

## ЗАНЯТИЕ 15. ПРАВДА ИЛИ ЛОЖЬ?

### Учебное содержание

#### Предметные цели

1. Познакомить учащихся с основами математической логики высказываний.
2. Развить представления о методе перебора на примере логических задач.
3. Сформировать первичные представления о методе доказательства «от противного».

#### Задача-ключ



На развилке двух тропинок в лесу вы встретили очень хитрую Лису, которая всегда лжет. Лиса знает, какая из двух тропинок ведет к деревне, а какая — в болото. Придумайте один вопрос, по ответу на который можно точно определить, какая тропинка ведет в деревню. Обратите внимание, что Лиса ответит на вопрос только «да» или «нет». Объясните, почему этот вопрос подходит.

#### Решение

Назовем тропинки *левой* и *правой*. Можно задать вопрос про левую тропинку: «Эта тропинка ведет в деревню?» Объясним, почему этот вопрос подходит.

- 1) Если Лиса ответит «да», то это ложь, эта тропинка ведет в болото. Значит, в деревню ведет правая тропинка.
- 2) Если Лиса ответит «нет», то это ложь, значит, эта тропинка ведет в деревню.

В обоих случаях получилось по ответам Лисы однозначно определить, какая тропинка ведет к деревне.

**Ответ:** «Левая тропинка ведет в деревню?»

#### Краткая запись

«Левая тропинка ведет в деревню?»

**ДА** (ложь)  $\Rightarrow$  Левая тропинка не ведет в деревню.  $\Rightarrow$  Правая тропинка ведет в деревню.

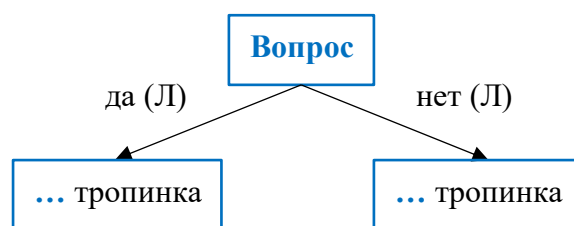
**НЕТ** (ложь)  $\Rightarrow$  Левая тропинка ведет в деревню.

#### Замечание 1

Существуют и другие варианты подходящего вопроса, например: «Левая тропинка ведет в болото?»

#### Замечание 2

В ходе обсуждения решения задачи можно продемонстрировать шаблон алгоритма выбора тропинки:



#### Советы по решению задач с высказываниями

1. Если в задаче есть предложение, которое может быть **истинным** или **ложным**, то можно по очереди проверить обе возможности.
2. Если в задаче требуется придумать вопрос, то можно предложить разные **варианты** и выбрать из них тот, который подходит ко всем **условиям** задачи.
3. Если нужно придумать вопрос, на который один и тот же персонаж дает разные ответы, то можно определить, что **изменяется** между вопросами со временем.

### Вопросы для построения подводящего диалога

1. Есть ли в этой задаче предложения, которые могут быть истинными или ложными (высказывания)?
2. Истинность каких высказываний можно быстро проверить?
3. Есть ли вопросы, ответы на которые изменяются со временем? Почему они изменяются?

### Как проверить

Решение нужно проверить на соответствие всем условиям задачи.

### Замечания к задачам занятия

В задачах на придумывание вопросов существуют и другие подходящие варианты. В случае, если вариант вопроса, предложенный школьником, не совпадает с одним из предложенных вариантов, нужно помочь его проверить.

### Основные задания

#### 1. Календарь

Петр, Андрей и Ерофей рассматривают календарь. «Сегодня понедельник», — сказал Петр. «Завтра вторник», — сказал Андрей. «А вчера была суббота», — сказал Ерофей. Могут ли все трое быть правы?

#### Подсказка

Подумай, в какой день недели могли происходить события в задаче.

#### Решение

##### 1-й способ

Если все трое правы, то сегодня понедельник, завтра — вторник, а вчера была суббота. Но перед понедельником идет воскресенье. Значит, все не могут быть правы.

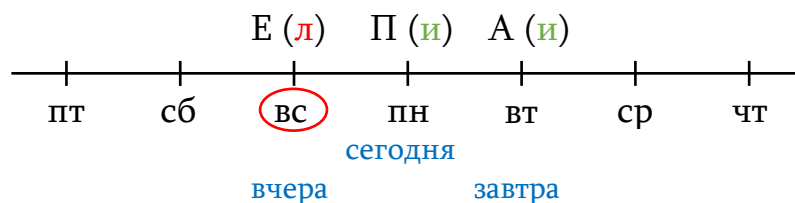
##### 2-й способ

Если все трое правы, то Петр прав и сегодня понедельник. Тогда вчера было воскресенье. Но это противоречит словам Ерофея. Значит, все не могут быть правы.

