

ИГРА 1 К ЗАНЯТИЯМ 1–3. МАСТЕРА МАТЕМАТИКИ

Учебное содержание

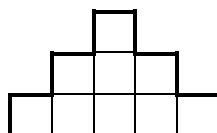
Предметные цели

Закрепить знания и умения, полученные на занятиях № 1–3 «Математического театра».

Задания и решения¹

Задание 1 (3 балла)

Женя составил из кубиков пирамидку высотой в 3 кубика (смотри рисунок). Для ее постройки Жене потребовалось 9 кубиков. А сколько кубиков потребуется Жене, чтобы построить такую же башню, но высотой в 9 кубиков?



Решение

Заметим, что количество кубиков в маленькой башне можно посчитать как: $1 + 3 + 5 = 9$.

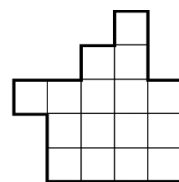
Количество кубиков в каждом следующем ряду на 2 больше, чем в предыдущем. Тогда башня высотой в 9 кубиков будет состоять из:

$$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 = 1 + 20 \cdot 4 = 1 + 80 = 81 \text{ (к.)}$$

Ответ: 81 кубик.

Задание 2 (3 балла)

Разрежь фигуру на рисунке на 4 равные части так, чтобы все линии разреза шли по сторонам клеток.



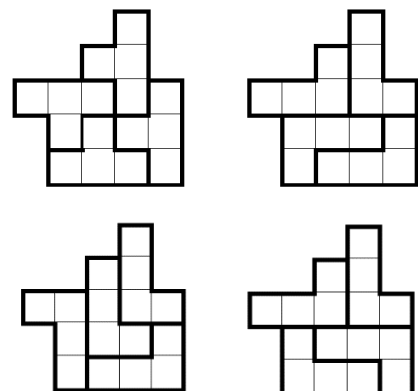
Решение

Все возможные примеры — на рисунке. Достаточно привести один способ разрезания.

Путь к решению

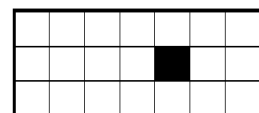
Фигура состоит из 16 клеток, ее нужно разрезать на 4 равные части. Это значит, что в каждой части будет $16 : 4 = 4$ клетки, то есть нужно разрезать на фигуры тетрамино.

«Узкое место» фигуры — выступ сверху из 3 клеток. Чтобы найти решение, нужно рассмотреть варианты его заполнения фигурками тетрамино.



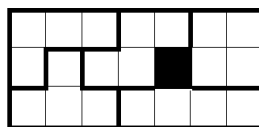
Задание 3 (3 балла)

Составь из полного набора тетрамино прямоугольник 7×3 с вырезанной клеткой (смотри рисунок).



Решение

Пример составления — на рисунке.



¹ В данной игре участники сдают только ответы. Решения приводятся в ознакомительных целях. После подведения итогов игры можно разобрать с учащимися решения задач, вызвавших затруднения.

Задание 4 (3 балла)

Робинзон Крузо попал на необитаемый остров в пятницу. На следующее утро он сделал зарубку на пальме, и продолжал делать по зарубке утром каждого нового дня. Однажды вечером он посчитал зарубки и понял, что прожил на острове уже 50 дней. В какой день недели это было?

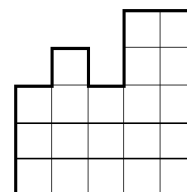
Решение

Цикл — это неделя, начинающаяся с субботы (первая зарубка была сделана на следующее утро после пятницы). $50 : 7 = 7$ (ост. 1). Оставшийся день — суббота.

Ответ: в субботу.

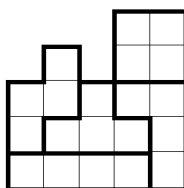
Задание 5 (4 балла)

Разрежь фигуру на фигурки тетрамино́, среди которых нет равных.



Решение

Пример разрезания — на рисунке.



Задание 6 (4 балла)

Пират строит башенку из монет. Сначала он положил 2 золотые монеты, потом 1 серебряную, потом 1 золотую, 2 серебряных, а потом снова 2 золотые, 1 серебряную, и так далее. Когда он положил пятидесятую монету, башня рухнула. Какую монету он положил последней: золотую или серебряную?

Решение

Рассмотрим цикл: 2 з, 1 с, 1 з, 2 с. Длина цикла = $2 + 1 + 1 + 2 = 6$. $50 : 6 = 8$ (ост. 2). Останутся 2 монеты (обе золотые).

