

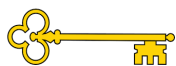
ЗАНЯТИЕ 19. РУКОПОЖАТИЯ

Учебное содержание

Предметные цели

Сформировать представления об отображении информации в виде графа, двудольного графа¹, о подсчете двумя способами² в задачах на теорию графов.

Задача-ключ



Три космонавта прилетели на далекую планету. Их встретили 4 инопланетянина. Каждый космонавт протянул руку для приветствия каждому инопланетянину. Сколько всего рукопожатий получилось?

Решение

1-й способ

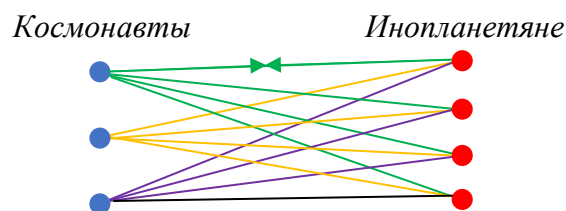
- 1) $4 \cdot 3 = 12$ (рук) — пожали космонавты
- 2) $3 \cdot 4 = 12$ (рук) — пожали инопланетяне
- 3) $12 + 12 = 24$ (рук) — всего пожали
- 4) $24 : 2 = 12$ (рукопожатий)

2-й способ

Обозначим на схеме космонавтов синими точками, а инопланетян — красными. Рукопожатия нарисует отрезками между соответствующими точками. На каждом отрезке можно изобразить две стрелки, соответствующие поданным рукам.

- 1) $4 \cdot 3 = 12$ (рук) — подали космонавты
- 2) $3 \cdot 4 = 12$ (рук) — подали инопланетяне
- 3) $12 + 12 = 24$ (рук) — подано для рукопожатий
- 4) $24 : 2 = 12$ (рукопожатий)

Ответ: 12 рукопожатий.



Советы по решению задач про рукопожатия

1. На схеме удобно изображать объекты (города, людей) **точками**, а связи между ними (рукопожатия, дороги) — **линиями**.
2. Чтобы вычислить общее число связей, можно сложить количества связей от каждого объекта и полученную сумму **разделить на два**.

Вопросы для построения подводящего диалога

1. Что в этой задаче — отдельные объекты, а что — связи между ними?
2. Как обозначим объекты, а как связи?
3. Двусторонние связи между объектами или односторонние?
4. Как можно подсчитать число концов у всех отрезков, изображающих связи на схеме?

¹ Двудольным графом называется граф, вершины которого можно разбить на две группы так, чтобы каждое ребро графа соединяло вершину одной группы с какой-то вершиной другой группы (см. рис. к задаче-ключ).

² Под подсчетом величины двумя способами подразумевается ее оценка двумя способами и дальнейшее сравнение результатов.

Как проверить

Проверить решение, полученное с помощью вычислений, можно при помощи подсчета по схеме (графу).

Основные задания

1. Космический турнир

На чемпионате Юпитера по футболу среди шести команд каждая команда сыграла с каждой один раз. Сколько всего игр было в этом турнире?

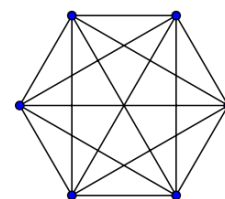
Подсказка

Команды-участницы турнира можно изобразить точками, а игры — линиями, соединяющими эти точки.

Решение

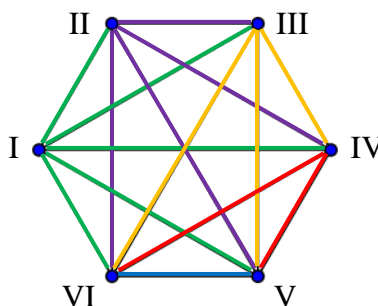
1-й способ

Изобразим команды точками, а игры между командами — линиями. На рисунке будет 15 линий, значит, в турнире 15 игр.



2-й способ

Пусть сначала одна команда сыграет со всеми, тогда она сыграет 5 игр. Тогда второй команде останется сыграть 4 игры (кроме игры с первой командой), третьей — 3 игры, четвертой — 2 игры, пятой — 1 игру. Всего: $5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 15$ игр.



3-й способ

Каждая из 6 команд должна сыграть по 5 игр, значит, будет всего $6 \cdot 5 = 30$ выходов на поле. Но в каждом матче выходят на поле 2 команды, значит, будет $30 : 2 = 15$ игр.

Запись на доске и в пособии

3-й способ

1) $6 \cdot 5 = 30$ (раз) — команды выходили на поле

2) $30 : 2 = 15$ (игр)

Ответ: 15 игр.