**Ответ:** нет.

#### Замечание

Для лучшего понимания задачи можно предложить школьникам составить или схему на основе линии времени:



#### 2. Хороший вопрос–1

Илья Муромец всегда говорит правду, а хитрый Соловей-разбойник всегда врет. Придумай вопрос, на который оба они ответят одинаково. Объясни свой ответ.

#### Подсказка

Можно придумать вопрос про самих героев.

#### Решение (вариант)

I ступень. Занятие 15. Правда или ложь?

Можно задать вопрос: «Ты Илья Муромец?» На вопрос про себя Илья Муромец честно ответит «да», а Соловей-разбойник солжет и тоже ответит «да».

**Запись на доске и в пособии**

«Ты Илья Муромец?»

ИМ: верно, говорит правду, ответит «да».

СР: неверно, лжет, ответит «да».

**Ответ:** «Ты Илья Муромец?»

**Замечание**

Могут быть и подходящие вопросы, на которые оба персонажа ответят «нет», например: «Ты Соловей-разбойник?»

### 3. День рождения

Сегодня у Паши день рождения. Его друг Коля говорит, что Паше больше 11 лет, а его друг Толя — что Паше больше 10 лет. Сколько лет исполнилось Паше, если известно, что ровно один из его друзей ошибся? Объясни свой ответ.

**Подсказка**

Если Коля ошибся, то это значит, что Паше исполнилось меньше 11 лет или ровно 11 лет.

**Решение**

*1-й способ*

Если Коля прав, то Паше исполнилось больше 11 лет и Толя тоже прав. Но кто-то из друзей ошибся. Значит, Коля ошибся, а Паша прав. Такое возможно, только если Паше исполнилось ровно 11 лет.

*2-й способ*

Если Коля прав, а Толя ошибся, то Паше больше 11 лет, но не больше 10 лет. Это невозможно. Значит, Коля ошибся, а прав Толя. Тогда Паше не больше 11 лет, но больше 10 лет. Такое возможно, только если Паше исполнилось ровно 11 лет.

**Запись на доске и в пособии**

*1-й способ*

Коля прав: Паше больше 11 л, тогда Толя прав. Оба не могут быть правы. Не подходит.

Коля не прав: Паше не больше 11 л. Толя прав, Паше больше 10 л. Подходит, что Паше ровно 10 л.

*2-й способ*

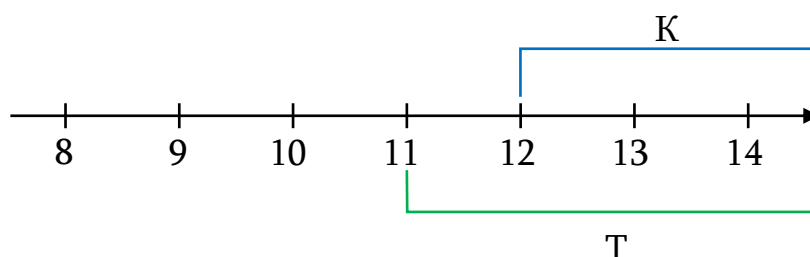
Коля прав, Толя ошибся: Паше больше 11 л, но не больше 10 л. Невозможно.

Коля ошибся, Толя прав: Паше не больше 11 л, но больше 10 л. Подходит, что Паше ровно 10 л.

**Ответ:** 11 лет.

**Замечание**

В случае возникновения затруднений можно предложить школьникам составить по условию задачи схему, основанную на линии времени, например:



Подобные схемы можно использовать и для иллюстрации хода решения задачи (при разборе случаев).

#### 4. Хороший вопрос–2

Вероника всегда говорит правду. Однажды днем ей задали вопрос, на который она ответила «да». Когда же ей задали тот же вопрос через 5 минут, она ответила «нет». Каким мог быть вопрос?

##### Подсказка

Вероника не обманывала. Значит, изменилось то, о чем ее спрашивали.

##### Решение (вариант)

В полдень Веронике могли задать вопрос: «Сейчас полдень?». В полдень это было верно, и Вероника ответила «да», а через 5 минут — уже неверно.

##### Запись на доске и в пособии

«Сейчас полдень?»

В полдень: верно, говорит правду, ответит «да».

Через 5 мин: неверно, говорит правду, ответит «нет».

**Ответ:** «Сейчас полдень?»

##### Замечание

Конечно, подойдут и вопросы про другое конкретное время (не 12:00). Например: «Сейчас 11 часов 30 минут?»

#### 5\*. Хороший вопрос–3

Жители страны Врунляндии всегда врут. Придумай вопрос, на который житель Врунляндии сначала ответит «да», а потом — «нет». Не забудь объяснить свой ответ.

##### Подсказка

Житель поменял свой ответ, значит, изменилось то, о чем его спрашивали.

##### Решение

Зададим вопрос: «Я уже задавал тебе вопрос?» Сначала житель солжет и ответит «да», потому что вопрос ему еще не задавали. После этого житель солжет и ответит «нет», потому что ему уже задавали вопрос.

