

ЗАНЯТИЕ 11. УРАВНИВАНИЕ

Учебное содержание

Предметные цели

1. Сформировать представления о методе уравнивания¹ и возможностях его использования при решении задач с опорой на вспомогательные схемы.
2. Сформировать представления о необходимости нахождения всех вариантов ответа, либо доказательства единственности ответа.
3. Расширить область применения метода «анализа с конца» при решении числовых задач.

Задача-ключ

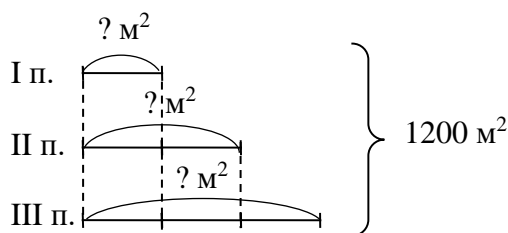


У фермера есть три кукурузных поля общей площадью в 1200 м^2 . При этом площадь первого поля в 2 раза меньше, чем площадь второго поля и в 3 раза меньше, чем площадь третьего поля. Найди площади каждого из этих полей.

Решение

Составим схему к задаче, приняв за единичный отрезок площадь первого поля.

1 часть — площадь I поля.

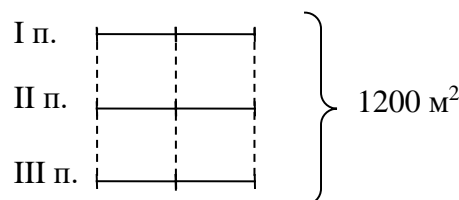
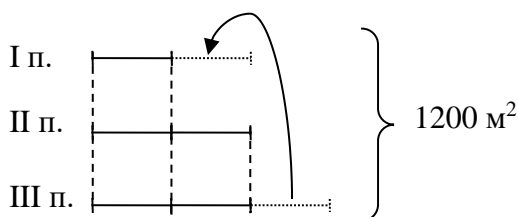


1-й способ («части»)

- 1) $1 + 2 + 3 = 6$ (частей) — всего
- 2) $1200 : 6 = 200 \text{ (м}^2\text{)}$ — составляет 1 часть, или площадь I поля
- 3) $200 \cdot 2 = 400 \text{ (м}^2\text{)}$ — площадь II поля
- 4) $200 \cdot 3 = 600 \text{ (м}^2\text{)}$ — площадь III поля

2-й способ («уравнивание»)

Воспользуемся приемом «уравнивания»:



- 1) $1200 : 3 = 400 \text{ (м}^2\text{)}$ — площадь II поля
- 2) $400 : 2 = 200 \text{ (м}^2\text{)}$ — площадь I поля
- 3) $200 \cdot 3 = 600 \text{ (м}^2\text{)}$ — площадь III поля

Ответ: 200 м^2 , 400 м^2 , 600 м^2 .

¹ «Уравнивать» — значит, сделать так, чтобы известная сумма поровну делилась на какое-то число равных частей.

Советы по построению схем к задачам на сравнение

1. Если в задаче есть несколько связанных неизвестных величин, то надо начать рисовать схему с **одной из них**, а остальные изображать в сравнении с уже нарисованными.
2. Часто бывает удобно начинать с самой **маленькой** неизвестной величины.

Вопросы для построения подводящего диалога

1. О каких величинах идет речь в задаче?
2. Как они связаны между собой?
3. Какая из величин самая маленькая? Как можно ее изобразить на схеме?
4. Как другие величины с ней связаны? Как можно изобразить их?

Как проверить

Найденные значения можно подставить в условие задачи.

Основные задания

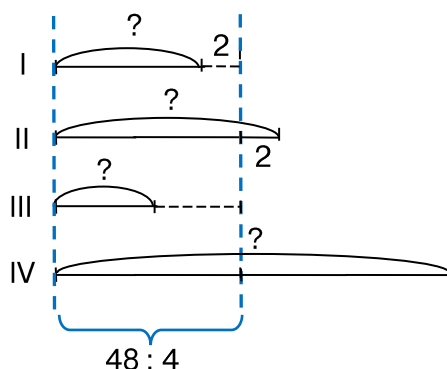
1. Опять двойка

На доске были написаны 4 числа. После того, как к первому числу прибавили 2, от второго отняли 2, третье умножили на 2, а четвертое разделили на 2, все числа на доске стали равными. Какие числа были написаны на доске изначально, если сумма получившихся чисел равна 48?

Подсказка

Подумай про задачу «с конца»: можно ли найти равные числа, которые получились на доске?

Решение



- 1) $48 : 4 = 12$ — новые числа
- 2) $12 - 2 = 10$ — I число
- 3) $12 + 2 = 14$ — II число
- 4) $12 : 2 = 6$ — III число
- 5) $12 \cdot 2 = 24$ — IV число

Ответ: 10, 14, 6, 24.

2. Удачная неделя

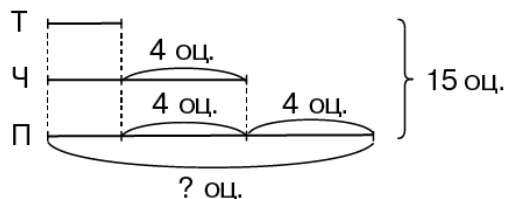
Толя за неделю получил 15 отметок. Четверок он получил на 4 больше, чем троек, и на 4 меньше, чем пятерок. Других отметок не было. Сколько пятерок у Толи за эту неделю?

Подсказка

Изобрази на схеме, сколько у Толи было троек, четверок, пятерок. Уравний количество всех отметок.