2. Марсианская география

На одном участке Марса 45 кратеров соединены каналами. От каждого кратера отходит по шесть каналов. Сколько всего каналов на этом участке Марса?

Подсказка

Каждый канал соединяет 2 кратера, то есть канал имеет два конца. Сколько всего концов каналов на этом участке Марса?

Решение

В данной задаче из-за большого количества кратеров и каналов изобразить схему было бы сложно. Поэтому воспользуемся арифметическим способом. От каждого кратера отходит по 6 каналов. Значит, всего «начал» каналов будет $45 \cdot 6 = 270$. Но каждый канал соединяет два кратера, то есть у каждого канала мы посчитали по 2 «начала». Всего каналов $270 : 2 = 135$.

Запись на доске и в пособии

1) $45 \cdot 6 = 270$ (нач.) — у всех каналов

2) $270 : 2 = 135$ (к.)

Ответ: 135 каналов.

3. МКС

На Международной космической станции (МКС) к ноябрю 2020 года побывали 49 российских космонавтов. В газете сообщили, что каждый из них знаком ровно с семью другими космонавтами. Докажи, что в газете есть опечатка.

Подсказка

Представь, что все космонавты собрались вместе и каждый пожал руку каждому из 7 своих знакомых. Сколько всего будет рукопожатий?

Решение

Предположим, все космонавты МКС собрались на празднование Дня космонавтики и каждый пожал руку каждому знакомому. Тогда всего было $49 \cdot 7 = 343$ «поданных рук». Но в каждом рукопожатии участвуют две «поданные руки», значит, 343 нужно поделить на 2, но 343 не делится на 2 нацело. Значит, в газете опечатка.

Запись на доске и в пособии

1) $49 \cdot 7 = 343$ (рук) — всего подали

2) 343 — нечетное число. \Rightarrow Число рукопожатий нецелое. \Rightarrow В газете опечатка.

4. Звездная карта

Астроном открыл новое созвездие из 17 звезд и на звездной карте решил соединить их линиями так, чтобы 5 звезд были соединены с 5 другими, 4 звезды — с 6 другими, а остальные 8 звезд — с 4 другими. Докажи, что такие линии провести нельзя.

Подсказка

Представь сначала, что астроном соединяет звезды не линиями, а стрелками. Сколько всего получится стрелок?

Решение

Пусть астроном по очереди соединяет звезды не линиями, а стрелками. Тогда из 5 звезд будет выходить 5 стрелок, из 4 звезд — 6 стрелок, а из 8 звезд — 4 стрелки. Всего $5 \cdot 5 + 4 \cdot 6 + 8 \cdot 4 = 25 + 24 + 32 = 81$ стрелка. Но на каждой линии тогда окажется по две стрелки, значит, всего должно быть $81 : 2$ линии, а это не делится без остатка. Значит, линии, отвечающие желанию астронома, провести нельзя.

Запись на доске и в пособии

1) $5 \cdot 5 + 4 \cdot 6 + 8 \cdot 4 = 25 + 24 + 32 = 81$ (стр.) — всего

2) 81 — нечетное число. \Rightarrow Число линий нецелое. \Rightarrow Нельзя соединить звезды нужным образом.

5*. Планета Медуза

На планете Медуза каждый город связан с тремя другими городами трамвайными маршрутами. Докажи, что на Медузе не может быть всего 100 трамвайных маршрутов.

Подсказка

Сколько всего на планете окажется начал маршрутов?

Решение

Пусть на планете 100 маршрутов, значит, будет 200 «начал» маршрутов. С другой стороны, из каждого города выходит по 3 маршрута, то есть количество «начал» маршрутов равно утроенному количеству городов. Но 200 не делится на 3 без остатка, значит, 100 маршрутов не может быть.

Запись на доске и в пособии

- 1) $100 \cdot 2 = 200$ (нач.) — у всех маршрутов
- 2) 200 не делится на 3. \Rightarrow Число городов нецелое. \Rightarrow На планете не может быть 100 трамвайных маршрутов.

Тренировочные задания

1т. Венерианские джентльмены

На съезде джентльменов планеты Венера каждый из семи пожал щупальце каждому. Сколько всего щупальцепожатий сделали на этом съезде джентльмены планеты Венера?

Решение

- 1) $7 \cdot 6 = 42$ (щуп.) — удвоенное число щупальцепожатий.
- 2) $42 : 2 = 21$ (щуп.)

Ответ: 21 щупальцепожатие.

2т. Тритонская география

На планете Тритон 16 городов, при этом из каждого города выходит по 3 дороги. Сколько всего дорог на этой планете?

