

ЗАНЯТИЕ 3. КРУГЛЫЕ ЗАДАЧИ

Учебное содержание

Предметные цели

Познакомить учащихся с приемами поиска циклов при решении задач и тренировать умение использовать их на практике.

Задача-ключ



В круг встали 6 человек в таком порядке: Аня, Боря, Вася, Гена, Даша и Ева. Им нужно рассчитаться для игры. Аня начинает считать с себя, потом идет Боря, и так далее. Всего в считалке 23 слова. Последний водит. Кто будет водить?

Решение. Аня снова посчитает себя через 6 слов, так как в кругу 6 человек. Таким образом, образуется цикл номеров с длиной 6. Всего за 23 слова пройдет $23 : 6 = 3$ полных цикла и останется посчитаться 5 людям (неполный цикл): Ане, Боре, Васе, Гене и Даше. Значит, водить будет Даша.

Ответ: Даша.

Советы по решению «круглых» задач (задач с циклами)

Цикл — в переводе с греческого означает «круг».

1. При счете можно отбросить повторяющиеся группы чисел (**циклы**).
2. Бывает полезно определить **длину** цикла, сколько всего циклов и сколько чисел **осталось**.

Вопросы для построения подводящего диалога

1. Есть ли в этой задаче последовательность чисел, элементов или других объектов?
2. Есть ли в этой последовательности повторяющиеся участки (циклы)?
3. Почему они повторяются, чем это можно объяснить?
4. Какова длина цикла?
5. Как использовать ее для решения задачи?

Как проверить

Чтобы проверить, правильно ли определен цикл и закономерность в счете, можно посчитать вручную несколько циклов.

Основные задания

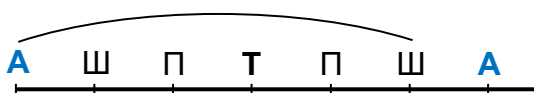
1. Поезд

На маршруте детской железной дороги всего четыре станции: Аптека — Школа — Парк — Театр. Между ними туда-обратно курсирует поезд. К остановке Аптека подошел пустой поезд. На каждой остановке заходил один пассажир, но никто из них не выходил. На какой остановке зашел 50-й пассажир?

Подсказка

Запиши, какие по счету пассажиры заходили на остановке Аптека. Есть ли закономерность?

Решение



1-й способ

Номера пассажиров, вошедших на остановке Аптека: 1, 7, 13, 19, Длина цикла равна $7 - 1 = 6$. Поскольку всего 50 пассажиров, то разделим 50 на 6 с остатком: $50 : 6 = 8$ циклов (ост. 2 пассажира). 8 полных циклов можно отбросить. Значит, первый из оставшихся зайдет на остановке Аптека, а второй — на остановке Школа.

2-й способ

Номера пассажиров, вошедших на остановке Аптека: 1, 7, 13, 19, 25, 31, 37, 43, 49. Значит, 50-й пассажир зашел на следующей остановке — Школа.

Запись на доске и в пособии

1-й способ

- 1) На остановке Аптека заходили пассажиры с номерами 1, 7, 13, 19, ...
- 2) $7 - 1 = 6$ — длина цикла
- 3) $50 : 6 = 8$ циклов (ост. 2 пасс.) \Rightarrow остались пассажиры, вошедшие на остановках Аптека и Школа.

2-й способ

На остановке Аптека вошли пассажиры с номерами: 1, 7, 13, 19, 25, 31, 37, 43, 49. Значит, 50-й пассажир зашел на следующей остановке — Школа

Ответ: Школа.

2. Горшочки

В погребе стоят в ряд 70 горшочков с медом. Однажды пчела решила съесть по капельке меда из каждого 9-го горшочка, начиная считать с крайнего из них. Из скольких горшочков пчела ела мед? Сколько остались нетронутыми?

Подсказка

Выпиши номера горшочков, из которых пчела ела мед. Есть ли закономерность в этом числовом ряду?

Решение

1-й способ

Пчелка ела мед из 9, 18, 27, ... горшочков. Длина цикла равна $18 - 9 = 9$. Всего горшочков 70. $70 : 9 = 7$ (ост. 7). Значит, пчелка съела мед из 7 горшочков, а остальные $70 - 7 = 63$ горшочка остались нетронутыми.

