

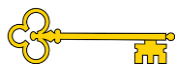
ЗАНЯТИЕ 10. ЧИСЛОВЫЕ РЕБУСЫ

Учебное содержание

Предметные цели

1. Развивать знания о свойствах чисел, сложении, вычитании и умножении в столбик.
2. Сформировать представления об использовании принципа «узких мест» для упрощения перебора на примере числовых ребусов.

Задача-ключ



Замени в примере на сложение одинаковые фигуры одинаковыми цифрами, а разные — разными, так, чтобы пример был верным. Запиши решение по шагам¹.

$$\triangle \triangle \triangle + \triangle \triangle = \star \bullet \triangle \square$$

Решение

Для удобства запишем ребус в столбик.

Рассмотрим «узкое место» — первую цифру суммы, обозначенную звездочкой. Это может быть только 1, потому что при сложении трехзначного и двухзначного числа не может получиться число, большее 1000. При этом треугольник может обозначать только цифру 9, так как иначе не могло получиться перехода через тысячу.

$$\begin{array}{r} \triangle \triangle \triangle \\ + \quad \triangle \triangle \\ \hline \star \bullet \triangle \square \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \quad 1 \quad 1 \\ \quad 9 \quad 9 \quad 9 \\ + \quad \quad 9 \quad 9 \\ \hline 1 \quad \bullet \quad 9 \quad \square \end{array}$$

Так как слагаемые уже открыты, получаем единственную расшифровку ребуса:

$$\begin{array}{r} 1 \quad 1 \quad 1 \\ \quad 9 \quad 9 \quad 9 \\ + \quad \quad 9 \quad 9 \\ \hline 1 \quad 0 \quad 9 \quad 8 \end{array}$$

$$\star = 1$$

$$\bullet = 0$$

$$\triangle = 9$$

$$\square = 8$$

Запись на доске и в пособии

$$\begin{array}{r} \triangle \triangle \triangle \\ + \quad \triangle \triangle \\ \hline \star \bullet \triangle \square \end{array} \Rightarrow \begin{array}{r} 1 \quad 1 \quad 1 \\ \quad 9 \quad 9 \quad 9 \\ + \quad \quad 9 \quad 9 \\ \hline 1 \quad \bullet \quad 9 \quad \square \end{array} \Rightarrow \begin{array}{r} 1 \quad 1 \quad 1 \\ \quad 9 \quad 9 \quad 9 \\ + \quad \quad 9 \quad 9 \\ \hline 1 \quad 0 \quad 9 \quad 8 \end{array}$$

Ответ: $999 + 99 = 1098$.

¹ При разборе данной задачи необходимо обратить внимание детей на то, что ее решением будет итоговая расшифровка примера. Ход рассуждения по шагам не обязателен (но будет важен для более трудных задач).

Советы по решению числовых ребусов

1. Ребусы, как и действия с числами, часто бывает удобно записывать **в столбик**.
2. На каждом этапе решения ребуса полезно искать то «узкое место», где можно точно понять, **какая цифра зашифрована**.
3. После нахождения варианта решения нужно сделать: 1) проверку действия; 2) проверку того, что одинаковые фигуры обозначают **одинаковые** цифры, а **разные** фигуры — **разные** цифры.

Вопросы для построения подводящего диалога

1. Сколько различных цифр зашифровано в ребусе?
2. Нельзя ли сразу догадаться, где будет переход через разряд?
3. Где «узкие места»: для каких разрядов малое число вариантов? Какие это варианты?

Как проверить

Для проверки нужно подставить все найденные значения для символов и проверить, правильно ли проведены вычисления. (Смотри п. 3 «Советов».)

Основные задания

1. Таблица умножения

Найди число, которое в семь раз больше своей последней цифры. (*) Есть ли другие такие числа?

Подсказка

Такие числа можно поискать в таблице умножения на 7.

Решение

Переформулируем условие задачи. Число должно быть в 7 раз больше последней цифры, то есть это число можно получить умножением последней цифры на 7. Подходит $5 \cdot 7 = 35$.

(*) Переберем возможные варианты. Последняя цифра числа может быть равна: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. По таблице умножения видим, что только для цифры 5 произведение $5 \cdot 7 = 35$ заканчивается на ту же цифру, на которую умножали семерку.

Запись на доске и в пособии

$$7 \cdot \underline{5} = 3\underline{5}$$

(*)	$7 \cdot 1 = 7$	$7 \cdot 2 = 14$	$7 \cdot 3 = 21$	$7 \cdot 4 = 28$
	$7 \cdot 6 = 42$	$7 \cdot 7 = 49$	$7 \cdot 8 = 56$	$7 \cdot 9 = 63$

Ответ: 35; других чисел нет.