Решение

- 1) $3 \cdot 16 = 48$ (нач.) — всего начал у дорог
- 2) $48 : 2 = 24$ (дор.)

Ответ: 24 дороги.

3т. Межгалактический шахматный турнир

В межгалактическом турнире по шахматам приняли участие 19 спортсменов. В спортивных новостях сообщили, что на данный момент каждый шахматист уже сыграл ровно 7 партий. Докажи, что в новостях ошиблись.

Решение

- 1) $19 \cdot 7 = 133$ (пар.) — удвоенное количество партий
- 2) 133 не делится на 2. \Rightarrow Число партий нецелое. \Rightarrow В новостях ошиблись.

4т. Звездная карта

Астроном открыл новое созвездие из 13 звезд. На звездной карте он соединил звезды 30 линиями так, что 3 звезды были соединены с 3 другими, 4 звезды — с 4 другими, а 5 звезд — с 5 другими. Со сколькими звездами соединена последняя, 13-я, звезда?

Решение

- 1) $30 \cdot 2 = 60$ (лин.) — удвоенное количество линий
- 2) $3 \cdot 3 + 4 \cdot 4 + 5 \cdot 5 = 50$ (лин.) — без 13-й звезды.
- 3) $60 - 50 = 10$ (лин.)

Ответ: с 10 звездами.

5т*. Планета Цианея

На Цианее 7 городов связаны трамвайными маршрутами с 5 другими, а остальные города — с 3 другими. Докажи, что на Цианее не может оказаться всего 50 трамвайных маршрутов.

Решение

- 1) $50 \cdot 2 = 100$ (нач.) — удвоенное количество маршрутов
- 2) $100 - 7 \cdot 5 = 65$ (нач.) — начал у остальных маршрутов
- 3) 65 не делится на 3. \Rightarrow Число остальных городов нецелое. \Rightarrow На планете Цианея не могло оказаться всего 50 трамвайных маршрутов.

Дополнительные задания

6. Схема метро

Путешественник рассказал, что в марсианском метро 9 линий. Каждая из них пересекает 3 другие линии, причем все линии пересекаются только по две. Не ошибается ли он?

Подсказка

Сколько всего точек пересечения у этих линий?

Решение

Каждый из 9 отрезков пересекается с 3 другими, и в одной точке отрезки пересекаются по 2. Поэтому удвоенное число точек пересечения равно $9 \cdot 3 = 27$. Значит, всего должно быть $27 : 2$ точек пересечения, что невозможно.

Ответ: да, ошибается.

Сценарий занятия

Метапредметные цели

- П** 1. Тренировать исполнение ролей мыслителя.
- 2. Развивать умение работать с информацией: обрабатывать и структурировать ее, представлять в графическом виде.
- К** Тренировать коммуникативные умения (умение работать в группе, вести диалог в позициях автора и понимающего, задавать вопросы на понимание, представлять свое решение).

Опорные знания

Изображение объектов и связей на схеме³.

Материалы и оборудование

- На класс:**
- презентация;
 - эталоны «Я — актер, я — зритель»⁴, «Учимся задавать вопросы»⁵, «Правила работы в группе»⁶;

³ Данное пособие, 11_Занятие 9_Маршруты.

⁴ Данное пособие, 7_Занятие 6, часть 1 «Путешествие с числами».

⁵ Данное пособие, 4_Игра 1 «Мастера математики».

⁶ Мир деятельности. Методические рекомендации к надпредметному курсу. 1 класс / Под ред. Л.Г. Петерсон. — М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2018. С. 116–124.

- У ученика:**
- учебное пособие на печатной основе «Математический театр, 3 класс»⁷,
 - планшетки;
 - черновик, тетрадь.

Методическая справка

Данное занятие идейно и содержательно продолжает занятие № 9 («Маршруты»), однако имеет и ряд отличительных особенностей. В задачах занятия № 9 требовалось грамотно составить *модель*, демонстрирующую объекты и связи между ними (граф). Во многих задачах данного занятия число объектов достаточно велико, поэтому изобразить подобную схему и использовать ее для решения задачи (например, для подсчета числа связей) неудобно. Поэтому главные роли в решении играет уже не *переводчик*, а **навигатор**, получивший подсказку от **разведчика**, и предлагающий способ подсчета, а также **мастер**, реализующий его.

Однако совсем отказываться от использования схем в подобных задачах не следует. Учащийся в роли *переводчика* может изобразить схему частично (например, 2–3 точки и все линии, которые из них выходят) для упрощения поиска способа решения. В дальнейшем умение визуально представить модель даже в случае, если изображать ее полностью нецелесообразно очень поможет при решении задач (например, в случае, если речь в условии задачи идет о неизвестном заранее количестве объектов с одинаковыми свойствами).

