на основе отметок **А** и **П** на полях пособия.

Занятие 4. Элементарно! (Диаграммы Эйлера — Венна)

- Кто научился правильно задавать вопросы на понимание?
- Кому удалось побывать в роли автора?
- У кого из вас есть успехи в исполнении ролей «автора» и «понимающего»?

С–57
С–58

▲ В завершение учащиеся отмечают в пособии характеристики задач, записывают свои выводы по занятию и рисуют изображение в зеркале.

Для педагогов, работающих в ТДМ

Основные структурные элементы занятия

1. **Новое знание.** Схема к задачам на множества на основе диаграммы Эйлера — Венна.
2. **Пробное действие.** Попробуйте, используя диаграмму Эйлера — Венна, составить схему к задаче: «В пятом классе Суворовского училища все ребята занимаются спортом. 15 человек увлекаются шахматами, 17 человек – футболом. Пятеро ребят занимаются обоими видами спорта. Сколько ребят в классе?»
3. **Возможные затруднения.** «Я пока не могу обосновать, что правильно составил схему к этой задаче».
4. **Фиксация причин затруднений.** Я не знаю, как правильно составлять схемы к задачам на множества.
5. **Цель деятельности.** Узнать способ составления схем к задачам на множества.
6. **Фиксация нового знания.** Схему для задачи на множества можно построить с помощью диаграммы Эйлера — Венна, на которой отмечены известные и неизвестные количества элементов.