

ЗАНЯТИЕ 17. ПОСЛЕДНЯЯ ЦИФРА

Учебное содержание

Предметные цели

1. Развивать представления о свойствах чисел, связанных с делимостью и остатками, на примере рассмотрения последней цифры числа.
2. Познакомить учащихся с признаком делимости на 10.
3. Формировать представления о периодичности чисел с определенным остатком, об остатке суммы, разности и произведения чисел.

Задача-ключ



Задумайте два однозначных числа и найдите последнюю цифру в записи их суммы и произведения. Затем задумайте два двузначных числа и найдите последнюю цифру в записи их суммы и произведения. Сформулируйте правило нахождения последней цифры в записи суммы и произведения чисел.

Решение

Последняя цифра в записи суммы (произведения) двух чисел равна последней цифре суммы (произведения) последних цифр в записи этих чисел.

Свойства последних цифр чисел

1. Если число оканчивается на 0, то оно **делится** на 10.
2. Остаток от деления числа на 10 равен **последней** цифре этого числа.
3. Последнюю цифру суммы, разности и произведения чисел можно определить, выполнив соответствующие действия с **последними цифрами** в записи этих чисел.

Вопросы для построения подводящего диалога

1. Последнюю цифру какого выражения можно найти, не вычисляя значение этого выражения?

Как проверить

Рассуждения о последней цифре можно проверить непосредственным вычислением значения выражения.

Основные задания

1. Город мудрецов (4 мин)

На воротах города мудрецов написано выражение:

$$21 \cdot 31 \cdot 41 \cdot 51 \cdot 61 - 1$$

Главный Мудрец этого города утверждает, что, не вычисляя значения этого выражения, может объяснить, почему оно делится на 10. А ты сможешь?

Подсказка

Занятие 17. Последняя цифра

Исследуй последние цифры множителей и произведения.

Решение

Произведение чисел 21, 31, 41, 51 и 61 будет заканчиваться цифрой 1. Значит, значение выражения после вычитания единицы будет заканчиваться на 0, то есть делиться на 10.

2. Фокус (3 мин)

Задумай двузначное число. Прибавь к нему 7, а результат умножь на 3. После этого вычеркни последнюю цифру числа, а результат умножь на 20. В конце вычти из полученного результата 1. Ты получишь число, оканчивающееся на 9! В чем секрет фокуса?

Подсказка

На итоговый ответ влияют только последние 2 действия.

Решение

При умножении любого числа на 20 получается число, оканчивающееся нулем. А если из числа, оканчивающегося нулем, вычтешь единицу, то получится число, оканчивающееся на 9.

3. Волшебная цифра (4 мин)

Владик перемножил все числа от 11 до 29, а потом потерял тетрадку с вычислениями. Все, что он смог вспомнить, — это последняя цифра произведения. А какой была эта цифра?

Подсказка

Умножение на какую цифру всегда дает ту же цифру?

Решение

Среди чисел от 11 до 29 есть число 20, оканчивающееся нулем. Воспользуемся переместительным законом умножения, и будем умножать 20 на 11, 12 и так далее. Последняя цифра такого произведения всегда будет нулем, значит, и произведение всех чисел будет оканчиваться нулем.

Ответ: 0.

4. Раз, два, три, четыре, пять... (4 мин)

Не вычисляя сумму, определи ее последнюю цифру:

$$1 + 12 + 123 + 1234 + 12345 + 123456 + 1234567 + 12345678 + 123456789$$

Подсказка

Вспомни метод упрощения вычислений «сложим первое с последним».

Решение

Если сложить первое число с последним, то сумма будет заканчиваться на 0. То же самое будет с числами 12 и 12345678, 123 и 1234567, 1234 и 123456. Останется без пары только число 12345, значит, сумма будет заканчиваться на цифру 5.

$$1 + 12 + 123 + 1234 + 12345 + 123456 + 1234567 + 12345678 + 123456789$$

Ответ: 5.

5*. Кондитерская задача (6 мин)

В магазин привезли 206 шоколадок, которые надо разложить в подарочные коробки по 10 и 17 штук. Сколько коробок каждого вида понадобится?

Подсказка

Сколько может быть коробок по 17 штук, чтобы количество шоколадок заканчивалось на 6?

Вопросы для построения подводящего диалога

1. На какую цифру заканчивается число шоколадок в коробках по 10 штук?
2. А тогда на какую цифру заканчивается число шоколадок в коробках по 17 штук?
3. А на какую цифру заканчивается число коробок по 17 штук?
4. Какой может быть предпоследняя цифра этого числа?

Решение

Общее число шоколадок в коробках по 10 штук делится на 10, то есть заканчивается на 0. Тогда количество шоколадок в коробках по 17 штук должно заканчиваться на 6. В таблице умножения на 7 находим единственное подходящее число: 8.