Обогащается на занятии и роль **эксперта**. В тех задачах, где количество объектов невелико, он может использовать два способа решения (непосредственный подсчет связей на схеме и подсчет двумя способами) для проверки полученного ответа.

Ход занятия

1	2	3	4	5	6
Математическое фойе	Творческая мастерская	Сцена	Антракт	Выход на бис	Зеркало
25 мин	10 мин	25 мин	5 мин	10 мин	5 мин

С-3



– Ребята, знаете ли вы, какой праздник отмечают 12 апреля? (День космонавтики.)

– Какому событию посвящен этот праздник? (Первому полету человека в космос.)

– Правильно! Люди уже давно мечтают о полетах в космос, и только с середины прошлого века эти мечты стали реальностью. О космосе написано очень много книг, снято много фильмов. Какие фильмы о космосе вы знаете? (Ответы детей.)

С-4

С-5

– Молодцы! Такие произведения о космосе называют научной фантастикой. Впрочем, «отца космонавтики» К. Э. Циолковского многие тоже считали фантазером. И все-таки люди теперь летают в космос! Хотите тоже сегодня пофантазировать о космических путешествиях? (Ответы детей.)

С-6

– Тогда попробуйте решить задачу по действиям и покажите на планшетах свои варианты решения через 2 мин.

⁷ Петерсон Л.Г. Математический театр: учебное пособие по олимпиадной математике для 3 класса. — Л.Г. Петерсон, О.Н. Агаханова. — М.: Институт СДП, 2021.

Задача-ключ

Три космонавта прилетели на далекую планету. Их встретили 4 инопланетянина. Каждый космонавт протянул руку для приветствия каждому инопланетянину. Сколько рукопожатий сделали космонавты? Сколько рукопожатий сделали инопланетяне? Сколько всего рукопожатий получилось?

С-7

▲ Учитель вызывает к доске того школьника (<Васю>), у которого получился неправильный ответ — 24 рукопожатия. Вася рассказывает, как он рассуждал. Учитель помогает ему записать ход решения на доске. Может получиться примерно такая запись:

- 1) $4 \cdot 3 = 12$ (рук) — пожали космонавты
- 2) $3 \cdot 4 = 12$ (рук) — пожали инопланетяне
- 3) $12 + 12 = 24$ (рукопожатия)

Ответ: 24 рукопожатия.

Внимание!

Пример неверного
«решения».

С-8

– Спасибо, Вася, садись на место. Давайте проверим этот ответ. Для этого попросим выйти к доске группу из 3 человек, которые будут космонавтами, прилетевшими на далекую планету, и группу из 4 человек, которые будут инопланетянами — жителями далекой планеты.

▲ Из желающих выбираются 7 человек: 3 «космонавта» и 4 «инопланетянина». «Космонавты» и «инопланетяне» становятся в две линии лицом к лицу.

– Давайте поприветствуем друг друга! Пусть каждый космонавт по очереди пожат руку каждому инопланетянину. Задачей каждого будет посчитать, в скольких рукопожатиях он(а) поучаствовал(а).

▲ В течение 30 секунд «космонавты» жмут руки «инопланетянам». Будет удобно, если «космонавты» будут жать руки «инопланетянам» по очереди. После этого «инопланетяне» и «космонавты» считают, сколько всего рукопожатий они сделали и записывают получившееся число на планшете. После этого они поднимают планшеты, и все видят записи (4, 4, 4) у «космонавтов» и (3, 3, 3, 3) у «инопланетян».

С-9

– Сначала спросим космонавтов: сколько всего рукопожатий вы сделали? (12.)

– Как это можно вычислить? ($4 + 4 + 4 = 4 \cdot 3 = 12$ рукопожатий.)

– Теперь спросим у инопланетян: а сколько у вас было рукопожатий? (12.)

– Как это можно вычислить? ($3 + 3 + 3 + 3 = 3 \cdot 4 = 12$ рукопожатий.)

– Значит, сколько было сделано рукопожатий? (12.)

– А сколько всего было подано рук для рукопожатия? (24 руки.)

– Вспомним, что у <Васи> получился ответ «24 рукопожатия». Но 24 — это не количество рукопожатий, а количество поданных рук. Сколько будет рукопожатий на самом деле? (12.)

– Почему получилось, что рукопожатий в два раза меньше, чем поданных рук? (Потому что в каждом рукопожатии участвуют две поданные руки.)