Ответ: золотую.

Задание 7 (4 балла)

В ряд были написаны числа так, чтобы сумма любых трех чисел подряд была равна 20. Вместо некоторых чисел поставили звездочки. Восстанови исходный ряд чисел.

7, *, *, *, *, *, *, *, 9

Путь к решению

Сумма первого, второго и третьего числа равна сумме второго, третьего и четвертого числа. Это значит, что первое и четвертое число — одинаковые, то есть числа повторяются через два:

7, *, 9, 7, *, 9, 7, *, 9.

Теперь можно дополнить ряд с конца: $20 - 9 - 7 = 4$. Значит, вместо оставшихся звездочек надо вставить число 4:

7, 4, 9, 7, 4, 9, 7, 4, 9.

Сумма каждых трех подряд идущих чисел этого ряда равна $7 + 4 + 9 = 20$.

Ответ: 7, 4, 9, 7, 4, 9, 7, 4, 9.

Задание 8 (4 балла)

Юный инженер Стас строит башню из кубиков конструктора. В каждом следующем ярусе кубиков на 1 меньше, чем в предыдущем, а в самом верхнем ярусе — всего 1 кубик. Сколько кубиков в нижнем ярусе башни, если на постройку башни потребовалось 105 кубиков?

Решение

Мысленно начнем рассматривать башню сверху вниз, складывая кубики в рядах: $1 + 2 + 3 + \dots$. Сосчитаем сумму всех чисел от 1 до 10: $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 = 55$.

$$\underbrace{1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10}_{10} = 55$$

Будем добавлять новые ярусы, пока не получим в сумме 105 кубиков.

1) $55 + 11 = 66$ (к.) — не хватает

2) $66 + 12 = 78$ (к.) — не хватает

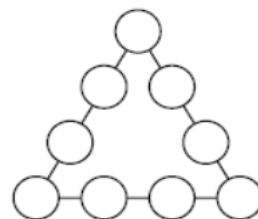
3) $78 + 13 = 91$ (к.) — не хватает

4) $91 + 14 = 105$ (к.) — подходит

Ответ: 14 кубиков.

Задание 9 (5 баллов)

Расставь в кружки на картинке все цифры от 1 до 9 так, чтобы сумма чисел вдоль каждой стороны оказалась равной 20.

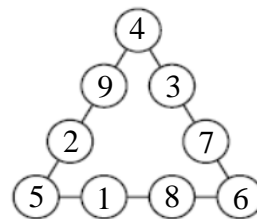


Решение

Пример такой расстановки цифр — на рисунке.

Путь к решению

Сумма всех чисел от 1 до 9 равна 45. Если сложить суммы чисел на каждой из трех сторон треугольника, то получится: $20 \cdot 3 = 60$. Но при втором подсчете мы дважды посчитали числа в угловых кружках. Значит, разница $60 - 45 = 15$ равна сумме чисел в угловых кружках. Например, можно поставить в них числа 4, 5, 6. Остальные числа получаются методом подбора.



На рисунке приведен один из вариантов решения. Существуют и другие варианты.

Задание 10 (5 баллов)

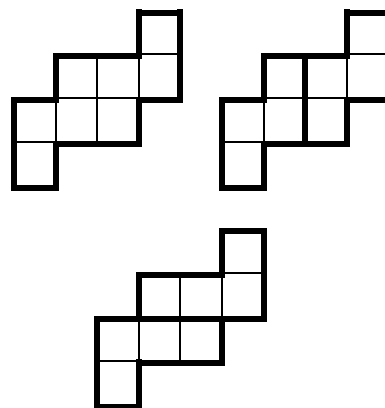
Придумай клетчатую фигурку из наименьшего возможного количества клеток, которую можно разрезать как на Z-тетрамино, так и на L-тетрамино.

Решение

Пример такой фигурки и разрезания — на рисунке.

Замечание

Клетчатой фигурки из меньшего числа клеток, чем 8, не получится, так как, число клеток должно делиться на 4 (размер одной части). Если же рассмотреть фигурку из 4 клеток, то она либо будет иметь форму Z-тетрамино, либо форму L-тетрамино, но не обе сразу.



Задание 11 (5 баллов)

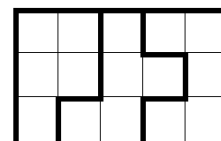
Составь из нескольких (больше одной) различных пятиклеточных фигур (пентамино) прямоугольник самой маленькой возможной площади.