Замечание

На самом деле, произведение $7 \cdot 0 = 0$ также подходит под переформулированное условие. Но кратное сравнение не определено для нулевых чисел, поэтому этот вариант не подходит.

2. Зачеркнутая цифра

Сумма двух чисел 695. Одно из них заканчивается цифрой 2. Если эту цифру зачеркнуть, то получится второе число. Найди эти числа. Запиши решение в столбиках по шагам.

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline \square & \square & \square \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|c|} \hline \square & \square & \cancel{2} \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 6 & 9 & 5 \\ \hline \end{array}$$

Подсказка

Пример удобно записать в столбик, отмечая одинаковые цифры (например, точками одинакового цвета).

Решение

Перепишем ребус в столбик, обозначая разноцветными точками неизвестные цифры:

$$\begin{array}{r} + \quad \cdot \quad \cdot \quad 2 \\ \hline 6 \quad 9 \quad 5 \end{array}$$

Точки одинакового цвета обозначают одинаковые цифры. Из разряда единиц можно понять, что зеленая точка обозначает цифру 3. Перепишем пример:

$$\begin{array}{r} + \quad \cdot \quad 3 \quad 2 \\ \quad \quad \cdot \quad 3 \\ \hline 6 \quad 9 \quad 5 \end{array}$$

Осталось понять, что красная точка может обозначать только цифру 6. Проверяем итоговый пример:

$$\begin{array}{r} + \quad 6 \quad 3 \quad 2 \\ \quad \quad 6 \quad 3 \\ \hline 6 \quad 9 \quad 5 \end{array}$$

Запись на доске и в пособии

$$\begin{array}{r} + \quad \cdot \quad \cdot \quad 2 \\ \hline 6 \quad 9 \quad 5 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{r} + \quad \cdot \quad 3 \quad 2 \\ \quad \quad \cdot \quad 3 \\ \hline 6 \quad 9 \quad 5 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{r} + \quad 6 \quad 3 \quad 2 \\ \quad \quad 6 \quad 3 \\ \hline 6 \quad 9 \quad 5 \end{array}$$

Ответ: 632 и 63.

Замечание

Изначально в условии задачи не указано, сколько цифр в этих двух числах с суммой 695 (это дано только на рисунке). При наличии свободного времени можно предложить школьникам дополнительный вопрос о том, почему первое слагаемое обязательно трехзначное, а не двузначное или четырехзначное.

3. Сбежавшие цифры

В примере $* * 1 \cdot 9 = * * *$ поставь вместо звездочек цифры так, чтобы получилось верное равенство. Найди все варианты и запиши решение в столбиках по шагам.

Подсказка

Какой может быть первая цифра трехзначного множителя?

Решение

Запишем пример на умножение в столбик:

$$\begin{array}{r} \times \quad \cdot \quad \cdot \quad 1 \\ \quad \quad \quad 9 \\ \hline \cdot \quad \cdot \quad \cdot \end{array}$$

Видим, что произведение должно заканчиваться на 9. Кроме того, первая цифра первого множителя может быть только единицей, так как иначе произведение было бы четырехзначным. Перепишем пример:

$$\begin{array}{r} \times \quad 1 \quad \cdot \quad 1 \\ \quad \quad \quad 9 \\ \hline 9 \quad \cdot \quad 9 \end{array}$$

Осталось заметить, что переход через сотни быть не может. Значит, зеленая точка может обозначать только 0 или 1. Получается два решения.

Ответ: $101 \cdot 9 = 909$ или $111 \cdot 9 = 999$.

Запись на доске и в пособии

$$\begin{array}{r} \times \quad \cdot \quad \cdot \quad 1 \\ \quad \quad \quad 9 \\ \hline \cdot \quad \cdot \quad \cdot \end{array} \Rightarrow \begin{array}{r} \times \quad 1 \quad \cdot \quad 1 \\ \quad \quad \quad 9 \\ \hline 9 \quad \cdot \quad 9 \end{array} \Rightarrow \begin{array}{r} + \quad 1 \quad 0 \quad 1 \\ \quad \quad 9 \quad 0 \quad 9 \end{array} \text{ или } \begin{array}{r} + \quad 1 \quad 1 \quad 1 \\ \quad \quad 9 \quad 9 \quad 9 \end{array} \quad (\text{иначе будут тысячи})$$

Ответ: $101 \cdot 9 = 909$ или $111 \cdot 9 = 999$.

4. Фигурные числа

В Фигурном королевстве считают так же, как и у нас, только цифры обозначают фигурками (каждую цифру — своей). Расшифруй верный пример. Найди как можно больше решений.

$$\begin{array}{r} \triangle \quad \square \quad \bigcirc \quad \star \\ - \quad \triangle \quad \star \quad \bigcirc \\ \hline \diamond \quad \square \quad \diamond \end{array}$$

Подсказка

Сначала догадайся, какую цифру обозначает треугольник, а потом — какую цифру обозначает ромб.

