

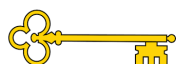
ЗАНЯТИЕ 12. ЧЕТНОСТЬ

Учебное содержание

Предметные цели

1. Открыть свойство четности суммы и разности двух чисел.
2. Познакомить с признаком делимости на 2 и способом его доказательства с помощью поиска закономерностей на числовом луче.
3. Сформировать первичные представления об использовании свойств четности чисел в доказательствах.

Задача-ключ



Заполните таблицы четности суммы и разности любых двух натуральных чисел.

| | |
|-------------------------|-------------------------|
| $\text{Ч} + \text{Ч} =$ | $\text{Ч} + \text{Н} =$ |
| $\text{Н} + \text{Н} =$ | $\text{Н} + \text{Ч} =$ |

| | |
|-------------------------|-------------------------|
| $\text{Ч} - \text{Ч} =$ | $\text{Ч} - \text{Н} =$ |
| $\text{Н} - \text{Н} =$ | $\text{Н} - \text{Ч} =$ |

Решение

Таблица четности суммы двух чисел

| | |
|----------------------------------|----------------------------------|
| $\text{Ч} + \text{Ч} = \text{Ч}$ | $\text{Ч} + \text{Н} = \text{Н}$ |
| $\text{Н} + \text{Н} = \text{Ч}$ | $\text{Н} + \text{Ч} = \text{Ч}$ |

Таблица четности разности двух чисел

| | |
|----------------------------------|----------------------------------|
| $\text{Ч} - \text{Ч} = \text{Ч}$ | $\text{Ч} - \text{Н} = \text{Н}$ |
| $\text{Н} - \text{Н} = \text{Ч}$ | $\text{Н} - \text{Ч} = \text{Н}$ |

Свойства четных и нечетных чисел

1. Чтобы определить четность числа, можно посмотреть на **последнюю** цифру в его записи. Если она четная (0, 2, 4, 6, 8), то число **четное**, а если нечетная (1, 3, 5, 7, 9), то число **нечетное**.
2. Сумма и разность двух чисел **четная**, если **оба** числа четные или **оба** нечетные (то есть это числа **одинаковой** четности).
3. Сумма и разность двух чисел **нечетная**, если одно из них **четное**, а другое **нечетное** (то есть это числа **разной** четности).

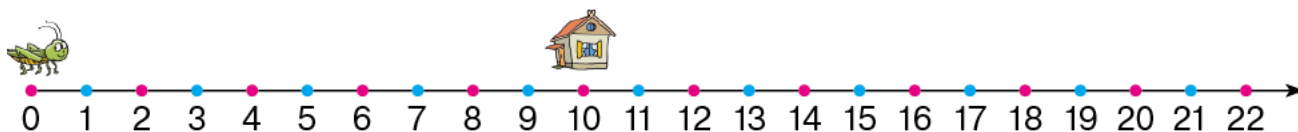
Вопросы для построения подводящего диалога

1. Есть ли в задаче величина, которая меняется шаг за шагом?
2. Четная она или нечетная на каждом шаге? Как это помогает решить задачу?
3. Есть ли в задаче величина, равная сумме (разности) чисел? Что можно сказать о четности этой величины?
4. А о четности чисел, составляющих сумму (разность)? Как это помогает решить задачу?

Основные задания

1. Дорога домой

Кузнечик умеет прыгать вдоль числового луча на 2 ед. и 9 ед. вправо или влево. Его домик находится на расстоянии 10 ед. Нарисуй, как ему допрыгать до домика ровно за 6 прыжков.

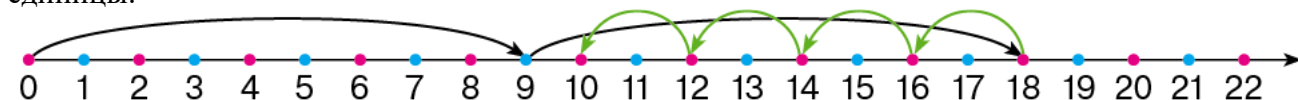


Подсказка

Кузнечик может сначала прыгнуть правее домика, а потом вернуться.

Решение

Кузнечик может сначала прыгнуть два раза вправо на 9 единиц, а потом четыре раза влево на 2 единицы.



Проверка

$$9 \cdot 2 - 2 \cdot 4 = 10$$

$$2 + 4 = 6 \text{ (прыжков)}$$

Путь к решению

Проведем анализ четности чисел в условии задачи. Числа 10 (место, где домик) и 6 (количество прыжков) — четные. Кузнечик может прыгать на 9 единиц (нечетное число) и на 2 единицы (четное число).

Попробуем получить число 10 только сложением (то есть только прыжками вправо). С помощью чисел 9 и 2 это можно сделать единственным способом: $10 = 2 \cdot 5$. Но здесь только 5 прыжков, что не соответствует условию задачи. Значит, число 10 нужно получить как разность некоторых чисел (то есть кузнечик должен прыгать как вправо, так и влево).

Видим, что кузнечик должен сделать хотя бы один прыжок вправо на 9. Если остальные прыжки будут только на 2, то кузнечик будет оставаться на нечетном числе ($H + Ч = H$, $H - Ч = H$), а 10 — четное число. Значит, нужно сделать хотя бы два прыжка на 9 единиц.

После двух таких прыжков вправо кузнечик окажется в точке с координатой $2 \cdot 9 = 18$. Ему нужно вернуться на $18 - 10 = 8$ единиц влево. Это можно сделать с помощью 4 прыжков на 2 ед. влево. Всего получилось $2 + 4 = 6$ прыжков. Этот способ подходит.