Решение

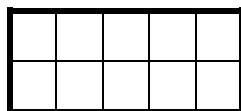
Пример составления прямоугольника площади 15 — на рисунке.

Замечание

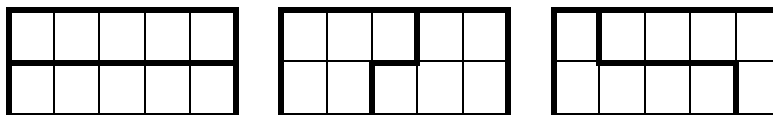
Прямоугольник меньшей площади составить не получится. Площадь прямоугольника должна делиться на 5, так как он составляется из пятиклеточных фигур. Если взять прямоугольник с площадью в 5 клеток, то получится только одна фигура (а их по условию несколько). Если взять



прямоугольник с площадью 10 клеток, то это либо полоска 1×10 (которую можно разделить только на две полоски 1×5 , то есть на равные части), либо прямоугольник 2×5 :



Такой прямоугольник тоже можно разделить только на равные фигуры (чтобы получилось одинаковое число клеток в частях, линия разреза должна быть центрально-симметричной):



Задание 12 (5 баллов)

Аня не любит длинные числа, поэтому придумала свой способ умножения, который назвала *единичным умножением*. При единичном умножении в результате записывается только последняя цифра произведения (например, при единичном умножении 123 на 7 получится 1). В субботу Аня решила поупражняться в единичном умножении, и умножила 123 на 7. После этого каждый день она единично умножала получившийся накануне результат на 7. В какой день недели она в пятый раз получила результат 1?

Решение

В первый день Аня получила результат 1, так как $7 \cdot 3 = 21$. На второй день она получит результат 7. На третий день — 9. На четвертый — 3, а на пятый — 1. Итак, получается цикл длины 4. Когда она в пятый раз получит результат 1, пройдет 4 полных цикла и еще один день. Значит, пройдет $4 \cdot 4 + 1 = 16 + 1 = 17$ дней. Это 2 полных недели и еще 3 дня (суббота, воскресенье, понедельник).

Ответ: в понедельник.

Сценарий занятия

Метапредметные цели



1. Сформировать представление о стратегиях в командных играх.
2. Тренировать умения самоконтроля и самокоррекции.



1. Закрепить знания учащихся об основных целях и правилах автора и понимающего, помогающих им достичь цели своей коммуникации.
2. Уточнить правила постановки вопросов на понимание и ответа на них, сформировать опыт применения этих правил.
3. Закрепить знание правил работы в группе и обязанностей капитана команды.

Материалы и оборудование

- На класс:**
- презентация;
 - электронная или бумажная таблица подсчета баллов;
 - карточка с ответами (для учителя);
 - эталоны «Правила работы в группе»¹, «Учимся задавать вопросы», «Я — капитан команды».

¹ Мир деятельности. Методические рекомендации к надпредметному курсу. 1 класс / Под ред. Л.Г. Петерсон. — М., 2020. С. 116–124 (урок 10).

- На команду:**
- игровой комплект: листы с задачами (односторонняя печать) и лист для ответов;
 - ножницы;
 - планшетка;
 - таблица рефлексии.
- У ученика:**
- учебное пособие на печатной основе «Математический театр, 3 класс»¹;
 - тетрадь, черновики (листы в клетку).

Методическая справка

Главная **метапредметная цель** данного занятия — уточнить правила автора и понимающего: «Задавай вопросы автору» и «Отвечай на вопросы понимающего». Учащиеся знакомятся с двумя видами вопросов: на понимание и на уточнение (без введения терминологии). В ходе занятия они получают первичный опыт правильной формулировки ответа в зависимости от поставленного вопроса.

Вопрос на понимание начинается словами: «Правильно ли я понял, что...?» Вторая часть вопроса содержит мысль, правильность которой необходимо проверить. Ответ на такой вопрос может быть «Да, правильно» или «Нет, неправильно ...» с пояснением того, что именно неправильно. При необходимости понимающий задает **вопрос на уточнение**, который начинается словами: «Уточни, пожалуйста, ...». Вторая часть вопроса содержит мысль, которую следует уточнить, пояснить.