Решение

1-й способ



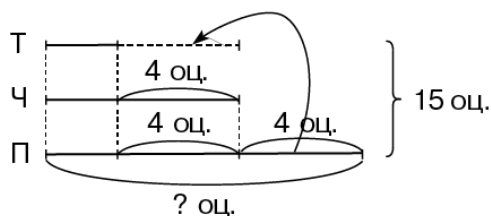
1) $15 - (4 + (4 + 4)) = 3$ (оц.) — уравнивание (утроенное количество троек)

2) $3 : 3 = 1$ (оц.) — количество троек

3) $1 + (4 + 4) = 9$ (оц.)

2-й способ

Если взять 4 «лишних» пятерки и добавить их к тройкам, то всех оценок станет поровну (столько, сколько было четверок).



1) $15 : 3 = 5$ (оц.) — количество четверок

2) $5 + 4 = 9$ (оц.)

Как проверить

Найти количества других отметок и проверить, что они в сумме составляют 15.

Ответ: 9 пятерок.

3. Семейное древо

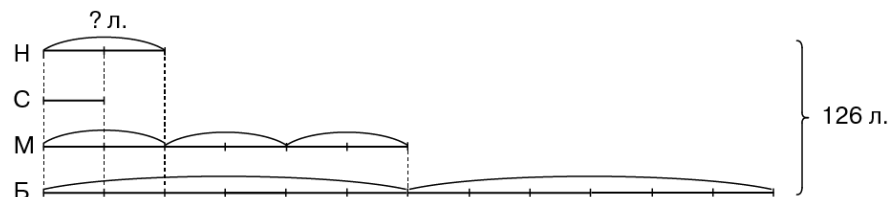
Настя рассказывает: «Моя сестра вдвое младше меня, моя мама втрое старше меня, а бабушка вдвое старше мамы. Всем вместе нам 126 лет!» Сколько лет Насте?

Подсказка

Обозначь на схеме самым маленьким отрезком (длиной 1 см) возраст сестры.

Решение

Возьмем возраст сестры за 1 часть.



1) $1 + 2 + 6 + 12 = 21$ (часть) — всего

2) $126 : 21 = 6$ (лет) — сестре

3) $6 \cdot 2 = 12$ (лет)

Как проверить

Найти возрасты всех персонажей и проверить, что в сумме получается 126 лет.

Ответ: 12 лет.

Замечание

Если школьники испытывают затруднения с подсчетом количества частей на рисунке, можно дополнить схему: например, под отрезком, соответствующим возрасту мамы, можно написать $2 \cdot 3 = 6$ ч. Такие вычисления помогут не ошибиться при составлении первого действия.

4*. Книжный счет

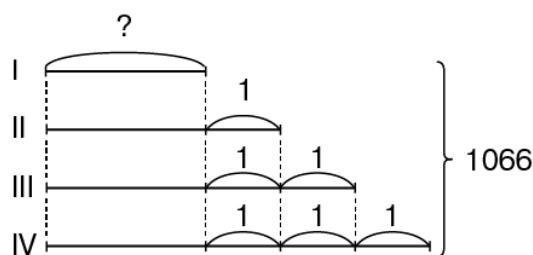
Третьеклассник Андрей, упражняясь в счете, сложил все номера страниц на двух идущих подряд листах книги и в сумме получил 1066. С какой страницы он начал счет?

Подсказка

Обозначь на схеме самым маленьким отрезком (длиной 1 см) номер первой страницы. Найди сумму номеров страниц на двух листах.

Решение

Два листа — это четыре страницы с идущими по порядку номерами. Номер второй страницы на 1 больше номера первой, номер третьей — на 2 больше, номер четвертой — на 3 больше. Чтобы уравнять номера страниц, нужно из суммы номеров страниц вычесть $1 + 2 + 3$.



1) $1066 - (1 + 2 + 3) = 1060$ — уравнивание (учетверенный номер первой страницы)

2) $1060 : 4 = 265$

Как проверить

Найти номера всех страниц и сложить.

Ответ: со стр. 265.

Замечание

Этот ответ можно получить и по-другому, например, разделив 1066 на 4, и дальше находя ответ методом подбора. Но при этом способе решения (который зачастую выбирают школьники) нужно доказывать, почему нет других вариантов, что достаточно сложно.

Тренировочные задания

1т. Уравниловка

На доске были написаны числа 96, 28, 6, 20. Каждое из них умножили, разделили, увеличили или уменьшили на одно и то же число. В итоге все числа стали равными. А какими?

Решение

96 и 6 — наибольшее и наименьшее числа, значит, они получены умножением и делением, а 28 и 20 — сложением и вычитанием.

1) $(28 - 20) : 2 = 4$ — на столько изменились числа

2) $20 + 4 = 24$

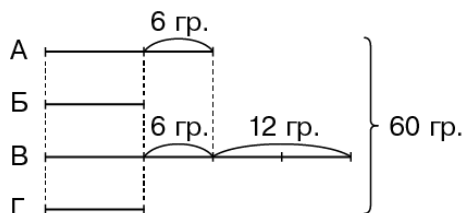
Ответ: 24.

2т. По грибы

Аня, Боря, Вера и Гена ходили в лес за грибами. Боря и Гена нашли поровну грибов, причем на 6 меньше, чем нашла Аня. Вера нашла на 12 грибов больше, чем Аня. Сколько грибов собрал Боря, если всего они принесли домой 60 грибов?

Решение

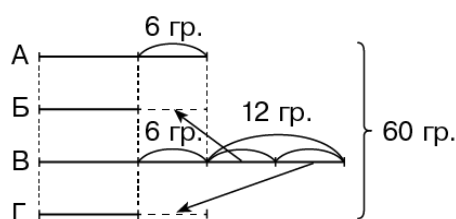
1-й способ



1) $60 - (6 + (6 + 12)) = 36$ (гр.) — уравнивание

2) $36 : 4 = 9$ (гр.)