- 1) $17 \cdot 8 = 136$ (шок.) — в коробках по 17 шт
- 2) $206 - 136 = 70$ (шок.) — в коробках по 10 шт
- 3) $70 : 10 = 7$ (кор.)

Ответ: 7 коробок по 10 штук и 8 коробок по 17 штук.

Замечание

С сильной группой необходимо обсудить, почему не может быть других вариантов. Это можно объяснить, например, так. $206 : 17 = 12$ (ост. 2), поэтому не может быть больше 12 коробок по 17 штук в каждой. Значит, остальные числа, оканчивающиеся на 8 (18, 28, ...), не подходят.

Тренировочные задания

1т. Город мудрецов

Оля пришла в гости к Главному Мудрецу из города мудрецов и принесла в подарок коробку мармеладов. Она рассказала ему про свой подарок: «Длина этой коробки 15 см, ширина 25 см, а высота 35 см. Поэтому ее объем равен тринадцати тысячам ста двадцати семи кубическим сантиметрам!» Однако мудрец почему-то ей не поверил. А ты догадываешься, почему?

Решение

Объем коробки можно вычислить по формуле: $V = a \cdot b \cdot c$.

Длина, ширина и высота коробки заканчиваются на 5, значит, и произведение заканчивается на 5, а не на 7, как утверждает Оля.

2т. Фокус

Задумай двузначное число. Прибавь к нему 6, а полученную сумму умножь на 2. Результат действия умножь на 5. В конце вычти из результата 3. Ты получишь число, оканчивающееся на 7! В чем секрет фокуса?

Решение

Умножить число на 2 и на 5 — это то же самое, что умножить число сразу на 10. При умножении на 10 получается число, оканчивающееся нулем. А если из числа, оканчивающегося нулем, вычтешь 3, то получится число, оканчивающееся на 7.

3т. Волшебная цифра

Катя, младшая сестра Владика, тоже решила перемножить все числа от 11 до 29, но без числа 20. К ее большому удивлению новое произведение опять заканчивалось на 0! Попробуй объяснить почему.

Подсказка

Найди в этом ряду два числа, произведение которых заканчивается нулем.

Решение

Произведение $12 \cdot 15$ заканчивается нулем. При умножении на все оставшиеся числа последняя цифра не изменится.

4т. Раз, два, три, четыре, пять...

В верном примере на сложение Егор случайно стёр одну цифру. Какая цифра была стёрта?

$$17 + 29 + 36 + 44 + 51 + 63 + 78 + 82 + 9? = 490$$

Решение

1-й способ

Разобьем числа на пары, запись суммы в которых заканчивается нулем:

$$17 + 29 + 36 + 44 + 51 + 63 + 78 + 82 + 9? = 490.$$

Сумма всех чисел тоже заканчивается нулем, значит, была стерта цифра 0.

2-й способ

В разряде единиц каждая цифра (кроме 0 и 5) встречается по одному разу, сумма единиц равна 40. В разряде десятков каждая цифра (кроме 0) встречается по одному разу, сумма десятков равна 450. Значит, сумма чисел без стертой цифры равна $40 + 450 = 490$, а значит, стерли цифру 0.

Ответ: 0.

5т*. Ребус

Вставь вместо звёздочек цифры так, чтобы равенство было верным. Есть ли другие варианты?

$$20 \cdot * + 9 \cdot ** = 157.$$

Решение

Результат первого умножения заканчивается на 0. Значит, результат умножения 9 на двузначное число должен заканчиваться на 7. Самое маленькое такое число — это 13.

1) $9 \cdot 13 = 117$ — результат второго умножения

2) $157 - 117 = 40$ — результат первого умножения

3) $40 : 2 = 20$

Других вариантов нет, так как $157 : 9 = 17$ (ост. 4), и поэтому числа 23, 33, ... не подходят.

Ответ: $20 \cdot 2 + 9 \cdot 13 = 157$.

Дополнительные задания

6. Двузначные числа

Старательная Надя вычислила сумму всех двузначных чисел. Узнай, не считая всю сумму, какой цифрой она оканчивается.

Занятие 17. Последняя цифра

Подсказка

Выясни, на какую цифру заканчивается сумма в каждом десятке.

Решение

1-й способ

В каждом десятке сумма чисел оканчивается на 5, так как в разряде единиц складываются 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 и 9. Всего десятков 9, значит, сумма всех чисел будет оканчиваться как сумма девяти пятерок, то есть на 5.

2-й способ

Разобьем числа, кроме круглых, на пары с «круглой» суммой 110: $11 + 99$, $12 + 98$, и так далее. При таком разбиении только числу 55 «не достанется» пары. Сумма всех круглых чисел (10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90) оканчивается нулем, и сумма чисел во всех парах — тоже. Значит, сумма всех чисел будет оканчиваться на 5.

Ответ: на 5.