##### Запись на доске и в пособии

«Я уже задавал тебе вопрос?»

Сначала: неверно, лжет, ответит «да».

Потом: верно, лжет, ответит «нет».

**Ответ:** «Я уже задавал тебе вопрос?»

#### Тренировочные задания

##### 1т. Черепахи

Три черепахи соревновались в беге. Перед забегом первая сказала: «Я приползу к финишу предпоследней». Вторая сказала: «Я приползу не последней». Третья сказала: «А я выиграю забег!» На финише оказалось, что первая и вторая черепаха правы. Права ли третья черепаха?

##### Решение

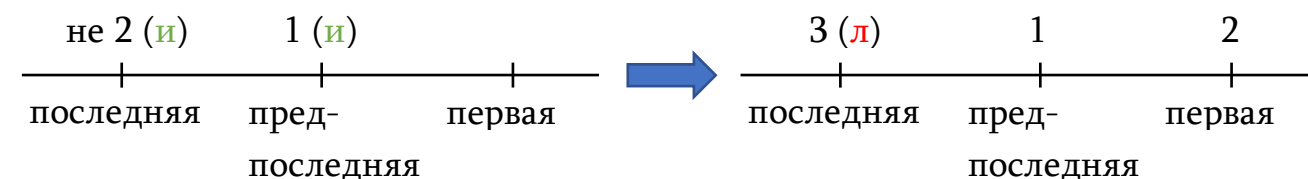
Первая черепаха приползла второй, а вторая первой. Значит, третья черепаха не права.

**Ответ:** не права.

##### Замечание

## I ступень. Занятие 15. Правда или ложь?

При разборе данной задачи можно сопроводить рассуждения, приведенные в решении, последовательным заполнением схемы или таблицы (см. примеры далее). Однако нужно обратить внимание детей, что эти иллюстрации к решению **не заменяют текстовое решение**.



	I м	II м	III м
1 ч			
2 ч			
3 ч			

	I м	II м	III м
1 ч	+	-	-
2 ч	-		-
3 ч	-		

	I м	II м	III м
1 ч	+	-	-
2 ч	-	+	-
3 ч	-	-	+

### 2т. Хороший вопрос–1

Оля всегда говорит правду, а ее сестра Яло всегда лжет. Что каждая из них ответит на вопрос: «Твоя сестра врет?»

#### Решение

Оля честно скажет, что ее сестра врет, а Яло соврет, что ее сестра врет.

#### Вариант записи

«Твоя сестра врет?»

Оля: верно, говорит правду, ответит «да».

Яло: неверно, лжет, ответит «нет».

**Ответ:** обе ответят «да».

### 3т. Загаданное число

Дима загадал число от 1 до 100, а девочки Вера и Надя стали его угадывать. Вера сказала: «Загаданное число наверняка меньше 60». Надя сказала: «А я думаю, что число меньше 59». Но только одна из девочек оказалась права. Какое число загадал Дима?

#### Решение

##### 1-й способ

Если права Надя, то права и Вера. Значит, Надя ошиблась и загадано число 59.

##### 2-й способ

Если Надя права, а Вера ошибается, то загадано число меньше 59, но не меньше 60. Это невозможно. Значит, Надя ошиблась, а Вера права. Тогда число меньше 60, но не меньше 59. Такое возможно, только если загадано число 59.

**Ответ:** 59.

### 4т. Хороший вопрос–2

Сева всегда говорит правду, но однажды ему задали вопрос, на который он сначала ответил «да», а на следующий день на тот же вопрос ответил «нет». Каким мог быть вопрос?

#### Решение (вариант)

© НОУ ДПО «Институт системно-деятельностной педагогики», [www.peterson.institute](http://www.peterson.institute)

I ступень. Занятие 15. Правда или ложь?

Например, можно задать Севе вопрос «сегодня вторник?» во вторник. Это верно, и Сева ответит «да». На этот же вопрос в среду он честно ответит «нет».

### **Краткая запись**

«Сегодня вторник?»

Во вторник: верно, говорит правду, ответит «да».

В среду: неверно, говорит правду, ответит «нет».

**Ответ:** «Сегодня вторник?»

### **Замечание**

Существуют и другие подходящие варианты вопросов, не касающиеся дней недели. Например, Севе могли задать вопрос: «Сегодня четное число?» Тогда в первый раз (предположим, 2-го апреля) он ответит «да», а на следующий день (3-го апреля) честно ответит «нет».

Также можно заметить, что выбор подходящего вопроса основан на том, что от одного дня к другому что-то изменилось.

## **5т\*. Хороший вопрос–3**

Баба-яга всегда лжет. Придумай вопрос, на который она сначала ответит «нет», а потом «да». Когда нужно задавать этот вопрос?

### **Решение**

Можно задать Бабе-яге вопрос «Сейчас полдень?» сначала ровно в полдень, а потом через 5 минут. Тогда в первый раз она солжет и ответит «нет», а потом солжет и ответит «да».