2-й способ

Пчелка ела мед из 9, 18, 27, 36, 45, 54, 63 горшочков (то есть только из тех, у которых номера делятся на 9). Получается всего 7 горшочков, из которых она ела мед, и $70 - 7 = 63$ горшочков, из которых она мед не ела.

Запись на доске и в пособии

1-й способ

- 1) Пчелка ела мед из 9, 18, 27, ... горш.
- 2) $18 - 9 = 9$ — длина цикла
- 3) $70 : 9 = 7$ циклов (ост. 7 горш.)
- 4) $70 - 7 = 63$ (горш.)

2-й способ

- 1) Пчелка ела мед из горшочков с номерами: 9, 18, 27, 36, 45, 54, 63. Это 7 горшочков.
- 2) $70 - 7 = 63$ (горш.)

Ответ: ела мед из 7 горшочков, осталось 63 горшочка.

3. Калькулятор

Исследователь Вася набрал на калькуляторе свое любимое число 4. Потом он стал прибавлять к нему четверки, записывая каждый раз в тетради последнюю цифру получаемой суммы. Напиши первые 15 цифр, которые выписал Вася. Мог ли он через некоторое время записать в тетради цифру 5?

Подсказка

Обязательно ли выполнять сложение десятков, сотен, ...? Есть ли закономерность в выписанном ряду цифр?

Решение

Прибавляя по 4, получаем ряд: 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, 44... Поскольку Васе не важно, какая цифра стоит в разряде десятков, то он получит ряд:

8 2 6 0 4 8 2 6 0 4 8 2 6 0 4 ...

В полученном ряду повторяется цикл из пяти цифр: 8 2 6 0 4. Значит, Вася не мог написать цифру 5.

Ответ: 8 2 6 0 4 8 2 6 0 4 8 2 6 0 4; не мог.

4. Считалочка

Во дворе у Насти водящего в игре выбирают считалкой «На золотом крыльце...». Однажды на игру собралось несколько ребят. Настя подумала немного, встала последней по счету и оказалась водящей. Сколько могло быть ребят?

*На золотом крыльце сидели:
Царь, царевич,
Король, королевич,
Сапожник, портной.
Кто ты будешь такой?*

Подсказка

Сколько всего раз ведущий во время считалки будет на кого-то указывать? На каких по счету словах будут указывать на Настю, если в круге 3 человека?

Решение

Всего в считалочке 14 слов. Чтобы Настя была посчитана 14-ой, число человек в круге (длина цикла) должно быть делителем 14-ти, то есть 2, 7 или 14.



Если в круге 2 человека, то Насте всегда будет доставаться четное по счету слово; если 7 человек, то на Настю укажут на 7-м и 14-м слове, а если 14 – то на последнем 14-м слове.

Ответ: 2, 7 или 14 человек.

5*. Числовой узор

Оля нарисовала таблицу и заполнила все ее клетки числами так, что сумма любых трех подряд идущих чисел равна 15. Перед тобой открыты только два числа. Дополни таблицу.

7								3						
---	--	--	--	--	--	--	--	---	--	--	--	--	--	--

Подсказка

Попробуй расставить первые несколько чисел так, чтобы сумма любых трех подряд идущих чисел была равна 15. Что ты замечаешь?

Решение

7	5	3	7	5	3	7	5	3	7	5	3	7	5	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Путь к решению

Чтобы сумма в каждой трех соседних клетках была одинаковой (15), нужно, чтобы числа повторялись через два. Значит, на 1-м, 4-м, 7-м ... местах будет стоять число 7.

7			7			7		3	7			7		
---	--	--	---	--	--	---	--	---	---	--	--	---	--	--

Аналогично заполняем клетки с числом 3:

7		3	7		3	7		3	7		3	7		3
---	--	---	---	--	---	---	--	---	---	--	---	---	--	---

В остальные клетки надо поставить число $15 - (3 + 7) = 5$:

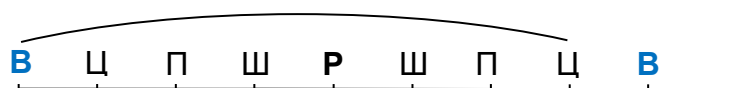
7	5	3	7	5	3	7	5	3	7	5	3	7	5	3
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Тренировочные задания

1т. Поезд

На маршруте детской железной дороги всего пять станций: Вокзал — Цирк — Почта — Школа — Рынок. Между ними туда-обратно курсирует поезд. К остановке Вокзал подошел пустой поезд. На каждой остановке заходил один пассажир, но никто не выходил. На какой остановке зашел 35-й пассажир?