В случае, если понимающий удовлетворен полученным ответом, он может сказать: «Спасибо, теперь понятно». Если у него осталось еще вопросы, он может снова задать вопросы на понимание.

Систематическая отработка умения правильно задавать вопросы и отвечать на них поможет учащимся освоить коммуникативные роли автора и понимающего и подготовит их к введению в 4 классе новой роли критика.

Правила игры

«**Мастера математики**» — это командная игра, требующая умения работать в группе и правильного выбора стратегии игры. В этой игре нужно не только уметь быстро и правильно решать задачи, но и проверять решения.

Разделение на команды

Ученики под руководством учителя разбиваются на команды по 4–5 человек примерно одинакового уровня.

Перед началом игры каждая команда придумывает свое **название**, связанное с математикой. Название команды записывается на планшете (одной на команду), которая кладется на стол учителя.

Команда выбирает **капитана** — только он имеет право подходить к столу учителя, чтобы сдать ответ, положив листочек на планшете с названием своей команды.

¹ Петерсон Л.Г. Математический театр: учебное пособие по олимпиадной математике для 3 класса. — Л.Г. Петерсон, О.Н. Агаханова. — М.: Институт СДП, 2021.

Игровой комплект

Игровой комплект для каждой команды состоит из **листов** с задачами и для ответов. После выдачи командам игрового комплекта он разрезается на отдельные карточки. На каждой карточке для ответа капитан записывает название команды.

Решение задач и начисление баллов

В данной игре школьникам предлагаются задачи, которые оцениваются в 3, 4 и 5 баллов. Стоимость задачи в баллах зависит от ее уровня сложности. Задачи можно решать в любом порядке. На карточке с ответами капитан записывает **только ответ**.

Команда по мере решения задач сдает карточки с ответами учителю. Учитель проверяет ответы и заносит баллы в электронную таблицу. Обращаем внимание, что на каждую задачу ответ можно сдать **только один раз**. Если ответ неправильный, то эта задача оценивается в 0 баллов.

Если все задачи на 3 балла решены **правильно**, то к набранным 12 баллам добавляется 3 бонусных балла. При правильном решении всех задач на 4 балла к набранным 16 баллам добавляется 4 бонусных балла. Если правильно решены все задачи на 5 баллов, то к набранным 20 баллам добавляется 5 бонусных баллов. Максимально за игру можно набрать 60 баллов.

На решение задач отводится 30 минут. Учитель через каждые 10 минут объявляет об оставшемся времени, а за 1 минуту до конца предупреждает учеников о скором завершении игры, чтобы они могли дописать ответ и сдать карточку на проверку. После этого учитель объявляет итоги игры. Выигрывает та команда, которая наберет в сумме больше баллов. В случае равенства баллов выше в рейтинге будет та команда, которая решила больше сложных задач (на 5 баллов).

Ход занятия

1	2	3	4
Математическое фойе	Игра «Мастера математики»	Подведение итогов игры	Зеркало
5 мин	30 мин	5 мин	15 мин (+ 25 мин «Разбор задач»)



1. Математическое фойе (5 мин)

– Здравствуйте, ребята. Перед вами афиши к фильму «Город мастеров». Как вы думаете, почему так называли этот город? (Ответы детей.)

– Вы правы, в этом городе живут мастера своего дела — гончары, цветоводы, пекари, стеклодувы... Кого можно назвать мастером? (Ответы детей.)

– У нас прошли 3 занятия в Математическом театре, на сцене которого вы осваивали мастерство в решении математических задач. Поэтому сегодняшнее наше занятие — это игра «Мастера математики». В ней каждый из вас может проявить свое мастерство. Хотите?

– С правилами этой игры вы познакомились дома. Откройте страницу 98 пособия.

▲ Учитель вывешивает на доску эталон «Учимся задавать вопросы».

С–1
С–2
С–3

С–4

С–5

– Перед началом игры предлагаю проверить ваше понимание правил. Для этого зададим вопросы на понимание по правилам игры. Если мой вопрос будет начинаться со слов «правильно ли я поняла», то вы отвечаете либо «да», либо «нет». Попробуем.

– **Правильно ли я поняла**, что игра «Мастера математики» индивидуальная? (Нет.)

– Молодцы! А если я буду начинать свой вопрос словами «уточните, пожалуйста», вы расскажете о том, что я прошу уточнить. Итак, уточните, пожалуйста, какая это игра? (Командная.)

– Молодцы! Продолжим. **Правильно ли я поняла, что** каждая команда придумывает название и записывает его на планшете? (Да, правильно.)