### **Краткая запись**

«Сейчас полдень?»

В полдень: верно, лжет, ответит «нет».

Потом: неверно, лжет, ответит «да».

**Ответ:** «Сейчас полдень?», в полдень.

## **Дополнительные задания**

## **6. Хороший вопрос–4**

Соловей-разбойник всегда лжет. Придумай вопрос, на который он сначала ответит «да», потом «нет», а потом снова «да».

### **Подсказка**

Можно задавать вопросы про сами вопросы.

### **Решение**

Соловей-разбойник должен ответить «да» на первый и третий вопросы и «нет» — на второй вопрос. Для этого его можно спросить что-нибудь про второй вопрос, например: «Это мой второй вопрос?»

### **Краткая запись**

«Это мой второй вопрос?»

1-й раз: неверно, лжет, ответит «да».

2-й раз: верно, лжет, ответит «нет».

3-й раз: неверно, лжет, ответит «да».

**Ответ:** «Это мой второй вопрос?»

## Сценарий занятия

### Метапредметные цели

- Р** Развить умение решать задачи поискового характера: ставить цель, строить план, реализовывать его, проверять соответствие результата поставленной цели, в случае необходимости вносить коррективы и так далее.
- П** Формировать опыт построения логических рассуждений: поиск в задаче необходимых данных (фактов, утверждений), построение суждений (умозаключений), переход от полученных суждений к другим как следствиям из первых, формулировка выводов.

### Опорные знания

1. Высказывание истинное и ложное<sup>1</sup>.

Высказыванием называют предложение, о котором можно сказать *истинно* оно или *ложно*.

Предложение  $\begin{cases} \text{И} \\ \text{Л} \end{cases}$  – высказывание

### Материалы и оборудование

- На класс:**
- презентация;
  - эталоны «Правила работы в группе»<sup>2</sup>, «Учимся задавать вопросы»<sup>3</sup>, «Я — актер, я — зритель»<sup>4</sup>.
- У ученика:**
- учебное пособие на печатной основе «Математический театр, 3 класс»<sup>5</sup>;
  - лента ролей и значки ролей;
  - черновик, тетрадь, планшетка.

### Методическая справка

На данном занятии, посвященном введению в математическую логику высказываний, школьники тренируются в исполнении всех ранее изученных ролей.

Школьники часто испытывают трудности при анализе текста логических задач, так как в нем фигурируют не привычные арифметические или геометрические объекты, а новые для них логические единицы — высказывания. Кроме того, необычными могут быть и требования в таких задачах. Поэтому в занятии на первый план снова выходят роли, связанные с анализом текста задачи — **роли фотографа и разведчика**.

Новизна рассматриваемых задач, а также сложность условий и требований ведет и к необходимости качественного исполнения **роли переводчика**. Его умение наглядно и достаточно полно отобразить на схеме элементарные составляющие задачи позволит предупредить возможные затруднения при решении задачи.

Большая часть задач, предлагаемых на занятии (в том числе задача-ключ), требует составления вопросов, которые предполагают только ответы «да» и «нет». Ответы на эти вопросы помогают различить некоторые возможные ситуации, описанные в условии задачи. Процесс подбора подходящего вопроса имеет поисковый характер, и также будет новым для школьников. Таким образом, **роль мастера**, осуществляющего этот поиск, обогащается новым инструментом — **методом «проб и ошибок»**, который раньше встречался только при решении геометрических задач.

<sup>1</sup> Петерсон Л.Г., Кубышева М.А. Построй свою математику: Блок-тетрадь эталонов для 3 класса по программе «Учусь учиться». — М.: Институт СДП, 2018. с. 45.

<sup>2</sup> Там же, 1 класс, с. 116–124.

<sup>3</sup> Данное пособие, 4\_Игра 1 «Мастера математики».

<sup>4</sup> Данное пособие, 3\_Занятие 3 «Круглые задачи».

<sup>5</sup> Петерсон Л.Г. Математический театр: учебное пособие по олимпиадной математике для 3 класса. — Л.Г. Петерсон, О.Н. Агаханова. — М.: Институт СДП, 2021.



Новым для школьников является и формат записи решения логических задач. Поэтому в ходе занятия важно познакомить школьников со словами-связками, которые они в дальнейшем смогут использовать в **роли мастера**.

### Ход занятия

1	2	3	4	5	6
Математическое фойе	Творческая мастерская	Сцена	Антракт	Выход на бис	Зеркало
25 мин	10 мин	25 мин	5 мин	10 мин	5 мин

С-2



## 1. Математическое фойе (25 мин)

– Ребята, а знаете ли вы, что такое **истина** и **ложь**? (Ответы детей.)

С-3

– Конечно же, вы знаете и то, что врать нехорошо. Но в сказках часто бывают хитрые персонажи, которые обманывают. Можете вспомнить нескольких?