– Давайте исправим решение. <Вася>, помоги нам, пожалуйста, исправить действия и ответ на доске.

С-10

- 1) $4 \cdot 3 = 12$ (рук) — пожали космонавты
- 2) $3 \cdot 4 = 12$ (рук) — пожали инопланетяне
- 3) $12 + 12 = 24$ (рук) — всего пожали
- 4) $24 : 2 = 12$ (рукопожатий)

Ответ: 12 рукопожатий.

– Уточните еще раз, почему нужно добавить последнее действие? (Потому что в каждом рукопожатии участвует две руки.)

С-11

– Итак, *моделирование* ситуации, описанной в условии задачи, помогло вам исправить или проверить свои ответы. Но такой спектакль не всегда получится сыграть, поэтому нужно знать другой способ. И для его открытия вам поможет метод ролей, который можно разыграть как спектакль одного актера. Задачу вы уже «сфотографировали» перед тем, как моделировать ситуацию. Попробуем построить другую модель к задаче. Представьте ситуацию издалека, как настоящие *разведчики* и взгляните на встречу космонавтов и инопланетян сверху. Что вы увидите? Где вам уже встречалась похожая модель? (Увидим головы-точки и протянутые с двух сторон руки. Похожая схема встречалась в занятии «Маршруты».)

С-12

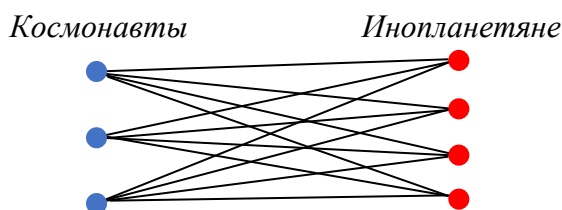
– Вспомните советы занятия № 9 «Маршруты» (их можно посмотреть на с. 105) и ответьте, как можно изобразить протянутые руки на схеме? (Линиями или стрелками.)

С-13

– Сыграйте роль *переводчика* и нарисуйте на своих планшетах схемы, в которых космонавты и инопланетяне будут обозначены точками, а протянутые руки — линиями или стрелками.

С-14

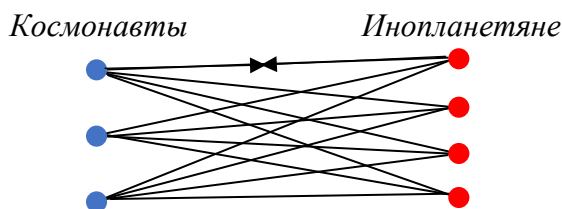
▲ Школьники предлагают свои варианты схем. Учитель указывает на неточные варианты. После этого он демонстрирует свой вариант схемы:



– Удобно ли считать рукопожатия по такой схеме? Почему? (Неудобно, потому что линии пересекаются.)

С-15

– Попросим тогда *переводчика* потрудиться еще немного и сделать схему удобнее для подсчета. Для этого вспомним, что каждая линия образована парой рук. Изобразим их стрелками.



С-16

– Сколько всего стрелок будет выходить из синих точек на схеме? ($4 \cdot 3 = 12$ стрелок.)

– А из красных? ($3 \cdot 4 = 12$ стрелок.)

– Теперь вспомним, что каждой линии на схеме соответствует пара стрелок. Как тогда можно вычислить общее количество линий? ($(12 + 12) : 2 = 12$ линий.)

С-17

– Так вы получили второй способ решения, очень похожий на первый:

1) $4 \cdot 3 = 12$ (рук) — подали космонавты

2) $3 \cdot 4 = 12$ (рук) — подали инопланетяне

3) $12 + 12 = 24$ (рук) — подано для рукопожатий

4) $24 : 2 = 12$ (рукопожатий)

Ответ: 12 рукопожатий.

С-18

– Как эксперту проверить правильность решения? (Сосчитать линии на схеме.)

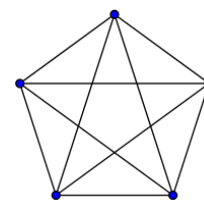
– Вам понравилось решать задачу про космонавтов и инопланетян? (Ответы детей.)

C-19

– Отлично, тогда будем продолжать узнавать новые способы решения «космических» задач. После знакомства с инопланетянами космонавты узнали, что на планете, на которую они попали, всего 5 городов, зато между каждым двумя городами проложена линия метро. Попробуйте изобразить схему инопланетянского метро. Для решения можете использовать совет, записанный на занятии «Маршруты», о том, что точки, обозначающие города, удобно располагать в вершинах многоугольника.