– **Уточните, пожалуйста**, правила работы капитана. (Капитан записывает название команды на планшете, отдает ее учителю. Еще он приносит учителю карточки с ответами.)

– **Уточните, пожалуйста**, зачем нужны ножницы? (Чтобы разрезать листы с задачами и таблицу с карточками для ответов.)

– **Правильно ли я поняла, что** лист с задачами тоже нужно разрезать? (Да.)

– **Уточните, пожалуйста**, для чего нужны отдельные карточки с задачами. (Свободные ответы детей.) Они позволят вам построить и реализовать **свою** стратегию игры.

– **Правильно ли я поняла, что** сдавать нужно **только** ответы? (Да, правильно.)

– **Правильно ли я поняла, что** сдавать ответы можно только тогда, когда решены **все** задачи? (Нет, не правильно.)

– **Уточните**, как сдавать ответы? (Их можно приносить по несколько и по одному.)

– **Правильно ли я поняла, что** на карточке с ответами обязательно должно быть написано название команды? (Да, правильно.)

– Спасибо. **Правильно ли я поняла, что** вы знаете правила игры и готовы играть? (Да.)

– Обращаю внимание, что начинать разрезать листы и решать задачи вы будете по моему сигналу!

– Сегодня капитанами игры будут.... Получите списки своих команд.

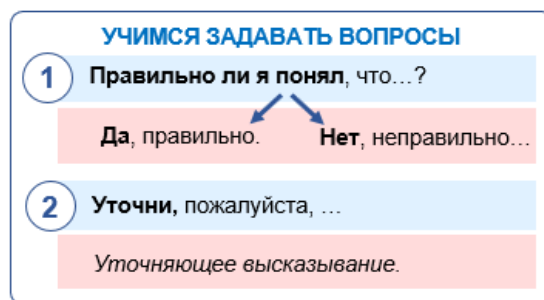
– Пользуясь эталоном, повторите правила работы в группе.

– Капитан команды — это новая важная роль. Познакомьтесь с памяткой капитана команды.

– Что вы должны сделать, прежде чем получите комплекты для игры? (Придумать название своей команды и сдать планшете с названием.)

▲ Капитаны приносят планшеты и получают от учителя комплекты для игры.

▲ **Важно!** Учитель обращает внимание детей, что ответ следует записывать на карточке с номером, соответствующим номеру задачи.



С-6
С-7
С-8



С-9



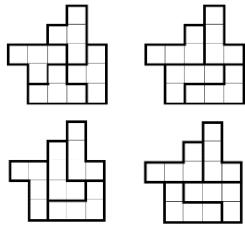
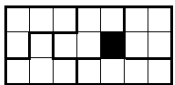
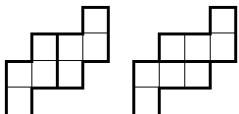
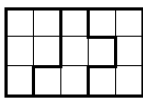
2. Игра «Мастера математики» (30 мин)

Для удобства и быстроты проверки ответов приводим **таблицу с ответами** на все задачи. В задачах, отмеченных знаком **!**, примеры, приводимые детьми, могут быть другими (эти ответы нужно проверять).

Для данной игры важно не только уметь правильно решать задачи, но и правильно выбрать порядок (то есть стратегию) решения задач и распределить игроков команды по задачам. Эти функции в команде выполняет капитан. Кроме того, капитан может назначить человека, который проверяет решения других игроков (обычно сам капитан эту функцию на себя не берет).

В ходе игры учитель может демонстрировать *электронную таблицу подсчета баллов*. В этом случае школьники смогут следить за текущими результатами команд. Капитан сможет использовать эту информацию для выстраивания процесса решения задач.

▲ **Учителю на заметку.** В процессе игры учащиеся получают первичный опыт выработки и применения *собственной* стратегии игры. Именно поэтому *учитель не озвучивает* возможные стратегии командам.