Решение

Треугольник может обозначать только 1, иначе разность — четырехзначное число. Тогда ромб обозначает 9, а квадрат — 0. Осталось подобрать значения кружка и звездочки.

Ответ: 6 решений: $1032 - 123 = 909$, $1043 - 134 = 909$, $1054 - 145 = 909$, $1065 - 156 = 909$, $1076 - 167 = 909$, $1087 - 178 = 909$.

Путь к решению

Треугольник может обозначать только 1, иначе разность была бы четырехзначным числом. Тогда ромб обозначает 9, а квадрат — 0. Получается запись:

$$\begin{array}{r} \quad \quad \quad 10 \\ \cdot \quad \cdot \\ 1 \quad 0 \quad \bigcirc \quad \star \\ - \quad \quad \quad 1 \quad \star \quad \bigcirc \\ \hline \quad \quad \quad 9 \quad 0 \quad 9 \end{array}$$

Рассмотрим разряд десятков. Так как каждая фигура обозначает свою цифру, то кружок и звездочка не могут обозначать одинаковые цифры. Однако в разряде десятков у разности стоит 0. Значит, из разряда десятков «занимали» десяток:

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{cccc}
 & 10 & & 10 \\
 \cdot & \cdot & \cdot & \\
 1 & 0 & \bullet & \star \\
 - & & & \\
 & 1 & \star & \bullet \\
 \hline
 & 9 & 0 & 9
 \end{array}
 \end{array}$$

Тогда число, обозначенное кружком, на 1 больше числа, обозначенного звездочкой. Цифры 0, 1 и 9 уже «заняты» другими фигурами. Остается 6 возможных пар значений кружка и звездочки: 3 и 2, 4 и 3, 5 и 4, 6 и 5, 7 и 6, 8 и 7. Получаем все 6 решений ребуса.

5*. Одни восьмерки

На какое наименьшее число нужно умножить 126 984, чтобы получилось число, записанное одними восьмерками?

Подсказка

Запиши пример в столбик. Какие значения может принимать цифра единиц второго множителя?

Решение

Требуется найти самое меньшее число, поэтому поищем такое среди однозначных. Запишем ребус в столбик:

$$\begin{array}{r}
 \times 126984 \\
 \hline
 \dots 888
 \end{array}$$

Произведение 4 и некоторой цифры должно заканчиваться на 8. Если посмотреть по таблице умножения, то это верно только для цифр 2 и 7. Проверим 2 (так как это число меньше):

$$\begin{array}{r}
 \times 126984 \\
 \hline
 \dots \cancel{6}8
 \end{array}$$

Заметим, что уже при умножении разряда десятков в произведении получается не восьмерка. Значит, этот вариант не подходит. Проверим, что умножение на 7 подходит:

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{cccccc}
 & 1 & 4 & 6 & 5 & 2 \\
 \times & 1 & 2 & 6 & 9 & 8 & 4 \\
 & & & & & & 7 \\
 \hline
 & 8 & 8 & 8 & 8 & 8 & 8
 \end{array}
 \end{array}$$

Запись на доске и в пособии

Начнем с однозначных чисел. По таблице умножения найдем возможные варианты: 2, 7.

$$\begin{array}{r}
 \times 126984 \\
 \hline
 \dots \cancel{6}8
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{r}
 \begin{array}{cccccc}
 & 1 & 4 & 6 & 5 & 2 \\
 \times & 1 & 2 & 6 & 9 & 8 & 4 \\
 & & & & & & 7 \\
 \hline
 & 8 & 8 & 8 & 8 & 8 & 8
 \end{array}
 \end{array}$$

Ответ: 7.

Запись на доске и в пособии

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{ccc} & \cdot & \cdot \\ 7 & \cdot & \cdot \\ \hline 6 & 8 & 9 \end{array} & \Rightarrow & \begin{array}{ccc} & \cdot & \cdot & 10 \\ 7 & \cdot & \cdot & 10 \\ 7 & & & \\ \hline 6 & 8 & 9 \end{array} & \Rightarrow & \begin{array}{ccc} & \cdot & \cdot & 10 \\ 7 & 6 & 5 & \\ 7 & 7 & 6 & \\ \hline 6 & 8 & 9 \end{array}
 \end{array}$$

Ответ: это числа 765 и 76.

3т. Сбежавшие цифры

В примере на умножение в столбик расставь вместо точек цифры так, чтобы пример был верным. Запиши решение в столбиках по шагам.

Решение

При умножении 528 и на единицы, и на десятки получаются трехзначные числа. Значит, в каждом из этих разрядов стоит цифра 1.