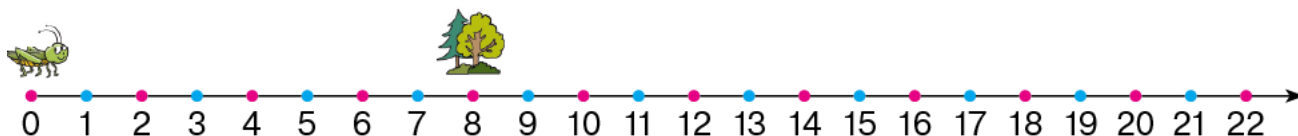
Замечание

Есть и другие решения, отличающиеся только порядком прыжков, то есть кузнечик в любом случае должен сделать два прыжка на 9 единиц вправо и четыре прыжка на 2 единицы влево.

2. Три прыжка

Кузнечик Пятёрка умеет прыгать на 5 ед. и 9 ед. вправо или влево. Нарисуй, как он может четырьмя прыжками допрыгать до леса, находящегося от него на расстоянии 8 ед.

(*) Объясни, почему он не может допрыгать за три прыжка.

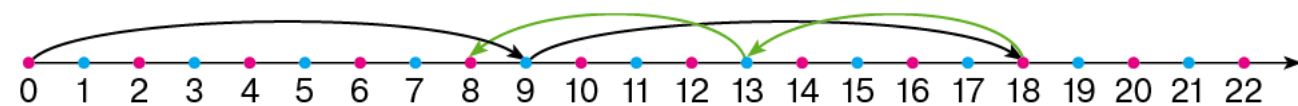


Подсказка¹

На каком числе — четном или нечетном — окажется кузнечик после третьего прыжка?

Решение

Кузнечик может дважды прыгнуть направо на 9 единиц, а потом дважды — на 5 единиц влево.



Проверка

$$9 \cdot 2 - 5 \cdot 2 = 8$$

$$2 + 2 = 4 \text{ (прыжка)}$$

(*) За два прыжка кузнечик окажется на четном числе ($H + H = Ч$, $H - H = Ч$), а после третьего — на нечетном ($Ч + H = Н$, $Ч - H = Н$). Но 8 — четное число, поэтому кузнечик не может там оказаться после трех прыжков.

Путь к решению

Рассуждение для построения примера прыжков можно построить аналогично описанию пути к решению задачи №1.

3. Карандаши

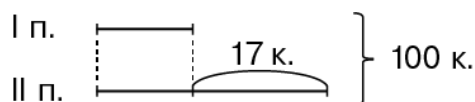
У Ксюши есть 100 цветных карандашей. Докажи, что она не сможет разложить их по двум пеналам так, чтобы в одном пенале оказалось на 17 карандашей больше, чем в другом.

Подсказка

Воспользуйся методом уравнивания².

Решение

1-й способ



1) $100 - 17 = 83$ (кар.) — уравнивание

2) 83 — нечетное, а должно быть равно двум одинаковым частям. Значит, Ксюша не сможет разложить 100 карандашей, соблюдая все условия задачи.

2-й способ

¹ Подсказка в данной задаче соответствует решению пункта (*). Для построения примера прыжков школьникам можно предложить воспользоваться подсказкой к задаче №1.

² Данное пособие, 14_Занятие 11.

Занятие 12. Четность

Если числа карандашей в пеналах отличаются на 17, то одно из них — четное, а другое нечетное. Но сумма $Ч + Н = Н$, значит, всего не может быть 100 карандашей (четное число).

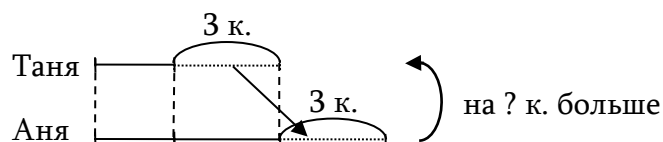
4. Да здравствует сюрприз!

На Новый год сестрам Ане и Тане подарили два одинаковых мешочка с конфетами. Таня решила поделиться с младшей сестрой и отдала Ане из своего мешочка три конфеты. На сколько у Ани стало больше конфет, чем у Тани?

Подсказка

В ответе — четное число.

Решение



Если Таня отдаст Ане 1 конфету, то у Ани окажется не на одну конфету больше, чем у Тани, а на две. Значит, у Ани стало на $3 \cdot 2 = 6$ конфет больше, чем у Тани.

Ответ: на 6 конфет.

Замечание

Данная задача относится к теме «Уравнивание», но связь с темой «Четность» отражена в подсказке.

5*. Два конструктора

У Пети есть два одинаковых набора конструктора. Однажды он смешал все детали этих наборов, а потом разделил их на две части. Докажи, что в одной части не могло оказаться на 3 детали больше, чем в другой.

Подсказка

Число деталей в одном наборе неизвестно. Но что можно сказать про общее количество деталей в двух наборах?

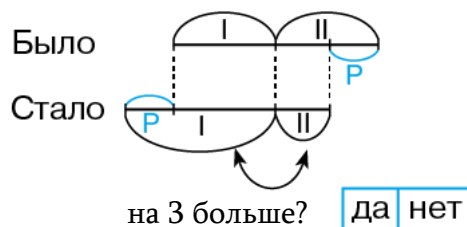
Решение

1-й способ

Всего в двух наборах четное количество деталей. Если из этого общего количества деталей вычесть 3, то должно получиться удвоенное количество деталей в меньшей части. Но $Ч - Н = Н$, а это не делится на 2. Значит, в одной части не могло оказаться на 3 детали больше, чем в другой.