2-й способ



Если раздать «лишние» 12 Вериных грибов поровну Боре и Гене, то у всех окажется одинаковое число грибов (столько, сколько нашла Аня).

1) $60 : 4 = 15$ (гр.) — у Ани

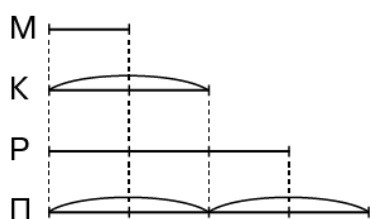
2) $15 - 6 = 9$ (гр.)

Ответ: 9 грибов.

3т. Покупатель

Алиса пошла в магазин, чтобы купить пазл, и взяла ровно столько денег, сколько нужно. В магазине она увидела кубик Рубика, который был вдвое дешевле пазла, мяч, который был вдвое дешевле кубика, и ручку втрое дороже мяча. Сможет ли Маша купить на эти деньги кубик, мяч и ручку?

Решение



Стоимость мяча — 1 часть.

1) $1 + 2 + 3 = 6$ (ч.) — стоимость покупки

2) $2 \cdot 2 = 4$ (ч.) — стоимость пазла

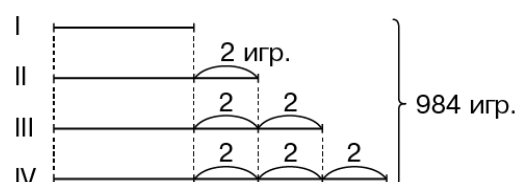
3) $4 < 6 \Rightarrow$ Алисе не хватит денег.

Ответ: нет.

4т*. Мешок игрушек

У Деда Мороза в кладовой в ряд стоят четыре мешка игрушек. В каждом мешке на 2 игрушки меньше, чем в мешке, стоящем справа от него. Всего в мешках 984 игрушки. Сколько игрушек в самом правом мешке?

Решение



1) $984 - (2 + 2 \cdot 2 + 2 \cdot 3) = 972$ (игр.) — уравнивание

2) $972 : 4 = 243$ (игр.) — в I мешке

3) $243 + 2 \cdot 3 = 249$ (игр.)

Ответ: 249 игрушек.

Дополнительные задания

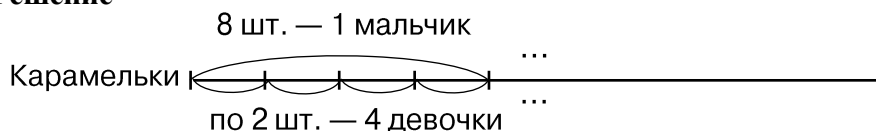
5. Шило на мыло

На праздничном столе лежали конфеты: 100 карамелек и 100 ирисок. Двадцать детей по очереди подходили к столу и меняли конфеты так: мальчик забирал 8 карамелек, но взамен клал на стол 2 ириски, а девочка забирала 6 ирисок, но взамен клала на стол 2 карамельки. После того как все дети подошли по одному разу, на столе снова оказалось 100 карамелек. А сколько ирисок?

Подсказка

Число карамелек в итоге не изменилось. Сделай вывод о соотношении между числом мальчиков и числом девочек.

Решение



Чтобы число карамелек в конце было равно числу карамелек в начале, нужно, чтобы на каждого мальчика (забравшего 8 карамелек) приходилось 4 девочки (добавивших $2 \cdot 4 = 8$ карамелек).

- 1) $8 : 2 = 4$ (раз) — девочек больше, чем мальчиков
- 2) 1 часть детей — мальчики, 4 части детей — девочки, $1 + 4 = 5$ (частей) — все дети.
- 3) $20 : 5 = 4$ (ч.) — мальчики
- 4) $20 - 4 = 16$ (ч.) — девочки
- 5) $2 \cdot 4 = 8$ (ир.) — добавили мальчики
- 6) $6 \cdot 16 = 96$ (ир.) — забрали девочки
- 7) $100 + 8 - 96 = 12$ (конф.)

Ответ: 12 штук.

Сценарий занятия

Метапредметные цели

- П** 1. Уточнить шаги построения плана решения (роль навигатора).
- 2. Тренировать умение использовать метод ролей при решении математических задач (роли фотографа, разведчика, переводчика, мастера).
- Р** 3. Закрепить умение составлять план решения задачи, действовать по плану, соотносить полученный результат с требованием задачи.

Опорные знания

1. Единицы измерения длины и площади.
2. Взаимосвязь целого и частей, разностное и кратное сравнение чисел¹.



3. Понятия «лист» и «страница».

¹ Рекомендуется повторить разностное и кратное сравнение чисел на уроке математики, предшествующем данному занятию, используя приведенный в сценарии эталон.

Материалы и оборудование

- На класс:**
- презентация;
 - эталоны «Как составить план»¹, «Правила работы в группе»², «Учимся задавать вопросы»³, «Я — актер, я — зритель»⁴;
 - схемы на сравнение.
- У ученика:**
- учебное пособие на печатной основе «Математический театр, 3 класс»⁵;
 - лента ролей и значки ролей;
 - черновик, тетрадь, планшетка.

Методическая справка

На данном занятии дети продолжают тренироваться в исполнении ролей *фотографа, разведчика, переводчика*, которые они отрабатывали на предыдущих занятиях. При этом акцент делается на роли **переводчика**, так как ключевое значение для поиска решения большинства задач этого занятия является составление удобной схемы.