(Например: лиса Патрикеевна, Кот Базилио и Лиса Алиса и др.)

– Вспомните, зачем Лиса обманывала в сказке Колобка? (Чтобы его съесть.)

– Правильно! Колобок не умел отличать ложь от правды, поэтому поверил Лисе, когда она сказала, что плохо слышит его песенку. Как вы думаете, полезно уметь различать ложь и истину? (Да.)

– Как вы считаете, смогла бы Лиса вас обмануть? (Ответы детей.)

С-4

– Давайте проверим. Слушайте внимательно. Хитрая Лиса решила стать честной и стала работать журналистом. В статье о результатах забега, в котором участвовали три кролика — Белый, Серый и Рыжий — она написала: «Белый Кролик прибежал на финиш первым. Серый Кролик прибежал не первым». Запишите эти условия задачи кратко.

С-5

▲ Ученики пишут свои варианты краткой записи условий на планшетках. После этого учитель предлагает одному из школьников, у которого получилась удобная запись, показать свой вариант на доске. Пример: 1) БК — I, 2) СК — не I.

С-6

– Как ни старалась Лиса, а все равно в одном из этих предложений написала ложь. Как же теперь читателям узнать, кто выиграл забег? Попробуйте догадаться. (Ответы детей.)

С-7

– Да, с этой Хитрой Лисой так сразу и не разберешься. Перед вами два предложения, о которых можно сказать, истинны они или ложны. Вспомните, как называются такие предложения. (Высказывания.)

Высказыванием называют предложение, о котором можно сказать *истинно* оно или *ложно*.

Предложение  $\begin{matrix} \nearrow \text{И} \\ \searrow \text{Л} \end{matrix}$  – высказывание

С-8

▲ Учитель демонстрирует эталон.

– Что известно о высказываниях Лисы? (Одно из них истинно, а другое — ложно.)

– Попробуйте дополнить схему к задаче, показав на ней это условие, а также вопрос задачи.

С-9

▲ Школьники дополняют записи на планшетках. После этого один из учеников демонстрирует свой вариант. Может получиться, например, такой:

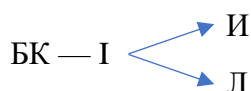
$$\left. \begin{array}{l} 1) \text{ БК} — \text{I} \\ 2) \text{ СК} — \text{не I} \end{array} \right\} 1 \text{ И, } 1 \text{ Л} \quad \boxed{\text{I} — ?}$$

– Рассмотрите еще раз эталон. Какие два варианта могут быть для одного высказывания? (Истинное или ложное.)



I ступень. Занятие 15. Правда или ложь?

– Попробуйте предложить способ, как точно определить победителя забега. (Рассмотреть одно из высказываний и по очереди проверить, может ли оно быть истинным или ложным.)



**С-10**

– Попробуйте провести рассуждение по данным ключевым словам.

Если 1-е высказывание истинно (Белый Кролик пришел первым), то 2-е высказывание ...  
Но ... Значит, ...

Если 1-е высказывание ложно (...), то 2-е высказывание ... Значит, ...

*Ответ:* ...

▲ Школьники обсуждают возможные варианты и согласовывают вставки.

**С-11**

Если 1-е высказывание истинно (Белый Кролик пришел первым), то 2-е высказывание истинно. Но оно должно быть ложным. Значит, 1-е высказывание не может быть истинным.

Если 1-е высказывание ложно (Белый Кролик пришел не первым), то 2-е высказывание должно быть истинным. Значит, Серый Кролик пришел не первым, а забег выиграл Рыжий Кролик.

*Ответ:* забег выиграл Рыжий Кролик.

– Обратите внимание на слова, которые подчеркнуты в решении задачи. Зачем они нужны? (Они помогают записать цепочку рассуждений.)

**С-12**

▲ Учитель демонстрирует слайд с перечисленными вариантами слов-связок, которые могут понадобиться школьникам при построении рассуждений.

– Эти полезные слова и словосочетания вы можете использовать при решении задач сами. Молодцы, не обманула вас Лиса. Хотите решить еще одну хитрую логическую задачу? (Да.)

**С-13**

**Задача-ключ**

На развилке двух тропинок в лесу вы встретили очень хитрую Лису, которая всегда лжет. Лиса знает, какая из двух тропинок ведет к деревне, а какая — в болото. Придумайте один вопрос, по ответу на который можно точно определить, какая тропинка ведет в деревню. Обратите внимание, что Лиса ответит на вопрос только «да» или «нет». Объясните, почему этот вопрос подходит.

**С-14**

▲ Школьники в течение 1 мин думают, а затем пишут на планшетах свои варианты вопросов. Ученики, записавшие разные вопросы, по очереди вызываются к доске и задают свой вопрос «Лисе». Первый раз в роли «Лисы» выступает учитель, создавая образец, затем роль «Лисы» по желанию разыгрывает кто-то из учеников. Каждый вариант вопроса проверяется на соответствие условию задачи. Если правильный вариант вопроса не был предложен, или дети вообще не могут его придумать, проводится следующий подводящий диалог.