Ответ:

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{ccc} & 5 & 2 & 8 \\ \times & & 1 & 1 \\ \hline & 5 & 2 & 8 \\ + & 5 & 2 & 8 \\ \hline 5 & 8 & 0 & 8 \end{array}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{ccc} & 5 & 2 & 8 \\ \times & & \cdot & \cdot \\ \hline & \cdot & \cdot & \cdot \\ + & \cdot & \cdot & \cdot \\ \hline \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{array}
 \end{array}$$

4т. Фигурные числа

В Фигурном королевстве считают так же, как и у нас, только цифры обозначают фигурками. Одинаковые фигурки обозначают одинаковые цифры, а разные — разные. Расшифруй запись так, чтобы пример был верным.

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{ccc} \triangle & \square & \triangle \\ + & & \triangle & \square \\ \hline \square & \bigcirc & \square & \bigcirc \end{array}
 \end{array}$$

Решение

Квадрат может обозначать только 1. Тогда треугольник обозначает 9, а кружок — 0. Проверяем пример: $919 + 91 = 1010$.

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{ccc} \triangle & \square & \triangle \\ + & & \triangle & \square \\ \hline \square & \bigcirc & \square & \bigcirc \end{array} & \Rightarrow & \begin{array}{ccc} \triangle & 1 & \triangle \\ + & & \triangle & 1 \\ \hline 1 & \bigcirc & 1 & \bigcirc \end{array} & \Rightarrow & \begin{array}{ccc} & 1 & \\ 9 & 1 & 9 \\ + & & 9 & 1 \\ \hline 1 & \bigcirc & 1 & \bigcirc \end{array} & \Rightarrow & \begin{array}{ccc} & 1 & \\ 9 & 1 & 9 \\ + & & 9 & 1 \\ \hline 1 & 0 & 1 & 0 \end{array}
 \end{array}$$

Ответ: $919 + 91 = 1010$.

5т*. Одни двойки и четверки

На какое наименьшее число нужно умножить 40 704, чтобы получилось число, записанное только цифрами 2 и 4?

Решение

Требуется найти наименьший второй множитель, поэтому поищем его среди однозначных чисел. Запишем ребус в столбик.

Произведение 4 и некоторой цифры должно заканчиваться на 2 или 4. Если посмотреть по таблице умножения, то это верно только для умножения на 1, 3, 6, 8.

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{ccccc} & 4 & 0 & 7 & 0 & 4 \\ \times & & & & & \cdot \\ \hline & & & & & \dots \end{array}
 \end{array}$$

Занятие 10. Числовые ребусы

Умножение на 1 не подходит, так как число не изменяется от умножения на 1. Проверим, что умножение на 3 не подходит, а на 6 — подходит:

$$\begin{array}{r} 1 \\ \times 40704 \\ \hline 3 \\ \hline ...12 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 4 2 \\ \times 40704 \\ \hline 6 \\ \hline 244224 \end{array}$$

Итак, число 6 подходит. Так как $8 > 6$, умножение на 8 можно не проверять.

Запись на доске и в пособии

Начнем с однозначных чисел. По таблице умножения найдем возможные варианты: 1, 3, 6, 8.

$$\begin{array}{r} 1 \\ \times 40704 \\ \hline 1 \\ \hline 04 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1 \\ \times 40704 \\ \hline 3 \\ \hline ...12 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 4 2 \\ \times 40704 \\ \hline 6 \\ \hline 244224 \end{array} \qquad 8 > 6$$

Ответ: число 6.

Дополнительные задания

6. Сделай сам

Придумай сам числовую задачу-ребус и найди ее решение.

Сценарий занятия

Метапредметные цели

- П** Тренировать умение использовать метод ролей при решении математических задач (роли разведчика, переводчика, навигатора, мастера).
- Р** Закрепить умение действовать по плану.
- К** Тренировать умение соблюдать правила коммуникативного взаимодействия в позиции «автор» и «понимающий», умение работать в группе.

Опорные знания

1. Понятия цифры и числа.
2. Алгоритмы сложения и вычитания в столбик.
3. Алгоритм умножения в столбик.

Материалы и оборудование

- На класс:**
- презентация;
 - эталоны «Правила работы в группе»¹, «Учимся задавать вопросы»², «Я — актер, я — зритель»³;
 - таблица номеров букв русского алфавита.

¹ Мир деятельности. Методические рекомендации к надпредметному курсу. 1 класс / Под ред. Л.Г. Петерсон. — М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2018. С. 116–124.

² Данное пособие, 4_Игра 1 «Мастера математики».

³ Данное пособие, 3_Занятие 3 «Круглые задачи».