Новым шагом для учащихся является уточнение роли **навигатора**. Роль *навигатора* очень важна при решении сложных, многоходовых задач, однако овладеть ею непросто. В олимпиадных задачах, как правило, план не удастся составить сразу, его придется менять по ходу решения задачи. Поэтому для обучения роли навигатора рекомендуется брать более простые задачи, связанные с содержанием уроков математики. Это позволит детям составить **конкретный** план решения с опорой на теоретические основания, которые положены в его основу (правила, определения, свойства, и т.д.).

Содержание данного занятия удобно для обучения роли навигатора, так как решение задач на уравнивание опирается на хорошо знакомые детям правила взаимосвязи между частью и целым, разностного сравнения чисел. Работа по освоению роли начинается с актуализации алгоритма составления плана, который учащиеся применяют при разборе задачи-ключ.

В дальнейшем роль навигатора будет усложняться, дети будут учиться предлагать вначале общий подход (или несколько возможных подходов) к решению задачи, а затем вырабатывать конкретный план решения процессе применения общих подходов.

Ход занятия

1	2	3	4	5	6
Математическое фойе	Творческая мастерская	Сцена	Антракт	Выход на бис	Зеркало
25 мин	10 мин	25 мин	5 мин	10 мин	5 мин

¹ Мир деятельности. Методические рекомендации к надпредметному курсу. 3 класс / Под ред. Л.Г. Петерсон. — М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2018. с. 104–116.

² Там же, 1 класс, с. 116–124.

³ Данное пособие, 4_Игра 1 «Мастера математики».

⁴ Данное пособие, 3_Занятие 3 «Круглые задачи».

⁵ Петерсон Л.Г. Математический театр: учебное пособие по олимпиадной математике для 3 класса. — Л.Г. Петерсон, О.Н. Агаханова. — М.: Институт СДП, 2021.

С-1
С-2
С-3



1. Математическое фойе (25 мин)

– Ребята, о ком в известной сказке говорится, что он «... ростом только в три вершка, на спине с двумя горбами да с аршинными ушами...»? (Про Конька-горбунка.)

С-4

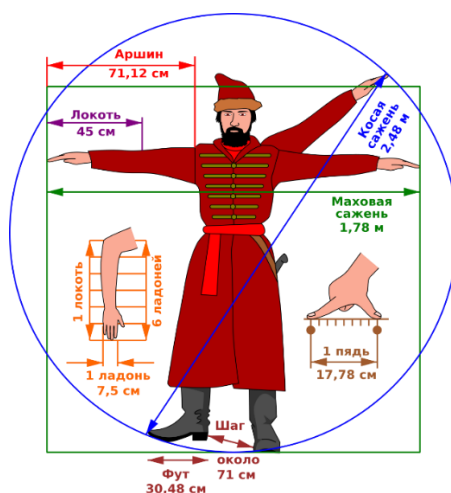
– Правильно. Что означают слова вершок и аршин? (Старинные единицы измерения длины.)

– Какие современные единицы измерения длины вы знаете? (Ответы детей.)

– А знаете ли вы, какие меры длины использовали на Руси в древности, до того, как появилась привычная нам *метрическая* система? (Ответы детей.)

С-5

– В древности использовались те измерительные приборы, которые связаны с человеком: длина его вытянутой руки, локтя, сустава пальца, размах рук и др. Найдите на рисунке названия этих единиц. (Маховая сажень, пядь, ладонь и др.)



Источник изображения: «Википедия»

С-6

– Иногда при измерении одной величины приходилось использовать разные мерки, поэтому потребовалось установить соотношение между ними. Сколько примерно пядей в одном аршине? (1 аршин = 4 пяди.)

С-7

– Сколько примерно аршинов в одной сажени? (1 сажень — примерно 3 аршина.)

1 аршин — примерно 4 пяди
1 сажень — примерно 3 аршина

С-8

– А что же было делать крестьянам, когда попадались составные величины? Например, как узнать, сколько аршин составляют 3 сажени 2 аршина? Ведь умножать крестьяне не умели. (Можно нарисовать чертёж.)

– Какую мерку лучше принять за единичный отрезок: аршин или сажень? Почему? (Лучше взять меньшую мерку — аршин.)

– Отлично, изобразите «по-крестьянски» 3 сажени 2 аршина.

С-9

▲ Учащиеся пытаются сделать чертёж у себя в черновиках, а один ученик работает у доски.



$$3 \text{ с } 2 \text{ а} = 11 \text{ а}$$

– Сколько всего аршин в 3 сажених и 2 аршинах? (11 аршин.)

– Как вы это узнали? (Посчитали — всего на схеме 11 единичных отрезков.)

© НОУ ДПО «Институт системно-деятельностной педагогики», www.sch2000.ru

Занятие 11. Уравнивание

– Другими словами, наше «целое» — 3 с 2 а — разбилось на 11 *равных частей*. Ребята, а как вы думаете, почему сейчас не используются такие удобные мерки, которые у человека всегда при себе? (Ответы детей.)

С–10

– Верно, все мы разные! Приложите свой локоть к локтю соседа по парте.

▲ Для наглядности, учитель может сравнить свой локоть с локтем кого-то из учеников.

– «Локти», «пяди», «сажени» у всех разные, поэтому и результаты измерения будут разные. Из-за этого и потребовался переход к общим для всех меркам — метрам, сантиметрам, километрам. Но зато схемы, которые вы строили, пригодятся сегодня для решения задач. Скажите, по какому принципу (каким образом) вы выбрали для схемы единичный отрезок? (Взяли меньшую мерку.)