<Начало подводящего диалога>

– Хитрая оказалась Лиса! Раз уж мы в театре, давайте разыграем мини-спектакль. Кто будет Лисой? (<Лена>) Кто будет прохожим? (<Петя>) <Петя>, тебя ведь тропинка интересует? Спроси Лису о тропинке. О какой спросишь, о левой или правой? (о левой или о правой — все равно). Что нужно узнать об этой тропинке? (Ведет ли она в деревню.)

I ступень. Занятие 15. Правда или ложь?

– Вот и спроси, ведет ли левая тропинка в деревню. Такой вопрос можно задать, ведь на него можно ответить только «да» или «нет». Спроси Лису. Мы прорепетируем оба варианта ответа.

1-й вариант

Петя. Левая тропинка ведет в деревню?

Лиса. Да.

– Петя, по какой тропинке пойдешь, чтобы попасть в деревню, и почему? (По правой, потому что Лиса лжет, что левая тропинка ведет в деревню.)

2-й вариант

Петя. Левая тропинка ведет в деревню?

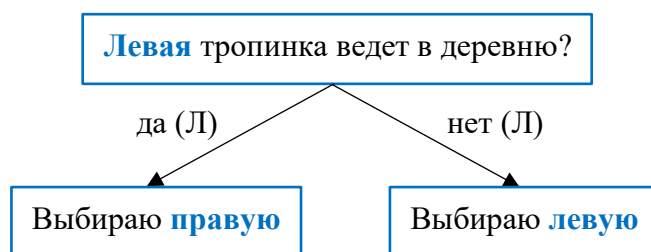
Лиса. Нет.

– Петя, по какой тропинке пойдешь, чтобы попасть в деревню, и почему? (По левой, потому что Лиса лжет, что левая тропинка не ведет в деревню.)

<конец подводящего диалога>

С-15

▲ Учитель фиксирует итоговый алгоритм действий, демонстрируя его на доске или слайде, например:



– Молодцы, и с этой непростой задачей справились! Какое бы вы дали название задачам, которые сейчас решали? (Например: «Правда ли?», «Кто прав?», «Лисьи загадки».)

С-16

– В пособии тема называется «Правда или ложь?» Попробуйте заполнить пропуски в советах по решению задач (третий совет пока оставьте незаполненным):

С-17

#### Советы по решению задач с высказываниями

1. Если в задаче есть предложение, которое может быть \_\_\_\_\_ или \_\_\_\_\_, то можно по очереди проверить обе возможности.
2. Если в задаче требуется придумать вопрос, то можно предложить \_\_\_\_\_ и выбрать тот, который подходит ко всем \_\_\_\_\_ задачи.
3. ...

С-18

▲ Школьники заполняют пропуски и проверяют себя по образцу на с. 107.

#### Советы по решению задач с высказываниями

1. Если в задаче есть предложение, которое может быть **истинным** или **ложным**, то можно по очереди проверить обе возможности.
2. Если в задаче требуется придумать вопрос, то можно предложить **варианты** и выбрать тот, который подходит ко всем **условиям** задачи.
3. ...

С-19

– Поставьте перед собой цель занятия. (Узнать новые способы решения задач с высказываниями.)

C-20

C-21



## 2. Творческая мастерская (5 мин)

Учитель распределяет задачи по группам. При распределении задач нужно учитывать, что задачи № 1 и № 3 требуют только анализ имеющихся условий задачи, а в задачах № 2, 4 и 5\* требуется придумать вопрос, а затем доказать, что он подходит под условия задачи. Поэтому задачи второго типа желательно предлагать только тем группам, в которых учащиеся подготовлены к решению задач поискового характера.

C-22

При решении задач учитель предлагает школьникам обратить особое внимание на аккуратное исполнение ролей **фотографа**, **разведчика** и **переводчика**. При этом важно дать учащимся возможность свободного творчества при разыгрывании **роли переводчика** (для олимпиадных задач, связанных с логикой высказываний, в принципе не существует общепринятых схем). Однако нужно уточнить, что итоговая схема должна быть удобной и понятной для зрителей. Если школьники испытывают затруднения при составлении собственного варианта схемы, можно предложить им выбрать основу из списка, например: таблица, числовой луч, блок-схема, дерево вариантов.

▲ Перед началом работы учитель проводит краткий инструктаж групп.