- У ученика:**
- учебное пособие на печатной основе «Математический театр, 3 класс»¹;
 - лента ролей и значки ролей;
 - черновик, тетрадь;
 - планшетка.

Методическая справка

На данном занятии школьники продолжают тренировать умение исполнять роли мыслителя.

Занятие посвящено решению числовых математических ребусов. Для решения таких задач обычно применяют **метод подбора** (если нужно найти одно решение ребуса) или **метод перебора** (когда нужно найти все решения и доказать, что других нет). Чтобы сократить количество возможных вариантов подбора / перебора, важно провести первичный анализ условия и взаимосвязей задачи. Например, количество возможных вариантов можно существенно уменьшить, если определить **«узкое место»**, то есть цифру, с которой можно начать расшифровку ребуса. Эту работу выполняют фотограф и разведчик.

В ходе данного занятия школьники получают также опыт исполнения роли навигатора. Основываясь на **принципе «узких мест»**, он строит план решения. Более подробно цели, задачи и инструменты навигатора будут рассмотрены на следующем занятии (Занятие 11, «Уравнивание»).

Подчеркнем, что обычно формулировка требований в задачах-ребусах (например, «найди эти числа») подразумевает не подбор одного подходящего ответа, а поиск всех возможных вариантов и доказательство того, что других подходящих вариантов ответа нет. Исключение составляют задания, в которых явно указано, что нужно найти только один возможный вариант ответа (например, с требованием «подбери числа так, чтобы равенство было верным»). На данном занятии школьники получают первичный опыт построения рассуждения при решении ребуса, которое они проговаривают устно и фиксируют в виде **записи в столбиках по шагам**. Этот новый опыт и определяет центральную роль на занятии — **роль мастера**.

Ход занятия

1	2	3	4	5	6
Математическое фойе	Творческая мастерская	Сцена	Антракт	Выход на бис	Зеркало
25 мин	10 мин	25 мин	5 мин	10 мин	5 мин



1. Математическое фойе (25 мин)

- Ребята, а вы когда-нибудь слышали о шифрах и шифровании?² (Ответы детей.)
- Кто может сказать, что такое шифр? (Ответы детей.)

¹ Петерсон Л.Г. Математический театр: учебное пособие по олимпиадной математике для 3 класса. — Л.Г. Петерсон, О.Н. Агаханова. — М.: Институт СДП, 2021.

² Чтобы показать, насколько увлекательной может быть дешифровка, можно перед проведением занятия показать детям фильм «Кортик» по одноименной повести А. Рыбакова.

Занятие 10. Числовые ребусы

С-4

– Правильно, шифр — это способ передавать важную информацию так, чтобы ее мог прочитать только тот, кто знает ключ, разгадку этого шифра. Недаром в давние времена шифрование называлось тайнописью. В наши дни шифрование — это основа всех систем информационной безопасности. На какое «математическое» слово похоже слово «шифр»? (На слово «цифра».)

С-5

– Да, слово «шифр» произошло от слова «цифра». И во многих шифрах действительно используются цифры и числа. Хотите попробовать разгадать числовой шифр? (Ответы детей.)

▲ Учитель демонстрирует на доске число:

20612018

С-6

– Хорошо, тогда посмотрите на числовую запись. В этой записи зашифровано некоторое слово. Кто-нибудь догадывается, как буквы превратились в цифры? (Ответы детей.)

– Чтобы расшифровать этот числовой код, нужно знать к нему ключ. Здесь каждую букву в слове заменили ее номером в русском алфавите и записали полученные числа без пробелов.

А	Б	В	Г	Д	Е	Ё	Ж	З	И	Й
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
К	Л	М	Н	О	П	Р	С	Т	У	Ф
12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
Х	Ц	Ч	Ш	Щ	Ъ	Ы	Ь	Э	Ю	Я
23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33

С-7

– Пользуясь нумерацией букв, попробуйте расшифровать слово. Кто уже догадался, какая первая буква слова? (Т, она 20-я в алфавите.)

С-8

– Первая цифра кода — 2. Может быть, слово начинается на букву с номером 2, то есть на Б? (Нет, такого не может быть, потому что вторая буква тогда будет зашифрована нулем, а такой буквы нет.)

2 0 6 1 2 0 1 8
 {
 Т

С-9

С-10

– Отлично! А кто может сказать, какая вторая буква у загаданного слова и почему? (Буква Е, потому что с цифры 6 начинается номер только одной буквы.)

2 0 6 1 2 0 1 8
 {
 Т Е

С-11

С-12

– Далее в коде идут цифры 1 и 2. Какой может быть третья буква и почему? (Только А, потому что если объединить цифры в число 12, то код следующей буквы начинается с 0.)