Решение



1-й способ

- 1) На вокзале заходили пассажиры с номерами 1, 9, 17, 25...
- 2) $9 - 1 = 8$ — длина цикла
- 3) $35 : 8 = 4$ цикла (ост. 3 пасс.) \Rightarrow остались пассажиры, вошедшие на остановках Вокзал, Цирк, Почта.

2-й способ

На вокзале вошли пассажиры с номерами: 1, 9, 17, 25, 33. Значит, 34-й пассажир зашел на следующей остановке — Цирк, а 35-й — на остановке Почта.

Ответ: Почта.

2т. Горшочки

В погребе стоят в ряд 50 горшочков с медом. Пчела решила съесть по капельке меда из каждого 6-го горшочка, начиная считать с крайнего. Сколько горшочков остались нетронутыми?

Решение

1-й способ

Номера горшочков: 6, 12, 18, 24, ... Длина цикла: $12 - 6 = 6$.

1) $50 : 6 = 8$ (ост. 2) — пчелка съела мед из 8 горшочков

2) $50 - 8 = 42$ (г.)

2-й способ

Номера горшочков: 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48. Всего 8 горшочков.

Осталось $50 - 8 = 42$ (г.)

Ответ: 42 горшочка.

3т. Калькулятор

Ира набрала на калькуляторе любимое число 8, а потом стала прибавлять к нему восьмерки, записывая каждый раз последнюю цифру суммы. Напиши первые 15 выписанных ею цифр. Может ли дальше в Ирином ряду встретиться цифра 9?

Решение

Ряд: 6 4 2 0 8 6 4 2 0 8... Цикл 6 4 2 0 8, в нем нет цифры 9.

Значит, цифра 9 не могла встретиться.

Ответ: Цифры 6 4 1 0 8 6 4 1 0 8 6 4 1 0 8. Нет.

4т. Считалочка

Во дворе у Кирилла водящего в игре выбирают считалкой «Эники-беники». Однажды ребята собрались на игру. Кирилл подумал немного, встал последним по счету и оказался водящим. Сколько могло быть ребят?

*Эники-беники
Ели вареники.
Эники-беники — клец!
Вышел веселый матрос.*

Решение

В считалочке 10 слов. Количество людей в круге — делитель 10. Значит, в круге может быть 2, 5 или 10 человек.



Ответ: 2, 5 или 10 человек.

5т*. Числовой узор

Оля нарисовала таблицу и заполнила все ее клетки числами так, что сумма любых трех подряд идущих чисел равна 20. Перед тобой открыты только два числа. Дополни таблицу.

	7										8			
--	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	---	--	--	--

Решение

5	7	8	5	7	8	5	7	8	5	7	8	5	7	8
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Путь к решению

Сумма в каждой трех подряд клетках одинакова (20). Значит, числа повторяются через два (у двух соседних троек два числа общие, а сумма всех чисел одинакова, значит два крайних числа равны). Тогда цифра 7 будет стоять на 2-м, 5-м, 8-м ... местах. Цифра 8 всегда идет за цифрой 7, а в остальных клетках стоит цифра $20 - (7 + 8) = 5$.

Дополнительные задания

6. Умножение

Экспериментатор Илья набрал на калькуляторе свое любимое число 4, а потом стал последовательно выполнять умножение на 4, записывая каждый раз в тетрадь последнюю цифру получаемого произведения. Напиши первые 12 цифр, выписанные Ильей. Может ли дальше в его ряду встретиться цифра 5?

Подсказка

Обязательно ли умножать десятки, сотни..., чтобы узнать последнюю цифру произведения?

Решение

После первого умножения получится число 16, и Вася выпишет цифру 6. После второго умножения число будет снова оканчиваться на 4, после этого — снова на 6, и так далее: 6, 4, 6, 4, 6, 4, 6, 4, 6, 4, 6, 4... Значит, в ряду не встретится цифра 5.

Ответ: 6, 4, 6, 4, 6, 4, 6, 4, 6, 4, 6, 4; нет.

Сценарий занятия

Метапредметные цели



1. Закрепить знания учащихся о целях автора и понимающего в коммуникации.
2. Познакомить с правилами автора и понимающего и сформировать опыт их применения.
3. Закрепить умение работать в группе.