С–11

Единичный отрезок — меньшая мерка (часть)

– В задачах за единичный отрезок (мерку) можно принять любую величину или количество — 7 см, 5 лет, 9 мячей. Важно лишь, чтобы через эту мерку удобно было выразить все остальные величины в условии задачи. И тогда схема поможет вам найти решение. Хотите попробовать? (Ответы детей.)

– Тогда попробуйте сами решить задачу. Ответ, который вы получите, покажите на планшете.

С–12

Задача-ключ

У фермера есть три кукурузных поля общей площадью в 1200 м^2 . При этом площадь первого поля в 2 раза меньше, чем площадь второго поля и в 3 раза меньше, чем площадь третьего поля. Найдите площади каждого из этих полей.

▲ Через 2 мин учитель просит учеников поднять планшеты и выписывает на доску различные варианты полученных ответов.

С–13

– Видим, что получились разные варианты ответа. Давайте разберем задачу по ролям.

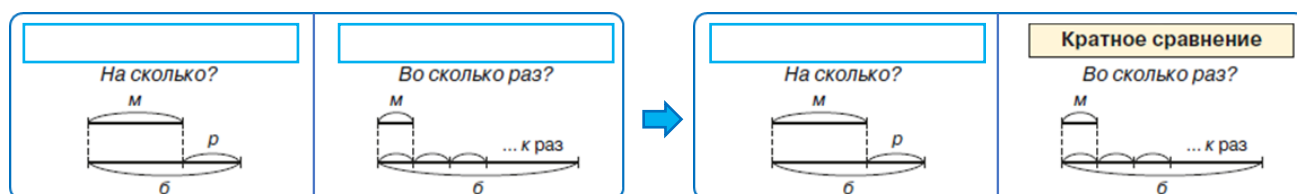
С–14

С–15

▲ Учащиеся исполняют роли **фотографа** и **разведчика** самостоятельно, выступают по желанию. Учитель при необходимости задает подводящие вопросы. Варианты исполнения этих ролей приведены на с. 15 сценария.

С–16

– Итак, разведчик доложил о том, что задача напоминает задачи на кратное сравнение. Это важная информация для **переводчика**. Вспомним схемы к задачам на сравнение — выберите подходящую.



С–17

▲ Вначале названия схем закрыты листами. Ученики выбирают нужную схему и обосновывают свой выбор, учитель снимает лист с названия «Кратное сравнение».

– Поднимите руку те, кто во время самостоятельного решения задачи-ключ попробовал составить схему. С чего вы начали рисовать схему? (С выбора единичного отрезка.)

▲ Учитель просит выйти к доске ученика, предложившего начать схему с введения единичного отрезка, и предлагает ему сыграть роль **переводчика**.

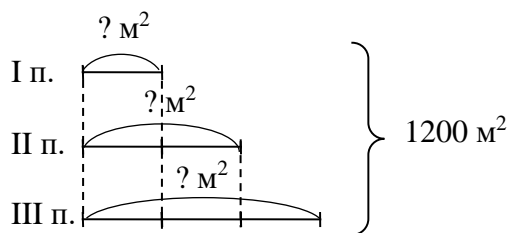
– Какую величину удобно изобразить на схеме единичным отрезком, и почему? (Площадь первого поля, потому что она самая маленькая из трех полей.)

Занятие 11. Уравнивание

- Примем его за одну часть. Тогда сколько частей содержит 2-е поле, 3-е поле?
- Что еще нужно указать на модели задачи?

С-18

1 часть — площадь I поля.



– Ребята, соответствует ли схема условию задачи? Докажите. (Да, соответствует. Единичный отрезок обозначает площадь 1-го поля — это одна часть. Тогда, площадь 2-го поля составят две таких части, а 3-го — три части. Скобкой показываем, что общая площадь трех полей равна 1200 м^2 . Надо найти площадь каждого поля — ставим знаки вопроса.)

– Итак, схема составлена и проверена на соответствие всем условиям задачи, выделенным фотографом. Теперь на сцену выходит навигатор. Вспомните, в чем состоит его роль. (Ему надо оставить план решения задачи.)

С-19

– Давайте вспомним шаги составления плана. Перечислите их по эталону. (Надо сначала выбрать ключи — каким способом решать задачу, затем продумать шаги решения, а потом их зафиксировать.)

С-20

– Рассмотрите внимательно схему — какой способ решения она подсказывает? (Площадь каждого поля можно выразить в частях. Если узнать, сколько квадратных метров составляет 1 часть, то можно найти и площадь каждого поля.)



– Действуя в парах, составьте по схеме свои планы решения этой задачи.

▲ Учащиеся в парах составляют план в течение 1 мин, а затем демонстрируют его на своих планшетах. Учитель предлагает одному из учеников зачитать свой вариант. Согласованный в классе вариант плана фиксируется на доске, например:

С-21

План решения задачи

1. Найти, сколько всего частей составляют 1200 м^2 .
2. Найти площадь одной части.
3. Найти площадь каждого поля.

– План составлен. Выполните план и завершите решение задачи.

С-22

▲ Учащиеся записывают свои решения в тетрадях, после чего проверяют ход своего решения по варианту записи, представленному учителем, например:

- 1) $1 + 2 + 3 = 6$ (частей) — всего
- 2) $1200 : 6 = 200 \text{ (м}^2\text{)}$ — составляет 1 часть, или площадь I поля
- 3) $200 \cdot 2 = 400 \text{ (м}^2\text{)}$ — площадь II поля
- 4) $200 \cdot 3 = 600 \text{ (м}^2\text{)}$ — площадь III поля

Ответ: 200 м^2 , 400 м^2 , 600 м^2 .