2-й способ

Составим схему к задаче:

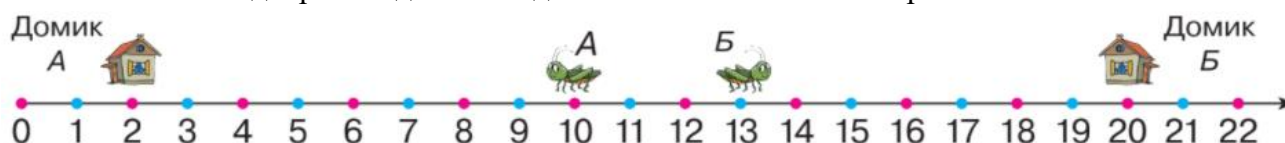


По условию задачи общее число деталей у Пети не изменилось. Это значит, что если в одной группе стало на сколько-то (P) деталей меньше, то в другой стало на столько же (P) деталей больше. Тогда получившаяся разница между количеством деталей в наборах будет равна $P + P$. Это четное число, так как сумма двух равных чисел, а 3 — нечетное число. Значит, в одной части не могло оказаться на 3 детали больше, чем в другой.

Тренировочные задания

1т. Дорога домой

Два кузнечика А и Б умеют прыгать вдоль числового луча на 3 ед. и 5 ед. вправо или влево. Кто из них может добраться до своего домика за меньшее число прыжков?



Решение

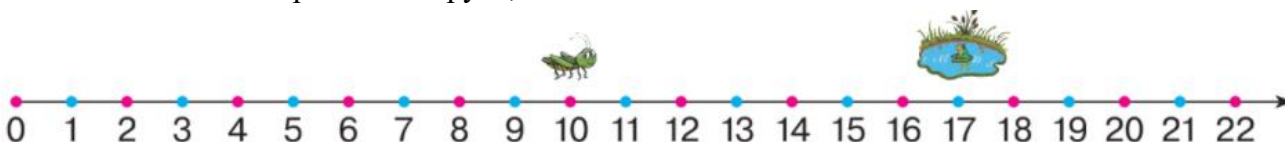
От А до его домика 8 ед. $3 + 5 = 8$ (2 прыжка).

От Б до его домика 7 ед. $5 + 5 - 3 = 7$ (3 прыжка).

Ответ: кузнечик А.

2т. Четные прыжки

Кузнечик Чет, сидящий в точке 10, умеет прыгать на 4 ед. и 6 ед. вправо или влево. Докажи, что он не сможет добраться до пруда, находящегося в точке 17.



Решение

4, 6, 10 — четные числа, $\text{Ч} + \text{Ч} = \text{Ч}$. Значит, кузнечик всегда будет прыгать только на четные числа, а 17 — нечетное.

3т. Интересная книга

В книге 100 страниц. Ксюша хочет прочитать ее за 2 дня так, чтобы число страниц в первый день было в 2 раза меньше, чем во второй. Докажи, что Ксюша не сможет это сделать.

Решение



1) $1 + 2 = 3$ (ч.) — всего

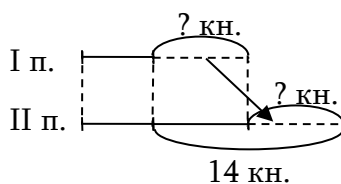
2) $100 : 3 = 33$ (ост. 1)

100 на 3 не делится без остатка. Значит, условие Ксюши выполнить невозможно.

4т. Перестановка

На двух полках стоит поровну книг. Сколько книг нужно переставить с первой полки на вторую, чтобы на второй полке стало на 14 книг больше, чем на первой?

Решение



$14 : 2 = 7$ (кн.)

Ответ: 7 книг.

5т*. Два коллекционера

Юра и Женя собирают марки. Сейчас у Юры на 23 марки больше, чем у Жени. Ребята решили сосчитать все их марки вместе. Юра насчитал 200 марок, а Женя — 201 (один из ребят ошибся). Сколько марок у каждого из них?

Решение

- 1) $200 - 23 = 177$ (м.) — уравнивание (не подходит)
- 2) $201 - 23 = 178$ (м.) — уравнивание
- 3) $178 : 2 = 89$ (м.) — у Жени
- 4) $89 + 23 = 112$ (м.) — у Юры

Ответ: у Жени 89 марок, а у Юры 112 марок.

Дополнительные задания

6. Машины

У каждого из пяти малышей есть две машинки: одна красная и одна зеленая. Докажи, что они не могут обменяться машинками так, чтобы у каждого оказалось две машинки одного цвета.

Подсказка

Посчитай, сколько всего красных машинок.

Решение

Всего у малышей 5 красных машинок и 5 зеленых. Если у каждого окажется по две машинки одного цвета, то у некоторых малышей должно оказаться две красных машинки, а у некоторых — две зеленых. Но 5 — нечетное число, и машинки одного цвета нельзя разложить по две. Значит, они не могут обменяться машинками указанным образом.

Сценарий занятия

Метапредметные цели



Тренировать умение использовать метод ролей при решении математических задач (роли фотографа, разведчика, переводчика, навигатора, мастера).



Тренировать умение понятно излагать свои мысли (роль автора) и правильно задавать вопросы (роль понимающего).

Опорные знания

1. Понятия четного и нечетного числа.
2. Прием «уравнивания» для решения текстовых задач³.

Материалы и оборудование

На класс:

- презентация;
- таблица «Роли мыслителя», эталоны «Правила работы в группе»⁴, «Учимся задавать вопросы»⁵, «Я — актер, я — зритель»⁶.

На пару:

- заготовки таблиц четности суммы и разности чисел.

³ Данное пособие, 14_Занятие 11.

⁴ Мир деятельности. Методические рекомендации к надпредметному курсу. 1 класс / Под ред. Л.Г. Петерсон. — М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2018. с. 116–124.

⁵ Данное пособие, 4_Игра 1 «Мастера математики».

⁶ Данное пособие, 3_Занятие 3 «Круглые задачи».

- У ученика:**
- учебное пособие на печатной основе «Математический театр, 3 класс»⁷;
 - лента ролей и значки ролей;
 - черновик, тетрадь;
 - планшетка.