Задачи на 3 балла	1	2	3	4
	81	Возможны варианты (достаточно одного): 	! Проверьте — возможны другие варианты. Проверьте, что в разрезании используется каждое из тетрамино: Z, L, O, T, I. 	Суббота
Задачи на 4 балла	5	6	7	8
! Проверьте — возможны другие варианты. Проверьте, что в разрезании используется каждое из тетрамино: Z, L, O, T, I.		Золотая	7, 4, 9, 7, 4, 9, 7, 4, 9	14
Задачи на 5 баллов	9	10	11	12
! Проверьте — возможны другие варианты. Проверьте, что есть все цифры от 1 до 9 и суммы вдоль каждой стороны равны 20.		! Проверьте — возможны другие варианты. Проверьте, что фигура состоит из 8 клеток и ее можно разрезать на две Z-или две L-тетрамино. 	! Проверьте — возможны другие варианты. Проверьте, что получился прямоугольник 3×5 , разрезанный на три разных тетрамино. 	Понедельник

3. Подведение итогов игры (5 мин)

▲ Учитель подводит итоги игры, демонстрируя *электронную таблицу подсчета баллов*, которую он заполняет по мере поступления от команд ответов на задачи. Дети заполняют *таблицу рефлексии* и сверяют свой результат.

– Я поздравляю вас, вы проявили себя мастерами математики! Поаплодируйте команде-победительнице! А теперь — поаплодируйте всем участникам игры!

4. Зеркало (5 мин)

– Конечно, всегда приятно стать победителем и неприятно не получить приз. Но в математических играх — не это важно! А важно то, какой опыт вы вынесете из игры и какие выводы сделаете, чтобы стать сильнее. Поделитесь своим опытом со всеми остальными:

– Чего удалось достичь и что помогло?

- В чем ошибки и их причины?
- Кому вы хотите сказать спасибо и за что?

С–11

▲ Капитаны команды выступают. Обобщая их ответы, учитель фиксирует возможность разных стратегий игры.

– Итак, можно выбрать стратегию сначала решить все «простые» задачи (в 3 балла) и получить за них бонус, потом также решать задачи в 4 балла, в 5 баллов. Но тогда может не хватить времени на сложные («дорогие») задачи, и баллов может не хватить. А можно начать с 5-балльных задач, но возникает риск их не решить и остаться вообще без баллов. Кому из вас ближе первая стратегия? Вторая?

– Выбор стратегии команды всегда делает капитан. Стратегии могут быть разные — вы будете их придумывать в следующих играх. Какие советы вы бы дали себе для следующих игр?

▲ Учитель помогает детям вывести из своего опыта советы, которые значимы для дальнейшей работы. С этой целью можно использовать подводящий диалог, например:

– Сегодня вы были мастерами математики, а значит, вы решали нестандартные математические задачи. На какие темы были сегодня задачи? («Умный счет», «Разрезания», «Круглые задачи».)

– Где вы учились их решать? (На занятиях Математического театра.)

С–12

– Какой совет вы можете себе дать?

Совет 1. Внимательно, активно работай на занятиях Математического театра.

▲ Полученные выводы учитель фиксирует на доске. Так же можно вывести, например, советы:

Совет 2. Разработай стратегию игры. Если она не работает — меняй.

Совет 3. Внимательно проверяй все решения. Поспевай медленно.

Совет 4. Соблюдай правила работы в группе.

▲ **Важно!** Нужно помочь ученикам из «минусов» сделать правильные, конструктивные выводы, следуя которым они будут учиться побеждать. Необходимо в процессе обсуждения смещать акценты в сторону «научимся», «сможем», «получится». Для каждой команды учитель находит ободряющие слова, то хорошее, что он увидел в игре этой команды.

▲ После подведения итогов учащиеся под руководством учителя рассматривают решения задач, которые учитель считает полезными для разбора. Так, в задачах на построение примера можно обсудить путь к его построению, а в задачах, где нужно было составить фигуру наименьшей площади — причины, по которым нельзя составить фигуры меньшей площади.

С–13

▲ В завершение проводится рефлексия деятельности на занятии.

Ключевые вопросы

- Какие приемы, изученные на занятиях Математического театра, вы сегодня повторили?
- Вы решали задачи все вместе или каждый свою?
- Какая задача вам показалась самой интересной (сложной, простой, красивой...)?
- Расскажите о своих впечатлениях от сегодняшней игры. Хотите, чтобы у нас были такие игры?
- Я рада, что игра вам понравилась. Ее правила есть в вашем пособии. При желании вы можете сами ее провести, используя задачи, которые вы решаете на уроках математики и на занятиях Математического театра.
- Спасибо всем командам! Поаплодируйте друг другу!

С–14

▲ **Важно!** Занятие нужно закончить позитивно, например: «Спасибо за игру!», «Поблагодарите друг друга за интересную игру!», «Выразите с помощью аплодисментов свои эмоции!».