С-23

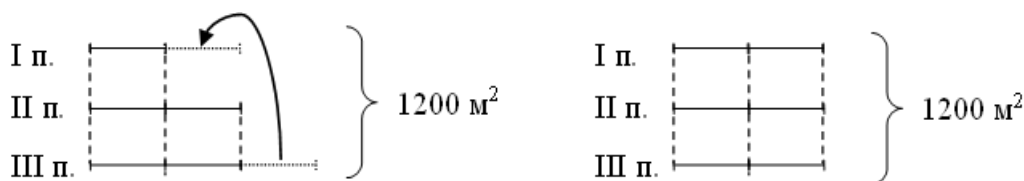
– Молодцы, решили такую сложную задачу! Но есть более простой способ решения, он называется «уравниванием». Как вы думаете, что можно уравнивать на схеме? (Можно уравнивать площади всех трех полей.)

Занятие 11. Уравнивание

– Как это сделать? (Ответы детей.)

– Например, перенесем один единичный отрезок от третьего числа к первому. Получим:

С–24
С–25



– Теперь площади всех трех полей равны — они состоят из двух равных частей. Что мы сразу можем найти? (Площадь II поля.)

– План решения задачи сразу меняется! Какой тогда 1-й шаг?

▲ Дети предлагают свои варианты и под руководством учителя составляют 1-й шаг плана, который фиксируется на доске: перерисовать схему так, чтобы все числа на схеме стали равны.

– Я предлагаю вам теперь в группах сыграть роли **навигатора** и **мастера** для решения задачи методом «уравнивания». Что делает **навигатор**? (...) Что делает **мастер**? (...)

▲ Учащиеся в группах в течение 2–3 мин завершают составление плана и записывают свои решения в тетрадях. После этого они проверяют себя по вариантам плана и решения, представленным учителем, например:

С–26

План решения задачи («уравнивание»)

1. Перерисовать схему так, чтобы все числа на схеме стали равны.
2. Разделить сумму всех чисел на их количество (так можно найти площадь второго поля).
3. Вычислить площадь первого поля.
4. Вычислить площадь третьего поля.

С–27

- 1) $1200 : 3 = 400 \text{ (м}^2\text{)}$ — составляет два отрезка (или площадь второго поля)
- 2) $400 : 2 = 200 \text{ (м}^2\text{)}$ — площадь первого поля
- 3) $200 \cdot 3 = 600 \text{ (м}^2\text{)}$ — площадь третьего поля

Ответ: 200 м^2 , 400 м^2 , 600 м^2 .

С–28

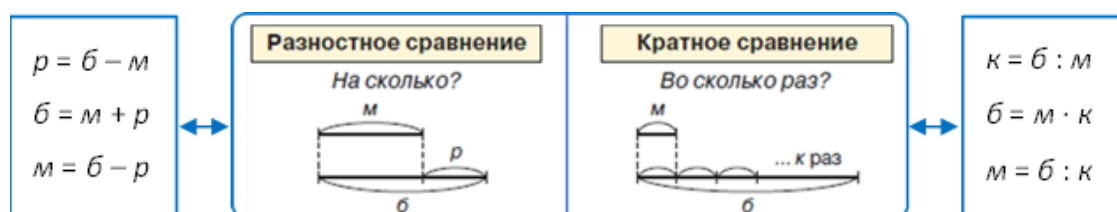
– Итак, задача решена, теперь наступает очередь **эксперта**. Как проверить, что решение верно? (Проверить, что все условия задачи выполняются: 400 больше 200 в 2 раза, 600 больше 200 в 3 раза, а их сумма $200 + 400 + 600 = 1200 \text{ м}^2$.)

– Вы увидели, как помогла схема? Скажем спасибо за это **переводчику**!

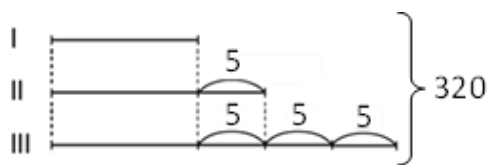
С–29

– Однако сравнение может быть не только кратное, а какое еще — помните? (Разностное.)

▲ Учитель снимает чистый лист с названия эталона. Если повторить способы решения задач этого типа заранее не удалось, то можно коротко проговорить их с детьми.



- С-30** – Схема разностного сравнения тоже может пригодиться при решении задач на уравнивание. Посмотрите на следующую схему — чему равно I число? (100.)



- С-31** – Как нашли? (Если отбросить $5 \cdot 4 = 20$ из общей суммы 320, то получим утроенное I число, $320 - 20 = 300$, $300 : 3 = 100$.)
- Верно! То есть мы взяли за мерку (часть) меньшую разность и сделали так, чтобы сумма 300 поровну делилась на 3. А теперь предложите свое название для сегодняшнего занятия. (Например: единичный отрезок, уравнивание.)
- С-32** – Интересные названия! В нашем пособии оно названо «Уравнивание» — именно этот способ новый для вас. Как вы поняли, в чем состоит прием «уравнивания»? (Сделать так, чтобы известная сумма поровну делилась на какое-то число частей.)
- С-33** – На с. 54 напишите, какие советы по построению схем к таким задачам вы можете дать.
- С-34**

Советы по построению схем к задачам на сравнение

1. Если в задаче есть несколько связанных неизвестных величин, то надо начать рисовать схему с _____, а остальные изображать в сравнении с уже нарисованными.
2. Часто бывает удобно начинать с самой _____ неизвестной величины.

- С-35** ▲ Дети заполняют пропуски и согласовывают вставки с учетом варианта на с. 106. Учитель демонстрирует итоговый вариант:

Советы по построению схем к задачам на сравнение

1. Если в задаче есть несколько связанных неизвестных величин, то надо начать рисовать схему с **одной из них**, а остальные изображать в сравнении с уже нарисованными.
2. Часто бывает удобно начинать с самой **маленькой** неизвестной величины.