Методическая справка

На данном занятии дети продолжают тренироваться в исполнении всех ролей, введенных на предыдущих занятиях. При этом в первых задачах занятия модель уже дана в условии задачи, но требует анализа, поэтому при рассмотрении этих задач важно сделать акцент на роли **разведчика**. В оставшихся задачах могут помочь схемы (в том числе похожие на схемы из предыдущего занятия № 11 «Уравнивание»), поэтому при обсуждении этих задач нужно сделать акцент на роли **переводчика**.

Теоретические основы занятия и задачи являются достаточно сложными для восприятия учащимися, поэтому для освоения предлагаемых здесь материалов также важна роль **навигатора**, который должен четко определить теоретические положения, лежащие в основе решения, и построить удобный план решения задачи.

Кроме того, в рамках данного занятия учащиеся впервые самостоятельно встречаются с задачами на *доказательство общих утверждений*. Инструментарий **мастера** пополняется способом доказательства невозможности из-за *противоречия по четности*.

Ход занятия

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---------------------|-----------------------|--------|---------|--------------|---------|
| Математическое фойе | Творческая мастерская | Сцена | Антракт | Выход на бис | Зеркало |
| 25 мин | 10 мин | 25 мин | 5 мин | 10 мин | 5 мин |
| | | | | | |

Сл. 3



1. Математическое фойе (25 мин)

- Ребята, вы любите разгадывать загадки? (Ответы детей.)
- Тогда попробуйте отгадать, кто сегодня нам будет помогать открывать новое и интересное. Вы готовы? Итак, загадка:

*Во фраке зеленом маэстро
Взлетает над лугом в цвету.
Он гордость местного оркестра
И лучший прыгун в высоту.*

Кто же это? (Кузнечик.)

Сл. 4

- Правильно, кузнечик! Только кузнечик, который будет нам помогать, не простой — он очень любит математику, а особенно ему нравятся четные числа. Напомните, какие числа называются четными? (Те, которые делятся на 2 без остатка.)

Сл. 5

- Назовите однозначные четные числа. (2, 4, 6, 8.)

⁷ Петерсон Л.Г. Математический театр: учебное пособие по олимпиадной математике для 3 класса. — Л.Г. Петерсон, О.Н. Агаханова. — М.: Институт СДП, 2021.

Занятие 12. Четность

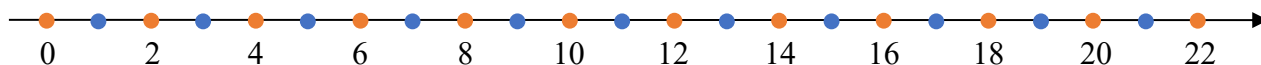
– А число ноль — четное или нечетное? (Четное.)

▲ Если школьники дают разные ответы, то можно «проголосовать»: пусть поднимут левую руку те, кто считает, что ноль — четное число, а правую — те, кто считает, что нечетное. После этого одному из тех, кто выбрал правильный вариант, предлагается объяснить свой ответ.

– Как это можно проверить? ($0 : 2 = 0$.)

– Правильно! При делении нуля на любое число остатка не будет. Поэтому считается, что ноль — четное число. Это можно понять и по-другому, для этого достаточно внимательно рассмотреть числовой луч:

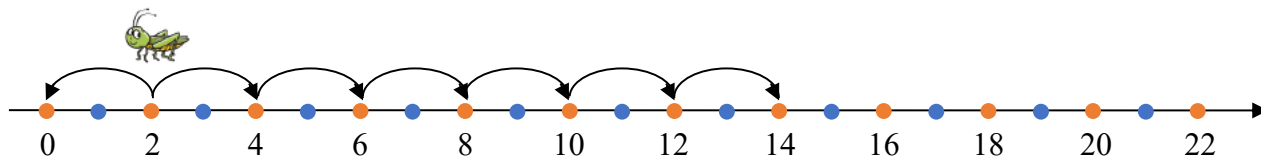
Сл. 6



– На каком расстоянии друг от друга находятся соседние четные числа на числовом луче? (На расстоянии 2.)

Сл. 7

– Пусть на числовом луче на цифре два сидит кузнечик Чет, который умеет прыгать на 2 единицы вправо или влево. Тогда он будет прыгать только по четным числам. Поэтому ноль тоже является четным.



Сл. 8

– Как можно узнать, является ли число четным или нечетным? (Разделить его на 2, если число делится нацело — оно четное, если не делится нацело — нечетное.)

– Попробуйте определить, является ли четным или нечетным число 738524917465284.

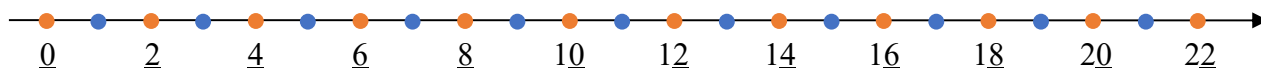
▲ Начав выполнять деление, школьники приходят к выводу, что известный им способ неудобен, так как требует много времени.

– Рассмотрев запись четных чисел на числовом луче, попробуйте придумать быстрый способ.

Сл. 9

▲ Ученики рассматривают рисунок на слайде и высказывают предположение о том, что четные числа оканчиваются на 0, 2, 4, 6 или 8.

– Правильно, нужно обратить внимание на последние цифры в записи чисел:



Сл. 10

– Они всегда повторяются так: 0, 2, 4, 6, 8, 0, 2, 4, 6, 8... Какой цикл образуется? (0, 2, 4, 6, 8.)

– Кто может объяснить, почему так получается? (Потому что каждый раз прибавляется 2.)

– Действительно, чтобы узнать следующее четное число, нужно к предыдущему прибавить 2. Эта двойка прибавляется в разряде единиц.