2 0 6 1 2 0 1 8
 {
 Т Е А

С-13

– Кто догадался, какое слово загадано? (Театр.)

С-14

– Проверьте свою догадку, используя шифр. (Четвертая буква будет обозначена кодом 20, то есть это буква Т. Остаются цифры 1 и 8, которые обозначают букву с кодом 18, то есть Р.)

$$\begin{array}{ccccccc} 2 & 0 & 6 & 1 & 2 & 0 & 1 & 8 \\ \underbrace{} & & \underbrace{} & & \underbrace{} & & \underbrace{} & \\ & T & E & A & T & & P & \end{array}$$

С-15 – Обратите внимание, что в конце остались цифры 1 и 8. Как еще можно расшифровать запись? Подходит ли этот вариант? (Цифры 1 и 8 могут обозначать отдельные буквы А и Ж. Но слова ТЕАТАЖ в русском языке нет, поэтому эта расшифровка не подходит.)

С-16 – Вы сейчас делали операцию, обратную шифрованию. Она называется дешифрование. Почему при дешифровании важно проверять, что способ расшифровки единственно возможный? (Ответы детей. Например, потому что можно неправильно расшифровать всего одно слово, и при этом поменяется смысл всего предложения.)

– Какие приемы помогли вам правильно расшифровать слово? (Начинать разгадывать с тех цифр, которые могут обозначать только одну букву; перебирать все варианты.)

– Хотите разгадать еще одну шифровку? (Ответы детей.)

С-17 ▲ Учитель демонстрирует на доске или экране следующую запись:

$$\triangle \triangle \triangle + \triangle \triangle = \star \bullet \triangle \square$$

– В этом примере одинаковые фигуры обозначают одинаковые цифры, а разные фигуры — разные. Такой пример называют **числовым ребусом**. Расшифруйте этот ребус за одну минуту так, чтобы равенство было верным.

▲ Через минуту дети поднимают расшифрованный пример на планшетах.

С-18 – Молодцы, многие справились с заданием. Кстати, ответы получились у всех одинаковые. Построить логику рассуждений и объяснить, почему ответы получились одинаковыми, нам поможет метод ролей. Кто хочет выступить в роли **фотографа**? (...)

С-19 ▲ Один из учеников по желанию повторяет условие и вопрос задачи. Внимание следует обратить на то, что **одинаковые фигуры обозначают одинаковые цифры, а разные фигуры — разные**.

– Сыграйте теперь в группах роль **разведчика**. Посмотрим, какую важную информацию вы сможете получить!

▲ После обсуждения в группах в течение 1 минуты школьники представляют полученные ими и показавшиеся важными данные. Например:

- В ребусе загаданы 4 различные цифры, обозначенные треугольником, звездочкой, кружком и квадратом.
- В зашифрованном примере есть трехзначное и двузначное слагаемое, записанные одной и той же цифрой. Сумма этих чисел — четырехзначная, причем у этого числа в разряде десятков находится та же цифра, что и в записи слагаемых.
- Расшифровку можно попробовать начать с треугольника, так как он встречается в записи ребуса чаще всего.
- Для удобства решения ребуса можно записать его в столбик, как записывают пример на сложение.

▲ Дети могут назвать и другие свои наблюдения («разведданные»). Например, они могут также заметить, что звезда обозначает 1, а треугольник — 9. Важно выслушать и эмоционально поддержать их маленькие открытия. Если же какая-то важная для дальнейшего обсуждения мысль не будет высказана (например, что решение ребуса можно записать в столбик), то в продолжение их наблюдений можно использовать подводящий диалог, например:

С-20 – Как удобно записывать сложение многозначных чисел? (В столбик.)

Занятие 10. Числовые ребусы

– Спасибо нашим разведчикам за ценную информацию! Она очень поможет вам сыграть роль **переводчиков**. Кто хочет сыграть ее у доски?

С-21

▲ Один ученик на доске, а остальные в тетрадах составляют модель задачи (делают ее перевод на математический язык).

$$\begin{array}{r}
 \triangle \triangle \triangle \\
 + \quad \triangle \triangle \\
 \hline
 \star \bullet \triangle \blacksquare
 \end{array}
 \qquad
 \underbrace{\star = ? \quad \bullet = ? \quad \triangle = ? \quad \blacksquare = ?}_{\text{разные цифры}}$$

– Следующая роль — это роль **навигатора**. Какой способ вы выберете для решения данной задачи? (Разгадывать зашифрованные цифры постепенно, по шагам.)

С-22

▲ В зависимости от уровня подготовки учащихся при составлении плана можно идти либо от их собственных вариантов шагов, либо использовать подводящий диалог, либо выставить готовые шаги плана в неверном порядке и предложить детям их упорядочить. В результате на доске фиксируется план решения задачи, основанный на принципе «узких мест»:

С-23

1. Найти «узкие места» (те фигуры, для которых меньше всего вариантов расшифровки).
2. Расшифровать эти фигуры.
3. Расшифровать оставшиеся цифры, используя правила сложения в столбик.