Опорные знания

1. Таблица умножения.
2. Деление двузначного числа на однозначное с остатком (в пределах таблицы умножения).

Материалы и оборудование

- На класс:**
- презентация;
 - видеофрагмент с песней «Добрый жук» из к/ф «Золушка» (1945 г.)¹;
 - комплект демонстрационных карт с названием и целями этапов;
 - эталоны «Я — автор, я — понимающий»², «Правила работы в группе»³, «Я — актер, я — зритель»⁴;
 - карточки с числами от 1 до 23 для задачи-ключ.

- Для работы в группе:**
- разрезной эталон «Правила автора и понимающего», клей;
 - эталон «Я — ответственный в группе».

- У ученика:**
- учебное пособие на печатной основе «Математический театр, 3 класс»⁵;
 - тетрадь, черновики (листы в клетку);
 - планшетка.

¹ <https://www.youtube.com/watch?v=WtP2G7AZ7ko>

² Мир деятельности. Методические рекомендации к надпредметному курсу. 2 класс / Под ред. Л.Г. Петерсон. — М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2018. С. 144–153.

³ Там же, 1 класс, с. 116–124.

⁴ Данное пособие, 2_Занятие 2 «Разрезание фигур».

⁵ Петерсон Л.Г. Математический театр: учебное пособие по олимпиадной математике для 3 класса. — Л.Г. Петерсон, О.Н. Агаханова. — М.: Институт СДП, 2021.

Методическая справка

Главной *метапредметной целью* данного занятия является знакомство учащихся с правилами автора (актера) и понимающего (зрителя) в коммуникации. Задача **актера** — говорить доступно, понятно, последовательно, отвечать на вопросы понимающего. Задача **понимающего** — внимательно слушать автора, а когда он закончит — задавать ему вопросы на понимание.

Учитель обращает внимание учащихся на *строгую последовательность действий* автора и понимающего: 1) автор излагает мысль (способ решения задачи); 2) понимающий внимательно слушает (понимает решение задачи); 3) понимающего задает автору вопросы по решению задачи в форме: «Правильно ли я понял?»; 4) автор отвечает на вопросы понимающего.

Учитель выступает в роли организатора коммуникации — он внимательно следит и за соблюдением правил, и за последовательностью действий автора и понимающего.

Ход занятия

1	2	3	4	5	6
Математическое фойе	Творческая мастерская	Сцена	Антракт	Выход на бис	Зеркало
18 мин	12 мин	25 мин	5 мин	10 мин	10 мин



1. Математическое фойе (18 мин)

▲ Перед началом занятия на доску вывешиваются названия и цели этапов по порядку.

– Я рад (а) вас приветствовать на занятии Математического театра. Приглашаю Вас в Математическое фойе.

▲ Учитель вывешивает на доску эталон «Я — автор, я — понимающий».

– Что вы видите на афише? (Роли автора и понимающего и их цели.)

– Какая цель автора? (Точно передать свою мысль.)

– Какая цель понимающего? (Правильно понять автора.)

– В роли автора я вам буду задавать вопросы, которые вы должны понять. Тот, кто будет давать ответ на этот вопрос, сам становится автором, я и остальные дети в этот момент становятся понимающими. Понятно? (Да.) Постараемся как можно лучше сыграть эти роли.



▲ **Учителю на заметку.** Учитель в ходе дальнейшей работы следит, чтобы роли автора и понимающего выполнялись в полной мере. Если кто-то из детей нарушает ролевые правила, он уточняет: «Ты сейчас играешь роль..., твоя цель... Старайся соблюдать». Таким образом, дети учатся применять правила коммуникативного взаимодействия, введенные на предыдущем занятии¹.

¹ Правила коммуникативного взаимодействия открываются и системно отрабатываются учащимися на занятиях надпредметного курса «Мир деятельности» образовательной системы «Учусь учиться». В Математическом театре эти правила предложены учащимся в готовом виде на занятии 1.

Программа надпредметного курса «Мир деятельности» по формированию универсальных учебных действий у учащихся 1–4 классов общеобразовательной начальной школы. — М.: Институт СДП, 2018.

Занятие 3. Круглые задачи

С-4
С-5

- Ребята, все вы знаете сказку «Золушка». Кто ее автор? (Шарль Перро.)
- В фильме, снятом по этой сказке, Золушка поет веселую песенку. Послушайте.