Сл. 11

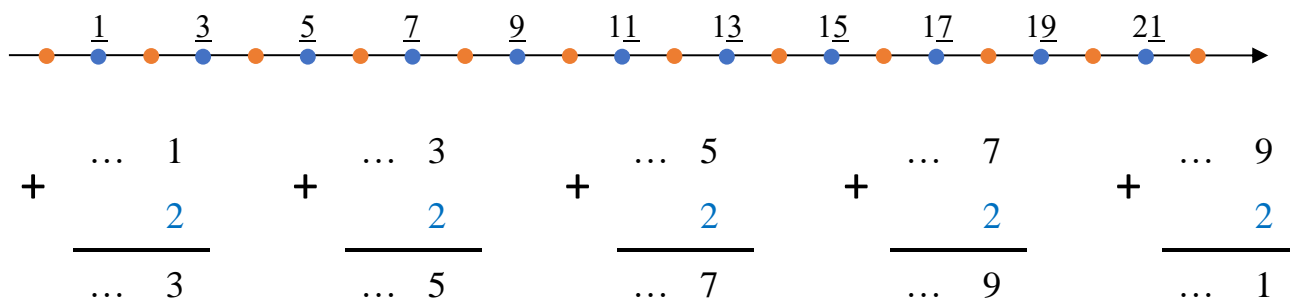
▲ Учитель демонстрирует на слайде записи примеров с пропусками (вместо троеточия могут быть любые цифры):

$$\begin{array}{r} + \quad \dots \quad 0 \\ \quad \quad \quad 2 \\ \hline \dots \quad 2 \end{array} \quad \begin{array}{r} + \quad \dots \quad 2 \\ \quad \quad \quad 2 \\ \hline \dots \quad 4 \end{array} \quad \begin{array}{r} + \quad \dots \quad 4 \\ \quad \quad \quad 2 \\ \hline \dots \quad 6 \end{array} \quad \begin{array}{r} + \quad \dots \quad 6 \\ \quad \quad \quad 2 \\ \hline \dots \quad 8 \end{array} \quad \begin{array}{r} + \quad \dots \quad 8 \\ \quad \quad \quad 2 \\ \hline \dots \quad 0 \end{array}$$

Сл. 12

– На какие цифры будут оканчиваться нечетные числа? Почему? (На 1, 3, 5, 7, 9. Потому что образуется цикл из-за прибавления двойки к последней цифре.)

© НОУ ДПО «Институт системно-деятельностной педагогики», www.sch2000.ru



Сл. 13

– Молодцы! Итак, вы уже научились определять по числу, четное оно или нечетное, не производя деление. Вспомните, при решении каких жизненных задач вам было бы полезно вспомнить о чётности или нечётности чисел? (Свободные ответы детей.)
– Попробуйте решить такую жизненную задачу.

Сл. 14

Жизненная задача 1. «У каждого из вас есть конфеты двух сортов. Сможете ли вы, перемешав их, разложить конфеты по двум пакетам поровну? Можно ли ответить на этот вопрос не перекладывая конфеты, а только зная, сколько конфет каждого сорта?»

– Модель какого действия поможет показать, что все конфеты перемешали? (Сложения.) Сколько слагаемых должно быть в модели? (2) Каким может быть количество конфет одного сорта? (Чётным или нечётным.) А другого? (Тоже чётным или нечётным.)

Сл. 15

▲ Учащиеся, работая в парах, создают модель выражения с «окошечками». В «окошечки» подставляют Ч или Н, таким образом получают 4 суммы, чётность-нечётность которых нужно будет определить. Выражения записываются в столбик на планшете, показывают учителю и сверяют свою модель с моделью на слайде.

– Хорошо. Придумаем продолжение истории и составим модель для новой задачи.

Сл. 16

Жизненная задача 2. «Сложив купленные конфеты в кулёк, вы идёте и размышляете, как будете делить их между двумя друзьями. И, незаметно для себя, вы съедаете несколько конфет. А теперь вы сможете разделить конфеты между друзьями?»

▲ Выражения с суммой дополняется четырьмя вариантами разности. Учитель выдает каждому ученику заготовку таблицы четности суммы и разности двух чисел.

Сл. 17

– Определите, четными или нечетными будут суммы и разности двух чисел. Заполните эту таблицу и подумайте, сможете вы или нет поделить конфеты поровну между двумя друзьями. Как выполнить работу быстрее? (Поработать в группах).

▲ Ученики делятся на 4 группы. Каждая группа выбирает для себя по одному выражению суммы и разности. Целью работы каждой группы является выдвижение и проверка гипотезы о четности суммы (разности) двух чисел с заданной четностью. Для формулировки гипотезы нужно привести 3–4 примера. Например: $H + H = Ч$, т.к. $5 + 1 = 6$, $11 + 13 = 24$, $107 + 223 = 330$ или $5 + 1 = 6$, $11 + 13 = 24$, $107 + 223 = 330 \Rightarrow H + H = Ч$.

В процессе заполнения таблицы учащиеся могут прийти к вполне житейскому выводу, что при нечётности полученной суммы/разности есть возможность съесть самому конфетку (в качестве поощрения за применение математических знаний). Учитель же в конце занятия может выдать детям эту «бонусную» конфетку.

Таблица для заполнения:

Таблица четности суммы и разности двух чисел

| | |
|-------------------------|-------------------------|
| $\text{Ч} + \text{Ч} =$ | $\text{Ч} + \text{Н} =$ |
| $\text{Н} + \text{Н} =$ | $\text{Н} + \text{Ч} =$ |
| $\text{Ч} - \text{Ч} =$ | $\text{Ч} - \text{Н} =$ |
| $\text{Н} - \text{Н} =$ | $\text{Н} - \text{Ч} =$ |

Сл. 18

После того, как группы заполнили «свои» ячейки таблицы, они озвучивают свои гипотезы, подкрепляя их одним примером. Результат заполнения таблицы проверяется по образцу:

Таблица четности суммы и разности двух чисел

| | |
|----------------------------------|----------------------------------|
| $\text{Ч} + \text{Ч} = \text{Ч}$ | $\text{Ч} + \text{Н} = \text{Н}$ |
| $\text{Н} + \text{Н} = \text{Ч}$ | $\text{Н} + \text{Ч} = \text{Н}$ |
| $\text{Ч} - \text{Ч} = \text{Ч}$ | $\text{Ч} - \text{Н} = \text{Н}$ |
| $\text{Н} - \text{Н} = \text{Ч}$ | $\text{Н} - \text{Ч} = \text{Н}$ |

Сл. 19

– Проанализируйте записи и сделайте вывод, о том, когда сумма двух чисел четная. (Когда складывается два четных или два нечетных числа.)