– Вы, наверное, заметили, что в некоторых задачах из тех, что вы решали, требовалось придумать вопрос, на который можно ответить только «да» и «нет». Сегодня при представлении решений у доски к таким задачам попробуйте не только продемонстрировать итоговый верный вариант вопроса, но и поделиться своим опытом о том, как удалось к нему прийти. Если же подходящий вариант вопроса пришел сразу, попробуйте порассуждать о том, какие еще вопросы подходят под условия задачи. Представителей тех групп, которые решали задачи без придумывания вопросов, я попрошу больше сосредоточиться на процессе составления схемы, то есть на исполнении роли **переводчика**. Также обратите внимание на запись решения на доске, то есть на **роль мастера**.

C-22



## 3. Сцена (25 мин)

Учащиеся в соответствии с инструкцией учителя пробуют решить свою задачу, при желании используя метод ролей. Учитель при необходимости помогает актерам оформить решение на доске.

C-24-29

### 1. Календарь (4 мин)

Петр, Андрей и Ерофей рассматривают календарь. «Сегодня понедельник», — сказал Петр. «Завтра вторник», — сказал Андрей. «А вчера была суббота», — сказал Ерофей. Могут ли все трое быть правы?

### 2. Хороший вопрос–1 (5 мин)

Илья Муромец всегда говорит правду, а хитрый Соловей-разбойник всегда врет. Придумай вопрос, на который оба они ответят одинаково. Объясни свой ответ.

C-30-31

C-32-36

### 3. День рождения (5 мин)

Сегодня у Паши день рождения. Его друг Коля говорит, что Паше больше 11 лет, а его друг Толя — что Паше больше 10 лет. Сколько лет исполнилось Паше, если известно, что ровно один из его друзей ошибся? Объясни свой ответ.

### 4. Хороший вопрос–2 (5 мин)

Вероника всегда говорит правду. Однажды днем ей задали вопрос, на который она ответила «да». Когда же ей задали тот же вопрос через 5 минут, она ответила «нет». Каким мог быть вопрос?

C-37-39

C-40-45

### 5. Хороший вопрос–4 (6 мин)

Жители страны Врунляндии всегда врут. Придумай вопрос, на который житель Врунляндии сначала ответит «да», а потом — «нет». Не забудь объяснить свой ответ.

C-46



#### 4. Антракт (5 мин)

– О чем были сегодняшние задачи? (Например: об истинных и ложных высказываниях.)

– В задачах № 1 и 3 вам предлагалось составить удобные схемы. Какие известные схемы вам помогли? (Например: числовой луч.)

C-48

– В задачах 2, 4, 5 вы тренировались в придумывании вопросов. Что помогало вам придумать «хороший» вопрос? (Например: удобная схема, отражающая условие задачи.)

C-49

– Какие выводы о решении задач на высказывания у вас получились? (Ответы детей.)

– В этих задачах персонаж оставался тем же, а ответ менялся. Заполните пропуск в совете, который помог понять, какой вопрос нужно задать в такой задаче.

▲ Школьники заполняют пропуск и проверяют себя:

...

3. Если нужно придумать вопрос, на который один и тот же персонаж дает разные ответы, то можно определить, что **изменяется** между вопросами со временем.

C-50

C-51



#### 5. Выход на бис (10 мин)

Учащиеся по желанию выбирают 1–2 задачи по желанию, выполняют их, записывают решения и проверяют их по подробному образцу на с. 138 пособия. При этом нужно обратить внимание школьников на необходимость подробного оформления решения задачи.

C-52

C-53

C-54

▲ По окончании самопроверки учитель может провести мини-рефлексию деятельности на этапе, например, задавая вопрос о том, какие роли помогли решить выбранные задачи.

C-55



#### 6. Зеркало (5 мин)

Учитель организует рефлексию деятельности на занятии. Для этого можно использовать следующие ключевые вопросы.

C-56

– Какую цель вы сегодня ставили на занятии?

– Достигли ли вы этой цели?

– Какие роли помогли вам лучше понять решение задач?

– Отметьте эти роли знаками «+» на ленточке ролей и вклейте в раздел «Выводы».

C-57

– В какой позиции вы работали с ролями мыслителя при разборе задач: с позиции автора или понимающего? Отметьте в пособии буквами **А** и **П**.

– Какая из позиций **А** и **П** для вас, пока, более сложная?

C-58

– Какие личные победы в решении задач вы сегодня одержали? Кто хочет о них рассказать?

– Какой совет себе самому вы хотите дать? Запишите в разделе «Выводы».

– С каким настроением вы сегодня решали задачи? Нарисуйте свое отражение в зеркале.



### Для педагогов, работающих в ТДМ


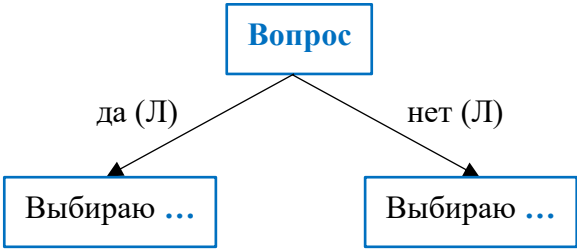



1. **Новое знание.** Правило составления и проверки вопросов для решения логических задач.
2. **Пробное действие.** На развилке двух тропинок в лесу вы встретили очень хитрую Лису, которая всегда лжет. Лиса знает, какая из двух тропинок ведет к деревне, а какая — в

болото. Попробуйте придумать один вопрос, по ответу на который можно точно определить, какая тропинка ведет в деревню. Обратите внимание, что Лиса ответит на вопрос только «да» или «нет». Объясните, почему этот вопрос подходит.