- С-36** – Все молодцы! Поставьте перед собой цель занятия. (Например: придумать новые способы решения задач на уравнивание.)



2. Творческая мастерская (10 мин)

- С-37** Учитель распределяет задачи по группам. Школьники, работая в группах, пробуют решить свою задачу. При желании в ходе решения они могут использовать метод ролей. Учитель просит обратить особое внимание на исполнение ролей **переводчика** и **навигатора**.
- С-38**

Разыгрывание этих ролей полезно продемонстрировать у доски при разборе решения задачи. **Переводчик** готовит понятную и достаточно крупную по размеру схему задачи, а **навигатор** — план, в котором описан способ решения задачи.

- ▲ Перед началом работы учитель проводит краткий инструктаж групп.
- Представлять решение на сцене будет 2 ученика: один будет показывать этапы построения модели задачи, разыгрывая роли **фотографа**, **разведчика** и **переводчика**, а второй — шаги плана, решение и проверку задачи, то есть сыграет роли **навигатора**, **мастера** и **эксперта**.

С–39

3. Сцена (25 мин)

Учащиеся представляют решения своих задач в соответствии с инструкцией учителя. При возникновении затруднения учитель помогает детям в форме подводящего диалога, опираясь на ключи ролей.

С
40–47**1. Опять двойка (5 мин)**

На доске были написаны 4 числа. После того, как к первому числу прибавили 2, от второго отняли 2, третье умножили на 2, а четвертое разделили на 2, все числа на доске стали равными. Какие числа были написаны на доске изначально, если сумма получившихся чисел равна 48?

2. Удачная неделя (6 мин)

Толя за неделю получил 15 отметок. Четверок он получил на 4 больше, чем троек, и на 4 меньше, чем пятёрок. Других отметок не было. Сколько пятёрок у Толи за эту неделю?

С
48–58С
59–65**3. Семейное древо (6 мин)**

Настя рассказывает: «Моя сестра вдвое младше меня, моя мама втрое старше меня, а бабушка вдвое старше мамы. Всем вместе нам 126 лет!» Сколько лет Насте?

4*. Книжный счет (8 мин)

Третьеклассник Андрей, упражняясь в счете, сложил все номера страниц на двух идущих подряд листах книги и в сумме получил 1066. С какой страницы он начал счет?

С
66–72

После разбора задачи № 1 «Опять двойка» целесообразно обратить внимание детей, на то, что наибольшее из итоговых чисел получилось при умножении на 2, а наименьшее — при делении на 2. Это наблюдение поможет учащимся при решении задачи № 1т.

С–73

4. Антракт (5 мин)

– Сегодня в фойе мы начали с задач про старинные мерки на Руси, рисовали для них схемы. Как мы называли самую маленькую мерку, которая увеличивается кратно (в несколько раз)? (Единичный отрезок, часть.)

С–74

– Еще вы рисовали схемы к задачам на разностное и кратное сравнение. С каким приемом их решения вы познакомились? (С приемом «уравнивания».)

– Что значит «уравнивать»? (Сделать так, чтобы известная сумма поровну делилась на какое-то число частей.)

– Вспомните, как вы уравнивали числа в задачах № 2 и № 4. (По схеме на разностное сравнение узнали, на сколько числа в сумме больше самого маленького числа. Полученную сумму разниц вычли из общей суммы чисел.)

– В некоторых задачах, например, можно было угадать подходящий вариант ответа. Будет ли угадывание ответа полным решением задачи? Почему? (Нет, потому что может оказаться другой подходящий вариант ответа, он будет пропущен.)

– Какие роли вам показались самыми важными при решении задач? Почему? (Ответы детей.)

– Какие еще советы по решению задач вы хотите себе дать? (Ответы детей.)

С–75

5. Выход на бис (10 мин)

На данном этапе учащиеся выбирают для работы 1–2 задания по желанию, выполняют их и проверяют решение по подробному образцу на с. 134 пособия.

С–76
С–77

▲ **Учителю на заметку.** Поскольку на данном занятии отрабатывается умение учащихся строить модель задачи, учителю важно обратить их внимание на **обязательность** построения схем. Правильность составленной схемы ученик самостоятельно проверяет по

варианту решения, представленному в пособии на с. 134 (либо, если схемы не совпадают, индивидуально с учителем).

▲ По окончании самопроверки учитель может задать учащимся вопросы:

С-78

- Кто смог составить план, который помог решить задачу?
- За успешное исполнение роли навигатора вы сегодня награждаетесь значками этой роли! Приклейте значки на полях слева от задачи.

▲ **Учителю на заметку.** В завершение можно еще раз подчеркнуть важность составления плана. Несмотря на то, что обычно план составляется устно и не фиксируется в решении задачи, наличие плана «в голове» сокращает поиск решения.

С-79

С-80



6. Зеркало (5 мин)




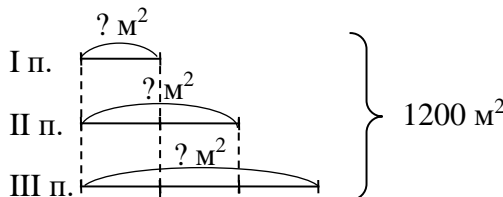


Учитель организует рефлекссию работы учащихся на занятии.