– Правильно! Кстати, когда числа оба четные или оба нечетные, то про них говорят, что это **числа одинаковой четности**. Какую гипотезу о сумме любых двух чисел одинаковой четности можно предложить, рассматривая заполненную вами таблицу? (Сумма любых двух чисел одинаковой четности — четна.)

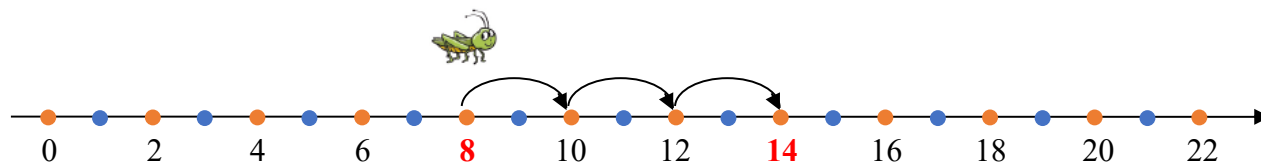
Сл. 20

– Вы наверняка уже знаете, что рассмотрения нескольких примеров недостаточно для того, чтобы проверить истинность утверждения для всех чисел. Попробуйте, используя прыжки кузнечика на 2 единицы вправо или влево по числовой оси, объяснить, почему сумма любых двух четных чисел четна.

▲ Учащиеся приводят свои версии обоснований. Учитель помогает им выйти на правильный вариант доказательства⁸. Приводим возможный вариант подводящего диалога.

Начало подводящего диалога.

– Пусть кузнечик Чет умеет прыгать на 2 единицы вправо или влево. Представим, что он сидит на четном числе a , к которому нужно прибавить четное число b , то есть кузнечик должен прыгнуть на b единиц вправо, где b — четное число. Сколько всего прыжков нужно сделать Чету? ($b : 2$ прыжков.) Изобразите прыжки Чета на числовом луче при $a = 8$ и $b = 6$.



– На каком числе — четном или нечетном — окажется кузнечик после 1 прыжка? После 2 прыжков? После $b : 2$ прыжков? Почему? (Всегда на четном числе, потому что изначально он

⁸ Существуют и другие способы доказательства, например, основанный на правиле деления суммы на число.

Занятие 12. Четность

находился на четном числе, прыгал по 2 единицы, а четные числа на числовом луче отличаются на 2.)

– Какой вывод можно сделать из этого о четности суммы любых двух четных чисел? (Она всегда четная.)

Конец подводящего диалога.

Сл. 21

– Попробуйте самостоятельно обосновать гипотезу о том, что сумма нечетного и четного чисел — нечетна. (Пусть кузнечик сидел на нечетном числе s , и ему нужно прибавить четное число s , то есть прыгнуть на s единиц вправо. Для этого ему нужно сделать $s : 2$ прыжков по 2 единицы, и так как нечетные числа на числовом луче отличаются через 2, он окажется на нечетном числе.)

Сл. 22

– Верно, молодцы! Похожим образом можно объяснить и другие свойства четности суммы двух чисел, однако к этому вы вернетесь позднее. Как вы думаете, можно ли похожим образом доказать правильность заполнения таблицы четности разности двух чисел? (Да.)

– Совершенно верно. Только прыгать кузнечик будет не направо, а налево.

– Сравните таблицы суммы и разности. Что заметили? (При изменении знака плюс на минус четность/нечетность результата не изменится.)

– Обратите внимание на левый столбец таблиц. Какие числа в нем складываются/вычитаются? (Одинаковой четности.)

– А в правом столбце? (Разной четности.)

Сл. 23

▲ Учитель демонстрирует на слайде таблицу, в которой отражен вывод об одинаковой и разной четности в столбцах.

Сл. 24

– Молодцы! Как назовем сегодняшнюю тему? (Например: чет и нечет, прыжки по числовому лучу, «в траве сидел кузнечик».)

Сл. 25

– В пособии тема названа «Четность». Откройте с. 58 и заполните пропуски.

Свойства четных и нечетных чисел

1. Чтобы определить четность числа, можно посмотреть на _____ цифру в его записи. Если она четная (0, 2, 4, 6, 8), то число _____, а если нечетная (1, 3, 5, 7, 9), то число _____.
2. Сумма и разность двух чисел четная, если _____ числа четные или _____ нечетные (то есть это числа _____ четности).
3. Сумма и разность двух чисел нечетная, если одно из них _____, а другое _____ (то есть это числа _____ четности).

Сл. 26

▲ Школьники заполняют пропуски и согласовывают вставки, проверяя работу по образцу на с. 106. Учитель демонстрирует образец на слайде:

Свойства четных и нечетных чисел

1. Чтобы определить четность числа, можно посмотреть на **последнюю** цифру в его записи. Если она четная (0, 2, 4, 6, 8), то число **четное**, а если нечетная (1, 3, 5, 7, 9), то число **нечетное**.
2. Сумма и разность двух чисел **четная**, если **оба** числа четные или **оба** нечетные (то есть это числа **одинаковой** четности).
3. Сумма и разность двух чисел **нечетная**, если одно из них **четное**, а другое **нечетное** (то есть это числа **разной** четности).

Сл. 27

– Все молодцы! Какую цель вы поставите на сегодняшнее занятие? (Например: научиться применять свойства четных и нечетных чисел при решении задач.)