▲ Звучит отрывок из песни «Добрый жук».

- В своей песенке Золушка просит встать гостей в круг. И нам для решения задачи-ключ нужно, чтобы в круг встали 6 ребят. Кто из вас хочет продемонстрировать решение задачи?

▲ Учитель приглашает 6 ребят-добровольцев встать в круг.

▲ **Учителю на заметку.** Если в классе меньше 6 человек, то в круг встанут все ребята по желанию. Тогда далее в сценарии число 6 заменяется на n — количество детей, вставших в круг. Количество циклов будет определяться частным при делении на n , а количество элементов в неполном цикле (определяющем, кто будет данным по счету) — на остаток от деления на n .

С-6

- Посчитайтесь по порядку. С кого начнёте? (С <Тани>).
- Хорошо. Посчитайтесь по часовой стрелке, начиная с <Тани>.

▲ Дети считают по порядку до <Тани> (не включая ее). Учитель обращается ко всем ученикам:

С-7

- Как вы думаете, кто в нашем круге будет 23-м по счету, если считать от <Тани>? Запишите на планшете.

▲ Учитель фиксирует на доске все предложенные детьми варианты.

- Как проверить правильность ответов? (Посчитать вслух по порядку до 23).

▲ Дети в круге вслух считаются до 23, начиная с <Тани>, и устанавливают, что 23-им будет <Коля>.

- А можно ли сразу, без счета ответить на этот вопрос? Как?

▲ Дети высказывают свои версии.

- Давайте проверим / подумаем.

▲ Учитель раздает детям, стоящим в круге, сначала карточки с числами от 1 до 18. Дети хором их называют и фиксируют, что в каждом круге раздается по 6 карточек.



- Сколько чисел я раздала в первом круге? (6.) Во втором? (Еще 6.) В третьем? (Опять 6.)

- Почему всегда по 6? (В круге 6 человек.)

- А еще один полный круг получится? (Нет, осталось только 5 карточек.)

- Кто 5-й в круге, считая от Тани? (<Коля>.)

С-8

▲ Учитель раздает числа от 19 до 23, а дети хором считают от 1 до 5 и получают ответ <Коля>.

- Значит, полные круги нам не помогли, поэтому мы их можем отбросить и сосчитать лишь до 5. Но как найти этот остаток 5? (Разделить с остатком: $23 : 6 = 3$ (ост. 5). — Открытие!)

С-9

▲ В классе создается **ситуация успеха**. Полученный ответ наглядно представляется с помощью знакомой детям схемы.



- Такой *круг* в математике называют **цикл** (от греческого «круг»), а число 6 — **длиной цикла**. Как вы поняли, почему при счете полные циклы можно отбрасывать? (Они не влияют на ответ.)

- А что влияет? (Остаток от деления числа на длину цикла.)

С-10

- Тогда быстро скажите, кто стоит в нашем круге на 56-м месте? Как узнали? (Например, <Лена>; $56 : 6 = 9$ (ост. 2), на 2-м месте от <Тани> стоит <Лена>.)

- Молодцы! А кто будет 121-м? (<Таня>; $121 : 6 = 20$ (ост. 1), а первая в круге — это <Таня>.)

Занятие 3. Круглые задачи

– Отлично! Давайте поаплодируем ребятам-актерам — они помогли нам продемонстрировать счет в круге. Поаплодируйте и себе-зрителям. Вы хорошо сыграли роль понимающих и нашли интересный способ быстрого счета в круге.

▲ Ученики садятся на места.

С-11

– Ребята, как бы вы назвали задачи, в которых будут встречаться циклы? (Например: «Задачи про циклы», «Задачи в круге», «Считалочка», «Круговые задачки» ...)

С-12

– В нашем пособии они названы «Круглыми задачами». Попробуйте заполнить пропуски в рамке с советами по решению «круглых» задач («Пособие» с. 20):

Советы по решению «круглых» задач (задач с циклами)

Цикл — в переводе с греческого означает «_____».

1. При счете можно отбросить повторяющиеся группы чисел (_____).
2. Бывает полезно определить _____ цикла, сколько всего циклов и сколько чисел _____.

С-13

▲ Учащиеся заполняют пропуски карандашом, а затем согласовывают свои версии с версией учебного пособия:

Советы по решению «круглых» задач (задач с циклами)

Цикл – в переводе с греческого означает «**круг**».