C-20

▲ Школьники в течение некоторого времени (30–60 секунд) изображают схему метро на планшетах. Первому догадавшемуся предлагается перенести схему на доску. При этом нужно проверить, что схема получится понятная и соответствует общепринятым обозначениям: города отмечены точками, а дороги — линиями. Рисунок должен оказаться достаточно крупным, чтобы линии были хорошо различимы.



Образец

– Кто может сказать, сколько всего линий в инопланетянском метро? (10 линий.)

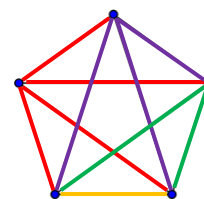
– А как вы это узнали? (Ответы детей.)

▲ **Учителю на заметку.** Наверняка многие скажут в ответ, что посчитали на рисунке (и некоторые наверняка обсчитались). В этом случае следует указать на то, что отрезков достаточно много, и просто считать их неудобно. Приведем два возможных способа обоснования подсчета. Первый из них школьники наверняка предложат сами, а второй, использующий ту же идею подсчета двумя способами, что и в ключевой задаче, необходимо продемонстрировать, чтобы подсказать способ решения некоторых задач занятия. В случае, если учащиеся предложили решение только первым способом, второй можно использовать для проверки правильности ответа.

C-21

1-й способ

Начнем с некоторой точки и выделим одним цветом все линии, выходящие из нее. Посчитаем количество линий и перейдем к следующей точке, линии из которой будем отмечать другим цветом. Так как все уже покрашенные линии уже посчитаны, перекрашивать их не нужно. Так делаем до тех пор, пока все линии не окажутся покрашенными.



$$4 + 3 + 2 + 1 = 10 \text{ (л.)}$$

C-22

2-й способ

От каждого из пяти городов отходит по 4 линии метро. Значит, всего $4 \cdot 5 = 20$ «начал» линий. Но так как у каждой линии по 2 «начала», получается всего 10 линий.

– Вспомним задачу про рукопожатия: число поданных рук было вдвое больше, чем число рукопожатий. Так и в этой задаче количество «начал» линий вдвое больше числа самих линий, и каждую линию мы посчитали два раза. Города как будто «взялись за руки». Давайте попробуем кратко записать этот способ решения. Кто хочет показать свои навыки в роли мастера? (Ответы детей.)

▲ Вызывается <Настя>. С помощью подводящего диалога она представляет на доске такую краткую запись (по действиям или в виде выражения):

1) $4 \cdot 5 = 20$ (нач.) — у всех линий

2) $20 : 2 = 10$ (лин.)

Ответ: 10 линий.

C-23

– Спасибо, <Настя>, ты нам очень помогла. Кажется, мы сегодня узнали много разных способов решать задачи. Как назовем сегодняшнюю тему? (Например: космические задачи, дороги, рукопожатия.)

– Интересное название придумали! В пособии эта тема носит название «Рукопожатия». Но без полезных советов в космос нельзя, поэтому перед тем, как продолжить путешествие, предлагаю заполнить пропуски в советах на с. 86 и проверить их достоверность по образцу на с. 108.

С-24

Советы по решению задач про рукопожатия

1. На схеме удобно изображать объекты (города, людей) _____, а связи между ними (рукопожатия, дороги) — _____.
2. Чтобы вычислить общее число связей, можно сложить количества связей от каждого объекта и полученную сумму _____.

С-25

▲ Школьники заполняют пропуски и согласовывают вставки. Учитель демонстрирует итоговый эталон:

Советы по решению задач про рукопожатия

1. На схеме удобно изображать объекты (города, людей) **точками**, а связи между ними (рукопожатия, дороги) — **линиями**.
2. Чтобы вычислить общее число связей, можно сложить количества связей от каждого объекта и полученную сумму **разделить на два**.

С-26

– Все молодцы! Тогда какую цель мы поставим для сегодняшнего путешествия? (Например: придумать новые космические методы решения задач.)

С-27



2. Творческая мастерская (10 мин)

Учащиеся в группах пробуют решить свою задачу. Учитель рекомендует детям при решении задач обратить внимание на исполнение ролей **переводчика**, **навигатора** и **мастера**.

С-28

Решение у доски предлагается представить ученикам в этих ролях. В случае, если полную схему к задаче составить затруднительно, учитель предлагает *переводчику* показать часть схемы, которая продемонстрирует дальнейшие рассуждения при решении задачи.

С-29



3. Сцена (25 мин)

Учащиеся представляют решения задач у доски. При возникновении затруднений учитель (сам или вместе с остальными учениками) помогает выступающим, используя подводящий диалог и обращая внимание на ошибки в отыгрыше ролей.