2. Творческая мастерская (10 мин)

Сл. 28

Ученики распределяется по группам в соответствии с номером задачи. Учитель просит всех учеников особое внимание обратить на исполнение ролей **навигатора** и **мастера**; группам, решающим задачи № 1 и № 2, — на роль **разведчика** (для проведения анализа имеющейся в условии схемы-числового луча); другим группам — на роль **переводчика** (для самостоятельного построения схемы к задаче).



4. Сцена (25 мин)

Сл. 29

Во время решения школьниками задач учителю рекомендуется вывесить на доску бумажные заготовки или нарисовать чертеж для удобства представления решений задач № 1, № 2 про кузнечиков и числовой луч.

Сл. 30-42

1. Дорога домой (3 мин)

Кузнечик умеет прыгать вдоль числового луча на 2 ед. и 9 ед. вправо или влево. Его домик находится на расстоянии 10 ед. Нарисуй, как ему допрыгать до домика ровно за 6 прыжков.

Сл. 43-55

2. Три прыжка (5 мин)

Кузнечик Пятерка умеет прыгать на 5 ед. и 9 ед. вправо или влево. Нарисуй, как он может четырьмя прыжками допрыгать до леса, находящегося от него на расстоянии 8 ед. (*) Объясни, почему он не может допрыгать за три прыжка.

Сл. 56-58

3. Карандаши (6 мин)

У Ксюши есть 100 цветных карандашей. Докажи, что она не сможет разложить их по двум пеналам так, чтобы в одном пенале оказалось на 17 карандашей больше, чем в другом.

Сл. 59-60

4. Да здравствует сюрприз! (6 мин)

На Новый год сестрам Ане и Тане подарили два одинаковых мешочка с конфетами. Таня решила поделиться с младшей сестрой и отдала Ане из своего мешочка три конфеты. На сколько у Ани стало больше конфет, чем у Тани?

Сл. 61-64

5*. Два конструктора (6 мин)

У Пети есть два одинаковых набора конструктора. Однажды он смешал все детали этих наборов, а потом разделил их на две части. Докажи, что в одной части не могло оказаться на 3 детали больше, чем в другой.

После разбора решения задач № 3 и № 5* рекомендуется обсудить со школьниками новый способ доказательства невозможности некоторого события: сведение к тому, что некоторое нечетное число должно делиться на 2 (или наоборот).



4. Антракт (5 мин)

Сл. 65

– Каким числам посвящено сегодняшнее занятие? (Четным и нечетным.)

– Какие ранее изученные методы вам сегоднягодились при решении задач в «Театре»? (Использовать схемы, как в задачах на нахождение чисел по их сумме и разности.)

Сл. 66

– В некоторых задачах нужно было доказать, почему некоторая описанная в условии ситуация невозможна. Какие это задачи? (Задача № 3 «Карандаши» и задача № 5* «Два конструктора».)

– Правильно. Когда в условии описана некоторая невозможная ситуация, нужно пояснить, почему это невозможно, то есть, как говорят в математике, прийти к противоречию. А в чем было противоречие в разобранных задачах? (Получалось, что нечетное число должно было делиться на 2 без остатка; получалось нецелое число предметов (карандашей, деталей).)

Сл. 67



5. Выход на бис (10 мин)

Сл. 68

Сл. 69

Учащиеся выбирают для работы 1–2 задания по желанию, выполняют их и проверяют решение по подробному образцу на с. 135 пособия. При выборе 2 заданий желательно дать рекомендацию выбрать одно из заданий с готовой схемой (задания № 1т, № 2т), и одно из последующих заданий, в которых схему нужно изобразить самостоятельно, обратив внимание, что это даст возможность продемонстрировать освоение большего числа ролей.

Сл. 70



6. Зеркало (5 мин)

Учитель организует рефлексию работы учащихся на занятии.

- Какую цель вы сегодня ставили на занятии?
- Достигли ли вы этой цели?

Сл. 71

- Какие роли помогли вам лучше понять решение задач?
- Отметьте эти роли знаками «+» на ленточке ролей и вклейте в раздел «Выводы».
- В какой позиции вы работали с ролями мыслителей при разборе задач: с позиции автора или понимающего? Отметьте в пособии буквами **А** и **П**.

Сл. 72

- Какие задачи показались наиболее сложными. Как вы думаете, в чем заключается их сложность?
- Какие схемы к задачам и способы решения задач показались самыми красивыми?
- Какие личные победы в решении задач вы сегодня одержали? Кто хочет о них рассказать?
- Какой совет себе самому вы хотите дать? Запишите в разделе «Выводы».
- С каким настроением вы сегодня решали задачи? Нарисуйте свое отражение в зеркале. До новых встреч в Математическом театре!