1. При счете можно отбросить повторяющиеся группы чисел (**циклы**).
2. Бывает полезно определить **длину** цикла, сколько всего циклов и сколько чисел **осталось**.

– Итак, как можно быстро решать «круглые» задачи? (Определить длину цикла, разделить на нее число и найти остаток.)

– Молодцы! А теперь попробуйте применить эти советы в другой ситуации. Посмотрите на свою левую ладонь и назовите пальцы слева направо, начиная с большого. (Большой, указательный, средний, безымянный мизинец.)

С-14

– Мы будем вести счет на пальцах руки. Начинаем с большого пальца, доходим до мизинца, потом сразу (не повторяя его названия) возвращаемся к большому и т. д.: туда-обратно, туда-обратно... Попробуем посчитать вместе.

▲ Учитель показывает детям способ счета, все считают вместе с ним. Затем он приглашает выйти к доске желающего.

– <Саша>, покажи, как правильно считать, а вы, ребята, запишите на планшете номера, которые приходится на большой палец. (1, 9, 17...)

– Чему равна длина цикла при таком пересчете пальцев? (8.)

– Не считая пальцы, определите, какой из них будет 50-м по счету. ($50 : 8 = 6$ (ост. 2). 1-й — большой, 2-й — указательный. Значит 50-м будет указательный палец.)

С-15

– Спасибо вам за исполнение ролей автора и понимающего. То, насколько каждый из вас достиг цели в роли понимающего, покажет следующий этап. Как он называется? (Творческая мастерская.)

С-16

– Для перехода в Творческую мастерскую поставьте перед собой цель. (Цель — найти новые приемы решения «круглых» задач, задач на циклы.)

2. Творческая мастерская (12 мин)



В начале этапа ученики вспоминают с опорой на эталон¹ правила работы в группе. Особое внимание обращается на обязанности ответственного:

1. Организовать работу творческой группы над задачей.
2. Поддерживать дисциплину и рабочее настроение в команде.
3. Следить за временем работы над задачей.
4. Назначить актеров для представления решения задачи «на сцене», помочь им подготовиться к выступлению.

Я – ОТВЕТСТВЕННЫЙ В ГРУППЕ

1. Организовать работу творческой группы над задачей.
2. Поддерживать дисциплину и рабочее настроение в группе.
3. Следить за временем работы над задачей.
4. Назначить актёров для представления решения задачи «на сцене», помочь им подготовиться к выступлению.



Ученики в группах самостоятельно решают предложенную им задачу. Учитель при необходимости направляет действия детей.

3. Сцена (25 мин)



– Итак, задачи решены, актеры с нетерпением ждут разрешения выйти на сцену. А зрители готовы к просмотру спектаклей? (Да.)

– Прежде чем вы начнете разыгрывать свои спектакли, предлагаю еще раз уточнить роли «актёра» и «зрителя».

▲ Учитель вывешивает на доску эталон «Я — актер, я — зритель», составленный на прошлом занятии.

– На прошлом занятии на этапе «Зеркало» вы отмечали, что актеру, выступающему в роли автора, нелегко точно и понятно передать свою мысль о том, как решать задачу. Но и зрителю-понимающему тоже бывает сложно понять мысль автора и разобраться в решении. Согласны? (Да.)

– Чтобы эта работа была более успешной, я предлагаю вам познакомиться с некоторыми правилами актера и зрителя. Следуя им, вы сможете постепенно оттачивать мастерство и научиться лучше понимать друг друга. Хотите их узнать? (Да.)

– Перед вами карточки с правилами. Распределите их между автором и понимающим и разложите в нужном порядке.

Выслушай автора до конца, не перебивай

Говори громко, чётко, понятно

Задавай вопросы автору

Отвечай на вопросы понимающего

Слушай внимательно, не отвлекайся, следи за мыслью автора

Рассказывай решение задачи по порядку



▲ Ученики, работая в командах, распределяют эти правила на 2 группы — между актером-автором и зрителем-понимающим, — выставляя их в нужном порядке.

По окончании работы команды по очереди называют полученные ими шаги алгоритма «Я — актер, я — зритель».

¹ Мир деятельности. Методические рекомендации к надпредметному курсу. 1 класс / Под ред. Л.Г. Петерсон. — М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2020. С. 116–124.



С-22

– Кто начинает? Что он делает? (Начинает автор, он рассказывает решение задачи по порядку; говорит громко, четко, понятно.)