3. **Возможные затруднения.** «Я не смог составить подходящий вопрос».
4. **Фиксация причин затруднений.** «Я не знаю правила составления вопросов с ответами «да» и «нет»».
5. **Цель деятельности.** Узнать правило составления вопросов, позволяющих по ответу «да» или «нет» однозначно установить некоторую информацию.
6. **Фиксация нового знания.** Если в задаче требуется придумать вопрос, то можно предложить разные **варианты** и выбрать из них тот, который подходит ко всем **условиям** задачи.

## Разбор ключевой задачи с помощью метода ролей

<b>Задача.</b> На развилке двух тропинок в лесу вы встретили очень хитрую Лису, которая всегда лжет. Лиса знает, какая из двух тропинок ведет к деревне, а какая — в болото. Придумайте один вопрос, по ответу на который можно точно определить, какая тропинка ведет в деревню. Обратите внимание, что Лиса ответит на вопрос только «да» или «нет». Объясните, почему этот вопрос подходит.		
<i>Роль</i>	<i>Ключи</i>	<i>Исполнение роли учителем и учениками</i>
ФОТОГРАФ 	КАРТИНКА	Варианты детей, например: Я представляю себя стоящим перед развилкой двух тропинок в лесу. Мне нужно узнать у встретившейся мне хитрой Лисы, по какой тропинке нужно идти, чтобы попасть в деревню.
	УСЛОВИЕ, ВОПРОС (ТРЕБОВАНИЕ)	<b>Условие:</b> 1) две тропинки — одна ведет к деревне, а другая — в болото; 2) Лиса знает, какая тропинка куда ведет; 3) Лиса всегда лжет; 4) нужно задать только один вопрос, на который Лиса может ответить лишь «да» или «нет». <b>Требования:</b> 1) придумать вопрос, который позволяет однозначно узнать, какая тропинка ведет к деревне; 2) объяснить, почему предложенный вопрос подходит.
РАЗВЕДЧИК 	ВЗАИМОСВЯЗИ	1) Верный вопрос должен позволить из любого возможного ответа на него («да» и «нет») сделать однозначный вывод, какая тропинка ведет к деревне. 2) Лиса всегда лжет, значит, ее ответ «да» на самом деле означает «нет», а ответ «нет» означает «да».
	ИДЕИ, ПРЕДПОЛОЖЕНИЯ	1) Тропинки можно для удобства назвать <i>левой</i> и <i>правой</i> . 2) С помощью вопроса нужно определить тропинку, которая ведет к деревне. Поэтому можно задать вопрос про одну из тропинок о том, куда она ведет.

<p>ПЕРЕВОДЧИК</p> 	<p>МОДЕЛЬ (известная или своя)</p>	
<p>НАВИГАТОР</p> 	<p>ПРАВИЛА, СВОЙСТВА, ПОДХОД</p>	<p>Придумать подходящий вопрос можно с помощью метода «проб и ошибок», то есть предлагая разные варианты вопросов и проверяя, подходят ли они.</p>
	<p>ПЛАН РЕШЕНИЯ</p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Предложить вариант вопроса.</li> <li>2. Проверить, позволяет ли этот вопрос точно определить, какая дорожка ведет к деревне. Если вопрос не подошел, вернуться к пункту 1.</li> <li>3. Объяснить, почему найденный вопрос подходит.</li> </ol>
<p>МАСТЕР</p> 	<p>РЕШЕНИЕ, ОФОРМЛЕНИЕ</p>	<p>Назовем тропинки <i>левой</i> и <i>правой</i>. «Левая тропинка ведет в деревню?» <b>ДА</b> (ложь) ⇒ Левая тропинка не ведет в деревню. ⇒ Правая тропинка ведет в деревню. <b>НЕТ</b> (ложь) ⇒ Левая тропинка ведет в деревню. <b>Ответ:</b> «Левая тропинка ведет в деревню?»</p>
<p>ЭКСПЕРТ</p> 	<p>ПРОВЕРКА РЕШЕНИЯ И ОТВЕТ</p>	<p>Проверка того, что данный вопрос подходит, является частью решения задачи.</p>
	<p>ВЫВОДЫ</p>	<p><b>Возможные вопросы</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– Что помогло вам придумать подходящий вопрос? (...)</li> <li>– Что было сложнее: придумать вопрос или объяснить, что он подходит? Почему? (...)</li> <li>– Исполнение каких ролей помогло вам решить задачу? (...)</li> </ul>