– Итак, план действий составлен. Если вы в итоге запишете только ответ (расшифрованный пример), то зрители не узнают, каким образом он получен. Поэтому попросим сегодня актеров, выступающих в роли **мастера**, записывать не только ответ, но и краткий ход рассуждений. Для этого можно пошагово изображать столбики с частично расшифрованными фигурами.

С-24

▲ Школьники в течение 2 минут пробуют изобразить на планшетах ход решения в столбиках. После этого решения детей сравниваются, и один ученик озвучивает полный ход рассуждений «по шагам».

Учащиеся могут исходить из двух «узких мест»: заменить звездочку единицей или треугольник — девяткой. В обоих случаях объяснение одинаковое: сумма трехзначного и двузначного числа может быть четырехзначной, только если в разряде сотен трехзначного числа стоит 9 и имеется переход через тысячу, при этом в разряде тысяч суммы может оказаться только 1. Поэтому треугольник может обозначать только 9, а звездочка — только 1.

Записав этот единственный вариант, остается посчитать сумму 999 и 99 и узнать, что квадрат обозначает 8, а кружок — 0.

$$\begin{array}{r}
 \triangle \triangle \triangle \\
 + \quad \triangle \triangle \\
 \hline
 \star \bullet \triangle \blacksquare
 \end{array}
 \Rightarrow
 \begin{array}{r}
 1 \quad 1 \quad 1 \\
 \quad 9 \quad 9 \quad 9 \\
 + \quad \quad 9 \quad 9 \\
 \hline
 1 \quad \bullet \quad 9 \quad \blacksquare
 \end{array}
 \Rightarrow
 \begin{array}{r}
 1 \quad 1 \quad 1 \\
 \quad 9 \quad 9 \quad 9 \\
 + \quad \quad 9 \quad 9 \\
 \hline
 1 \quad 0 \quad 9 \quad 8
 \end{array}$$

С-25

▲ В завершение данного этапа полезно обсудить с детьми, какие личностные качества важны для **мастера**. После этого фронтально обсуждается, в чем состоит роль **эксперта**.

– Какие качества помогли **мастеру** решить задачу и представить ее решение? (*Внимательность* — чтобы не пропустить варианты; *аккуратность* — чтобы понятно и красиво оформить задание.)

– Вы как **мастера** сегодня отлично справились с этой ролью, поаплодируйте друг другу!

– А теперь посмотрите по ленте — какая роль следующая? (Роль **эксперта**.)

С-26

– Что **делает эксперт**? (**Эксперт** проверяет соответствие ответа всем условиям задачи.)

▲ Учащиеся вспоминают условие и проверяют, что:

1) пример $999 + 99 = 1098$ верный;

2) одинаковые фигуры обозначают одинаковые цифры, а разные фигуры — разные.

Для удобства проверки на доске можно зафиксировать, какая фигура обозначает какую цифру.

$$\star = 1 \quad \bullet = 0 \quad \blacktriangle = 9 \quad \blacksquare = 8$$

– Ребята, посмотрите, как важно для **эксперта**, что **фотограф** четко определил условие и вопрос задачи, а **переводчик** удобно и полно это записал! Вот что значит команда! Молодцы!

– Итак, ребус расшифрован верно. Понравилось вам разгадывать числовые ребусы? (Ответы детей.)

С-27

– Как назовем сегодняшнюю тему? (Например: ребусы, числовые ребусы, игры с числами.)

– Давайте теперь вспомним, что вам помогало? С чего начали? (Ответы детей.)

– А что такое «узкие места»? (Там, где меньше вариантов; где легче понять, какая цифра.)

С-28

– Я предлагаю вам составить советы, которые помогут решать задачи на ребусы.

Советы по решению числовых ребусов

1. Ребусы, как и действия с числами, часто бывает удобно записывать _____.
2. На каждом этапе решения ребуса лучше искать то («узкое») место, где можно точно понять, _____.
3. После нахождения варианта решения нужно сделать: 1) проверку действия;
2) проверку того, что одинаковые фигуры обозначают _____ цифры,
а _____ фигуры — _____ цифры.

▲ Учащиеся заполняют пропуски на с. 50 пособия, согласовывают вставки и проверяют работу по образцу на с. 106. Учитель демонстрирует итоговый эталон:

С-29

Советы по решению числовых ребусов

1. Ребусы, как и действия с числами, часто бывает удобно записывать **в столбик**.
2. На каждом этапе решения ребуса лучше искать то («узкое») место, где можно точно понять, **какая цифра зашифрована**.
3. После нахождения варианта решения нужно сделать: 1) проверку действия;
2) проверку того, что одинаковые фигуры обозначают **одинаковые** цифры, а **разные** фигуры — **разные** цифры.