– Что делает в это время понимающий? (Понимающий в это время внимательно слушает автора, не отвлекается, старается следить за его мыслью. Он должен выслушать автора до конца.)

– Что потом? (Когда автор закончит, понимающий может ему задать вопросы по решению задачи. А автор должен на них ответить, чтобы понимающий хорошо понял решение задачи.)

– В какой форме задается вопрос? (Правильно ли я понял, что...?)

▲ Полученный учащимися эталон «Я — актер, я — зритель» учитель вывешивает на доску.

– Расскажите, какие правила следует соблюдать во время спектакля, а какие — после него. (Первые 4 правила необходимо соблюдать во время спектакля, а последние два — по его окончании.)

– Правила понятны? Постарайтесь их соблюдать. На сцену приглашается творческая группа № 1 со своей задачей «Поезд».

▲ **Учителю на заметку.** Во время выступления групп учитель обращает внимание учащихся на то, в какой роли выступает ученик/ученики и следит, чтобы правила коммуникации выполнялись всеми участниками.

▲ После выступления группы учитель обращается к зрителям:

- Спектакль окончен. Поаплодируем и актерам, и зрителям.
- Актер-автор высказал свою мысль. Вам понятно решение задачи?
- Зрители-понимающие, вопросы есть? Задайте их автору.
- Автор, ответьте на вопрос понимающего.

▲ После внесения необходимых изменений в запись решения задачи, учащиеся переносят его в тетрадь.

При разборе задачи № 4 следует обратить внимание на необычный вопрос «Сколько **могло быть** ребят?». Он подразумевает рассмотрение **всех возможных вариантов** ответа и доказательство того, что других вариантов нет.

▲ **Учителю на заметку.** Для проведения рефлексии занятия на этапе «Зеркало», слева от каждой рассмотренной задачи учащиеся ставят букву А (красным карандашом), если они представляли ее решение в роли автора, или букву П (синим карандашом), если они выступали в роли понимающих.

Если ученик считает, что все правила исполнения роли он выполнил и достиг своей цели (в той или иной роли), справа от буквы роли он ставит восклицательный знак¹.

После этого слово для выступления предоставляется следующей группе.

¹ Образец выполнения работы представлен в сценарии к занятию №2 «Разрезания фигур».

С-23
С-24
С-25**1. Поезд (4 мин)**

На маршруте детской железной дороги всего четыре станции: Аптека — Школа — Парк — Театр. Между ними туда-обратно курсирует поезд. К остановке Аптека подошел пустой поезд. На каждой остановке заходил один пассажир, но никто из них не выходил. На какой остановке зашел 50-й пассажир?

С-26
С-27
С-28**2. Горшочки (3 мин)**

В погребе стоят в ряд 70 горшочков с медом. Однажды пчела решила съесть по капельке меда из каждого 9-го горшочка, начиная считать с крайнего из них. Из скольких горшочков пчела ела мед? Сколько остались нетронутыми?

С-29
С-30**3. Калькулятор (4 мин)**

Исследователь Вася набрал на калькуляторе свое любимое число 4. Потом он стал прибавлять к нему четверки, записывая каждый раз в тетради последнюю цифру получаемой суммы. Напиши первые 15 цифр, которые выписал Вася. Мог ли он через некоторое время записать в тетради цифру 5?

С-31
С-32**4. Считалочка (4 мин)**

Во дворе у Насти водящего в игре выбирают считалкой «На золотом крыльце...». Однажды на игру собралось несколько ребят. Настя подумала немного, встала последней по счету и оказалась водящей. Сколько могло быть ребят?

*На золотом крыльце сидели:
Царь, царевич,
Король, королевич,
Сапожник, портной.
Кто ты будешь такой*

С-33
С-34
С-35**5*. Числовой узор (5 мин)**

Оля нарисовала таблицу и заполнила все ее клетки числами так, что сумма любых трех подряд идущих чисел равна 15. Перед тобой открыты только два числа. Дополни таблицу.

7								3						
---	--	--	--	--	--	--	--	---	--	--	--	--	--	--

▲ После разбора задачи № 4 «Считалочка» можно обратить внимание детей, что иногда для понимания задачи полезно проиграть ситуацию, описанную в условии.

▲ **Учителю на заметку.** Если выступающие представители групп затрудняются в решении задачи, то учитель может помочь им найти решение с помощью подводящего диалога или разобрать возможный вариант рассуждения и идеи решения по слайдам презентации.