- Какую цель вы сегодня ставили на занятии?
- Достигли ли вы этой цели?
- Какие роли помогли вам лучше понять решение задач?
- Отметьте эти роли знаками «+» на ленточке ролей и вклейте в раздел «Выводы».
- В какой позиции вы работали с ролями мыслителей при разборе задач: с позиции автора или понимающего? Отметьте в пособии буквами **А** и **П**.
- Какая из позиций **А** и **П** для вас, пока, более сложная?
- Какие личные победы в решении задач вы сегодня одержали? Кто хочет о них рассказать?
- Какой совет себе самому вы хотите дать? Запишите в разделе «Выводы».
- С каким настроением вы сегодня решали задачи? Нарисуйте свое отражение в зеркале.

Для педагогов, работающих в ТДМ

1. **Новое знание.** Прием «уравнивания» для решения текстовых задач.
2. **Пробное действие.** Решите задачу-ключ с помощью приема уравнивания: «У фермера есть 3 кукурузных поля общей площадью в 1200 м². При этом площадь первого поля в 2 раза меньше, чем площадь второго поля и в 3 раза меньше, чем площадь третьего поля. Найди площади этих полей».
3. **Фиксация затруднения.** «Я пока не могу решить задачу-ключ с помощью приема уравнивания».
4. **Фиксация причины затруднения.** «Я пока не знаю, в чем состоит прием уравнивания для решения задач».
5. **Цель деятельности.** «Узнать, в чем состоит прием уравнивания для решения задач».
6. **Фиксация нового знания.** При решении текстовых задач можно «уравнивать» величины: делать так, чтобы известная сумма поровну делилась на какое-то число частей.

Разбор ключевой задачи с помощью метода ролей

Задача. У фермера есть три кукурузных поля общей площадью в 1200 м^2 . При этом площадь первого поля в 2 раза меньше, чем площадь второго поля и в 3 раза меньше, чем площадь третьего поля. Найди площади каждого из этих полей.		
Роль	Ключи	Исполнение роли учителем и учениками
ФОТОГРАФ 	КАРТИНКА	<i>Варианты детей, например:</i> Я хочу помочь фермеру оценить, с какого поля будет больше урожай кукурузы и на сколько. Для этого нужно определить площади каждого из трех полей.
	УСЛОВИЕ, ВОПРОС (ТРЕБОВАНИЕ)	Условие: 1) три кукурузных поля общей площадью в 1200 м^2 ; 2) площадь I поля в 2 раза меньше площади II поля; 3) площадь I поля в 3 раза меньше площади III поля. Вопрос: Чему равна площадь каждого из полей?
РАЗВЕДЧИК 	ВЗАИМОСВЯЗИ	1) Имеется всего 3 поля. 2) Известна их общая площадь — 1200 м^2 . 3) Площади всех полей связаны: I поле в 2 раза меньше II и в 3 раза меньше III. Это значит, что если будет найдена площадь любого из полей, то можно будет найти площадь и остальных полей. 4) Площадь I поля наименьшая, а III поля — наибольшая из данных.
	ИДЕИ, ПРЕДПОЛОЖЕНИЯ	В задаче идет речь о трех неизвестных числах — площадях полей. При этом площади сравниваются, поэтому в качестве модели можно выбрать схему к задачам на сравнение.
ПЕРЕВОДЧИК 	МОДЕЛЬ (известная или своя)	1) Построим схему, на которой площадь I поля примем за одну часть (единичный отрезок), так как она меньше других. Тогда площадь II поля можно обозначить двумя такими отрезками, а площадь III поля — тремя. 2) Отметим на схеме общую площадь трех полей — 1200 м^2 , а также вопросы задачи (площади I, II, III полей). 1 часть — площадь I поля. <div style="text-align: center;">  </div>
НАВИГАТОР 	ПРАВИЛА, СВОЙСТВА, ПОДХОД	Можно воспользоваться методом подсчета двумя способами. Сумму площадей трех полей, равную 1200 м^2 , можно вторым способом выразить в единичных отрезках.
	ПЛАН РЕШЕНИЯ	1. Найти, сколько всего частей составляют 1200 м^2 . 2. Найти площадь одной части. 3. Найти площадь каждого поля.
МАСТЕР 	РЕШЕНИЕ, ОФОРМЛЕНИЕ	1) $1 + 2 + 3 = 6$ (частей) — всего 2) $1200 : 6 = 200 (\text{м}^2)$ — площадь I поля 3) $200 \cdot 2 = 400 (\text{м}^2)$ — площадь II поля 4) $200 \cdot 3 = 600 (\text{м}^2)$ — площадь III поля Ответ: 200 м^2 , 400 м^2 , 600 м^2 .

<p>Эксперт</p> 	<p>ПРОВЕРКА РЕШЕНИЯ И ОТВЕТ</p>	<p>Нужно проверить ответ на соответствие всем условиям.</p> <ul style="list-style-type: none"> • $200 + 400 + 600 = 1200 \text{ (м}^2\text{)}$ — верно • $400 : 2 = 200 \text{ (м}^2\text{)}$ — площадь I поля в 2 раза меньше, чем площадь II поля • $600 : 3 = 200 \text{ (м}^2\text{)}$ — площадь I поля в 3 раза меньше, чем площадь III поля <p>Ответ: 200 м², 400 м², 600 м² верный.</p>
	<p>ВЫВОДЫ</p>	<p>Возможные вопросы</p> <p>– Какие выводы вы сделали при решении задачи-ключ?</p> <p>(1. В задачах, где дана сумма чисел и соотношение между числами, можно использовать схему с единичным отрезком.</p> <p>2. В качестве единичного отрезка можно взять самую маленькую из неизвестных величин и принять ее за одну часть.</p> <p>3. При решении задач можно использовать прием «уравнивания».)</p> <p>– Внимательное проигрывание каких ролей помогло вам решить задачу? (...)</p>