С-30

С-31-32

1. Космический турнир (3 мин)

На чемпионате Юпитера по футболу среди шести команд каждая команда сыграла с каждой один раз. Сколько всего игр было в этом турнире?

С-33-35

2. Марсианская география (3 мин)

На одном участке Марса 45 кратеров соединены каналами. От каждого кратера отходит по шесть каналов. Сколько всего каналов на этом участке Марса?

С-36-38	<p>3. МКС (4 мин)</p> <p>На Международной космической станции (МКС) к ноябрю 2020 года побывали 49 российских космонавтов. В газете сообщили, что каждый из них знаком ровно с семью другими космонавтами. Докажи, что в газете есть опечатка.</p>	<p>4. Звездная карта (4 мин)</p> <p>Астроном открыл новое созвездие из 17 звезд и на звездной карте решил соединить их линиями так, чтобы 5 звезд были соединены с 5 другими, 4 звезды — с 6 другими, а остальные 8 звезд — с 4 другими. Докажи, что такие линии провести нельзя.</p>
С-39-41	<p>5*. Планета Медуза (5 мин)</p> <p>На планете Медуза каждый город связан с тремя другими городами трамвайными маршрутами. Докажи, что на Медузе не может быть всего 100 трамвайных маршрутов.</p>	



4. Антракт (5 мин)

С-45

– Что нового вы сегодня узнали о схемах, изображающих объекты и связи? (Например: если есть объекты нескольких типов, то их можно изображать на схеме точками разного цвета.)

С-46

– В каких случаях удобно изображать целую схему? А когда это не так удобно? (Целую схему удобно изображать, когда объектов небольшое количество. В случае, если объектов и связей много, можно использовать только часть схемы.)

– Вспомните совет, который помогает найти общее количество линий-связей, если известно число объектов и число линий от каждого объекта. (Чтобы вычислить общее число связей, можно сложить количества связей от каждого объекта и полученную сумму разделить на два.)

– Почему сумму нужно разделить на два? (Потому что при таком способе подсчета каждая связь (например, рукопожатие) считается дважды.)

– Какое свойство чисел использовалось в доказательствах в задачах № 3 и № 4? (Четность.)

– Почему найденные в этих задачах числа должны были быть четными? (Потому что они равны удвоенному числу связей.)



5. Выход на бис (10 мин)

С-47

Учащиеся выбирают 1–2 задачу для решения по желанию. Если ученик планирует выбрать более, чем одну задачу для решения, следует рекомендовать ему выбрать задачу из № 1т и №2, а также задачу из второй половины списка.

С-48

С-49

При записи решений учитель может напомнить о возможности изображения схем или частей схем к задачам. По окончании работы с задачей учащиеся проверяют себя по подробному образцу на с. 142 пособия.



6. Зеркало (5 мин)

С-50

Учитель организует рефлексию работы учащихся на занятии.

С-51

– Какую цель вы сегодня ставили на занятии? Достигли ли вы ее?

– Какая задача вам показалась самой красивой? Самой легкой? Самой трудной? Отметьте значками в пособии.

– Какие личные победы в решении задач вы сегодня одержали? Кто хочет о них рассказать?

– Какой совет себе самому хотите дать? Запишите в разделе «Выводы».

– Расскажите, какие роли помогли вам лучше понять решение задач?

© НОУ ДПО «Институт системно-деятельностной педагогики», www.peterson.institute




- В какой позиции вы работали с ролями мыслителей при разборе задач: с позиции автора или понимающего?
- Какая позиция для вас, пока, более сложная?
- Свои успехи в исполнении этих ролей отметьте красной буквой А и синей буквой П.