4. Антракт (3 мин)

С-36



— Итак, все спектакли мы с вами посмотрели. Спасибо и актёрам, и зрителям. На какую тему вы решали задачи? («Круглые» задачи, задачи с циклами.)

— Что значит *цикл*? (Цикл — в переводе с греческого означает «круг».)

С-37

— Повторите советы, которые вы использовали? (При счете можно отбросить все циклы и найти, сколько чисел осталось. Для этого можно количество всех чисел разделить на длину цикла и получить остаток.)

С-38

**5. Выход на бис (12 мин)**

— Следующий этап нашего занятия — «Выход на бис». Назовите его цель. (Ответы детей.)

— На работу вам дается 5 минут. Вы можете решать любые понравившиеся вам задачи. Выбор за вами, но следите за временем. Успеха!

С-39
С-40

▲ Учащиеся в течение 5 минут решают задачи, затем проверяют выполнение работы по образцу.

6. Зеркало (13 мин)

С-41

3

– Вот и подошло к концу наше сегодняшнее занятие Математического театра. Какую цель вы сегодня ставили? Достигли ли вы этой цели? (Ответы детей.)

– Поделитесь своими впечатлениями о сегодняшнем занятии. (Ответы детей.)

С-42

– Слева от задач Творческой мастерской отметьте буквами **А** и **П** роли, в которых вы выступали при их решении — автора или понимающего.

– Сегодня вы познакомились с новыми правилами автора и понимающего. Поднимите руку те, кому из вас эти правила помогли лучше играть свои роли. Поставьте восклицательные знаки рядом с буквами.

– Какие советы вы бы хотели дать себе, чтобы отточить мастерство в исполнении роли автора и понимающего? Запишите эти советы себе на память.

– Как вы думаете, правила автора и понимающего нужны **только** на занятиях Математического театра?

– Приведите примеры, когда эти правила могут вам пригодиться в повседневной жизни.

▲ Учитель, подводя итог, обращает внимание детей на то, что правила автора и понимающего нужно стараться соблюдать, чтобы научиться общаться и хорошо понимать друг друга.

С-43

– Какие победы в решении задач вы сегодня одержали? Кто хочет о них рассказать?

– С помощью условных знаков отметьте свое отношение к каждой задаче.

– За что вы можете сегодня себя похвалить? (Ответы детей.)

– Какой совет дать самому себе? (Ответы детей.)

– Кому из своей команды вы бы хотели сказать спасибо и за что? (Ответы детей.)

С-44

▲ Учащиеся записывают выводы в пособие и рисуют изображение в зеркале.

С-45

▲ **Учителю на заметку.** Следующее занятие — это командная игра «Мастера математики», направленная на закрепление знаний и умений учащихся решать олимпиадные задачи по темам занятий № 1–3. Для подготовки к игре учитель рекомендует учащимся самостоятельно изучить ее правила¹, отметить (подчеркнуть) те места в них, которые не понятны, и подготовить вопросы, ответы на которые они смогут получить перед началом игры.

Для педагогов, работающих в ТДМ

Основные структурные элементы занятия

1. **Новое знание.** Неизменность результата счета при прохождении цикла.
2. **Пробное действие.** В круг встали 6 человек в таком порядке: Аня, Боря, Вася, Гена, Даша и Ева. Им нужно рассчитаться для игры. Аня начинает считать с себя, потом идет Боря, и так далее. Всего в считалке 23 слова. Последний водит. Кто будет водить? (Попробовать определить быстро, кто в круге будет на 23 месте по счету.)
3. **Возможные затруднения.** «Я пока не могу **быстро определить**, кто стоит на 23 месте», «Я пока не могу обосновать, что правильно определил, кто стоит на 23 месте».
4. **Фиксация причин затруднений.** «Я пока не знаю, как быстро определить, кто находится на определенном месте в круге по счету».
5. **Цель деятельности.** Узнать способ, который позволит быстро определить, кто стоит на определенном месте в круге.
6. **Фиксация нового знания.** При счете можно отбросить повторяющиеся группы чисел (циклы).

¹ Петерсон Л.Г. Математический театр: учебное пособие по олимпиадной математике для 3 класса / Л.Г. Петерсон, О.Н. Агаханова. — М.: Институт СДП, 2021. С. 98.