Сл. 73

Разбор ключевой задачи с помощью метода ролей

| | | | | | | | | | | |
|--|------------------------------------|---|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
| Задача. Заполните таблицы четности суммы и разности любых двух натуральных чисел. | | <table><tr><td>$\text{Ч} + \text{Ч} =$</td><td>$\text{Ч} + \text{Н} =$</td></tr><tr><td>$\text{Н} + \text{Н} =$</td><td>$\text{Н} + \text{Ч} =$</td></tr><tr><td>$\text{Ч} - \text{Ч} =$</td><td>$\text{Ч} - \text{Н} =$</td></tr><tr><td>$\text{Н} - \text{Н} =$</td><td>$\text{Н} - \text{Ч} =$</td></tr></table> | $\text{Ч} + \text{Ч} =$ | $\text{Ч} + \text{Н} =$ | $\text{Н} + \text{Н} =$ | $\text{Н} + \text{Ч} =$ | $\text{Ч} - \text{Ч} =$ | $\text{Ч} - \text{Н} =$ | $\text{Н} - \text{Н} =$ | $\text{Н} - \text{Ч} =$ |
| $\text{Ч} + \text{Ч} =$ | $\text{Ч} + \text{Н} =$ | | | | | | | | | |
| $\text{Н} + \text{Н} =$ | $\text{Н} + \text{Ч} =$ | | | | | | | | | |
| $\text{Ч} - \text{Ч} =$ | $\text{Ч} - \text{Н} =$ | | | | | | | | | |
| $\text{Н} - \text{Н} =$ | $\text{Н} - \text{Ч} =$ | | | | | | | | | |
| Роль | Ключи | Исполнение роли учителем и учениками | | | | | | | | |
| <div>ФОТОГРАФ</div> <div></div> | КАРТИНКА | <p><i>Варианты детей, например:</i></p> <p>Я хочу узнать способ определять, какую четность будет иметь сумма и разность любых двух чисел. Для этого мне нужно заполнить таблицы с разными вариантами четности каждого числа.</p> | | | | | | | | |
| | УСЛОВИЕ, ВОПРОС (ТРЕБОВАНИЕ) | <p>Условие: частично заполненные таблицы четности суммы и разности двух чисел.</p> <p>Требование: заполнить таблицы, чтобы это было верно для любых чисел.</p> | | | | | | | | |

| | | | | | | | | | | |
|-----------------------------------|----------------------------------|---|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|
| <div>РАЗВЕДЧИК</div> <div></div> | ВЗАИМОСВЯЗИ | <div>1) В названии таблицы идет речь о четности. Значит, буквами Ч обозначены четные числа, а буквами Н — нечетные числа.</div> <div>2) Конкретные числа не даны, значит, указанные правила должны выполняться для любых чисел данной четности.</div> <div>3) В каждой таблице 4 ячейки, по числу возможных вариантов четности пары чисел.</div> | | | | | | | | |
| | ИДЕИ, ПРЕДПОЛОЖЕНИЯ | Так как данные свойства должны выполняться для любых чисел, то можно вывести гипотезу на конкретных числах. | | | | | | | | |
| <div>ПЕРЕВОДЧИК</div> <div></div> | МОДЕЛЬ (известная или своя) | Модель (таблица) уже дана в условии задания. | | | | | | | | |
| <div>НАВИГАТОР</div> <div></div> | ПРАВИЛА, СВОЙСТВА, ПОДХОД | <div>1) Вывести гипотезу можно, подобрав несколько пар чисел.</div> <div>2) Определять четность или нечетность слагаемых и суммы можно по последней цифре чисел.</div> | | | | | | | | |
| | ПЛАН РЕШЕНИЯ | <div>1. Выбрать одну из ячеек таблицы.</div> <div>2. Подобрать 3–4 примера пар чисел указанной в ячейках четности.</div> <div>3. Выполняя примеры, сравнить четность результатов. Если она совпадает, то сформулировать гипотезу и дополнить ячейку таблицы буквой Ч или Н в правой части равенства. Если четность не совпадает, проверить вычисления.</div> <div>4. Продолжить выполнение пунктов 1–3 для каждой из оставшихся ячеек таблицы.</div> | | | | | | | | |
| <div>МАСТЕР</div> <div></div> | РЕШЕНИЕ, ОФОРМЛЕНИЕ | <table><tr><td>$\text{Ч} + \text{Ч} = \text{Ч}$</td><td>$\text{Ч} + \text{Н} = \text{Н}$</td></tr><tr><td>$\text{Н} + \text{Н} = \text{Ч}$</td><td>$\text{Н} + \text{Ч} = \text{Н}$</td></tr><tr><td>$\text{Ч} - \text{Ч} = \text{Ч}$</td><td>$\text{Ч} - \text{Н} = \text{Н}$</td></tr><tr><td>$\text{Н} - \text{Н} = \text{Ч}$</td><td>$\text{Н} - \text{Ч} = \text{Н}$</td></tr></table> | $\text{Ч} + \text{Ч} = \text{Ч}$ | $\text{Ч} + \text{Н} = \text{Н}$ | $\text{Н} + \text{Н} = \text{Ч}$ | $\text{Н} + \text{Ч} = \text{Н}$ | $\text{Ч} - \text{Ч} = \text{Ч}$ | $\text{Ч} - \text{Н} = \text{Н}$ | $\text{Н} - \text{Н} = \text{Ч}$ | $\text{Н} - \text{Ч} = \text{Н}$ |
| $\text{Ч} + \text{Ч} = \text{Ч}$ | $\text{Ч} + \text{Н} = \text{Н}$ | | | | | | | | | |
| $\text{Н} + \text{Н} = \text{Ч}$ | $\text{Н} + \text{Ч} = \text{Н}$ | | | | | | | | | |
| $\text{Ч} - \text{Ч} = \text{Ч}$ | $\text{Ч} - \text{Н} = \text{Н}$ | | | | | | | | | |
| $\text{Н} - \text{Н} = \text{Ч}$ | $\text{Н} - \text{Ч} = \text{Н}$ | | | | | | | | | |
| <div>Эксперт</div> <div></div> | ПРОВЕРКА РЕШЕНИЯ И ОТВЕТ | Для проверки можно подставить конкретные пары чисел в каждую из левых частей равенств в ячейках. Если четность результата не совпадает с той, которая указана в правой части равенства, то нужно еще раз проверить правильность вычислений, позволивших заполнить эту ячейку. | | | | | | | | |
| | ВЫВОДЫ | <div>Возможные вопросы</div> <div>– Какие выводы вы сделали при решении задачи-ключ?</div> <div>(Выдвинуть гипотезу о неизвестных числах можно, подставляя конкретные числа.)</div> <div>– Можно ли, проверив несколько примеров, точно сделать вывод о том, что некоторое правило работает для любых чисел? (Нет.)</div> <div>– Что нужно сделать, чтобы подтвердить гипотезу? (Привести доказательство, того, что правило верно для любых чисел.)</div> | | | | | | | | |