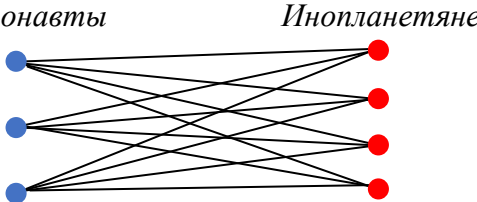


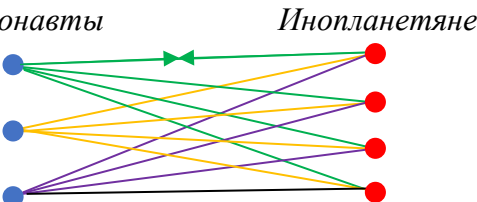

Для педагогов, работающих в ТДМ

Основные структурные элементы занятия

1. **Новое знание.** Способ подсчета количества ребер в графе (на примере графа рукопожатий).
2. **Пробное действие.** Реши задачу по действиям. «Три космонавта прилетели на далекую планету. Их встретили 4 инопланетянина. Каждый космонавт протянул руку для приветствия каждому инопланетянину. Сколько рукопожатий сделали космонавты? Сколько рукопожатий сделали инопланетяне? Сколько всего рукопожатий получилось?»
3. **Возможные затруднения.** Я не уверен, что правильно нашел количество рукопожатий.
4. **Фиксация причины затруднения.** Я не знаю, как найти количество рукопожатий.
5. **Цель деятельности.** Узнать, как вычислить общее число связей между объектами.
6. **Фиксация нового знания.** Чтобы вычислить общее число связей, можно сложить количества связей от каждого объекта, и полученную сумму разделить на два.

Разбор ключевой задачи с помощью метода ролей

Задача. Три космонавта прилетели на далекую планету. Их встретили 4 инопланетянина. Каждый космонавт протянул руку для приветствия каждому инопланетянину. Сколько всего рукопожатий получилось?		
Роль	Ключи	Исполнение роли учителем и учениками
ФОТОГРАФ 	КАРИНКА	Я представляю себя космонавтом, который высадился на далекую планету. Нашу группу встречает делегация инопланетян. Чтобы показать свои дружеские намерения, нам нужно пожать руку каждому из них.
	УСЛОВИЕ, ВОПРОС (ТРЕБОВАНИЕ)	Условие: 1) 3 космонавта; 2) 4 инопланетянина; 3) каждый из космонавтов подал руку каждому из инопланетян для рукопожатия. Вопрос: сколько всего рукопожатий получилось?
РАЗВЕДЧИК 	ВЗАИМОСВЯЗИ	1) Каждый космонавт жмет руку каждому из 4 инопланетян. 2) Рукопожатия происходят только между космонавтами и инопланетянами.
	ИДЕИ, ПРЕДПОЛОЖЕНИЯ	Из занятия «Маршруты» известно, что объекты удобно изображать точками, а связи между ними — линиями. Здесь в качестве объектов выступают космонавты и инопланетяне, а в качестве связей — рукопожатия.
ПЕРЕВОДЧИК 	МОДЕЛЬ (известная или своя)	1) Космонавтов на схеме (в графе) изобразим синими точками, а инопланетян — красными точками. Цвет точек поможет не перепутать, какие объекты связаны.

		<p>2) Поскольку рукопожатие можно считать как со стороны космонавта, так и со стороны инопланетянина, обозначим рукопожатия линиями. При этом каждая линия будет соединять красную точку с синей.</p> <p>3) Точки одного цвета удобно расположить в ряд.</p> <p>Вариант модели:</p> 
НАВИГАТОР 	ПРАВИЛА, СВОЙСТВА, ПОДХОД	Считать рукопожатия по схеме неудобно, потому что линии пересекаются. Поэтому представим, что на каждой линии нарисовано по две стрелки: одна от синей точки и одна от красной.
	ПЛАН РЕШЕНИЯ	<p>1) Найти количество стрелок, выходящих из синих точек (или число рук, поданных космонавтами.)</p> <p>2) Найти количество стрелок, выходящих из красных точек (или число рук, поданных инопланетянами).</p> <p>3) Посчитать общее количество поданных рук.</p> <p>4) Найти общее число рукопожатий, учитывая, что в каждом рукопожатии участвует две поданных руки.</p>
МАСТЕР 	РЕШЕНИЕ, ОФОРМЛЕНИЕ	<p>Раскрасим граф, чтобы было удобнее считать.</p>  <p>1) $4 \cdot 3 = 12$ (рук) — подали космонавты</p> <p>2) $3 \cdot 4 = 12$ (рук) — подали инопланетяне</p> <p>3) $12 + 12 = 24$ (рук) — подано для рукопожатий</p> <p>4) $24 : 2 = 12$ (рукопожатий)</p> <p>Ответ: 12 рукопожатий.</p>
ЭКСПЕРТ 	ПРОВЕРКА РЕШЕНИЯ И ОТВЕТ	<p>Можно посчитать рукопожатия (линии) по схеме.</p> <p>Ответ 12 рукопожатий — верный.</p>
	ВЫВОДЫ	<p>– Какие выводы вы сделали при решении задачи-ключ?</p> <ul style="list-style-type: none"> • Если в задаче идет речь о разных группах объектов, то на схеме можно обозначать их для удобства точками разного цвета. • Точки одной группы удобно выстраивать в ряд. • Если связей много, то их удобнее считать не по схеме, а с помощью деления суммарного количества «начал» линий пополам.