– Рассмотренный нами ребус имеет только одно решение. Но при выполнении заданий вам могут встретиться ребусы, которые имеют больше одного решения, или вовсе не имеют решений. Какую цель вы поставите на сегодняшнее занятие? (Например: придумать новые способы решения числовых ребусов.)

С-30



2. Творческая мастерская (10 мин)

С-31

Учитель предлагает детям, работая в группах, попробовать решить задачу, перевоплощаясь в роли. Особое внимание он просит обратить на роль **мастера**, связанную с использованием нового для них принципа «узких мест» и формы записи решения «по шагам».

С-32

На сцене при разборе задачи обязательно выступает **мастер**. Он объясняет, как нашел «узкие места», и демонстрирует решение «по шагам».



3. Сцена (25 мин)

Учащиеся представляют решения своих задач в соответствии с инструкцией учителя. При возникновении затруднения учитель помогает детям в форме подводящего диалога, опираясь на ключи ролей.

В ходе диалога используются знакомы детям правила коммуникации (правила «автора», «понимающего», правила постановки вопросов и ответов на них).

С 34–40	1. Таблица умножения (4 мин) Найди число, которое в семь раз больше своей последней цифры. (*) Есть ли другие такие числа?	2. Зачеркнутая цифра (4 мин) Сумма двух чисел 695. Одно из них заканчивается цифрой 2. Если эту цифру зачеркнуть, то получится второе число. Найди эти числа. Запиши решение в столбиках по шагам.	С 41–47
С 48–54	3. Сбежавшие цифры (5 мин) В примере * * 1 • 9 = * * * поставь вместо звездочек цифры так, чтобы получилось верное равенство. Найди все варианты и запиши решение в столбиках по шагам.	4. Фигурные числа (6 мин) В Фигурном королевстве считают так же, как и у нас, только цифры обозначают фигурками (каждую цифру — своей). Расшифруй верный пример. Найди как можно больше решений. <div style="text-align: center;"> </div>	С 55–61
С 62–68	5*. Одни восьмерки (6 мин) На какое наименьшее число нужно умножить 126 984, чтобы получилось число, записанное одними восьмерками?		

С–69

С–70



4. Антракт (5 мин)

- Давайте вспомним, какие приемы вы использовали, решая числовые ребусы? (Например, прием «узких мест».)
- Во всех ли ребусах получилось только одно решение? (Нет.)
- Как нужно действовать, чтобы найти как можно больше решений ребуса и ничего не пропустить? (Перебирать все варианты.)
- Как вы решали задачу №5* с вопросом «на какое наименьшее число»? (Ответы детей.)
- Что нужно написать в решении такой задачи, кроме самого примера числа? (Объяснение /доказательство того, что число наименьшее.)
- Вспомните, в какой теме нам уже встречались задачи с подобными вопросами? (Путешествие с многозначными числами.)
- Правильно, молодцы. В будущем вы еще, конечно же, не раз встретитесь с числовыми и буквенными ребусами. Какие еще советы вы хотите себе дать? (Ответы детей.)

С–71

С–72

С–73



5. Выход на бис (10 мин)

На данном этапе учащиеся выбирают для работы 1–2 задания по желанию, выполняют их и проверяют решение по подробному образцу на с. 133 пособия.

▲ **Учителю на заметку.** Важно обратить внимание детей на необходимость записи не только найденного ответа, но и всего рассуждения (в столбиках по шагам), приведшего к этому ответу.

▲ По окончании самопроверки можно задать учащимся вопросы:

- Кто правильно решил задачу? Поставьте на полях знак «+».
- У кого получилось понятно и полно записать решение по шагам? За исполнение роли мастера вы сегодня награждаетесь значками этой роли. Приклейте их на полях около соответствующей задачи.

С-74

3

6. Зеркало (5 мин)

Учитель организует рефлексию работы учащихся на занятии. Итоги рефлексии ученики фиксируют в пособии.

С-75

– Какую цель вы сегодня ставили на занятии?

- Достигли ли вы этой цели?
- Какие роли больше всего помогли вам сегодня решать задачи? Изобразите их значки в разделе «Выводы».
- При исполнении какой роли вы пока испытываете затруднения? Как вам кажется, почему?
- Какие личные победы в решении задач вы сегодня одержали? Кто хочет о них рассказать?
- Какой совет себе самому вы хотите дать? Запишите в разделе «Выводы».
- С каким настроением вы сегодня решали задачи? Нарисуйте свое отражение в зеркале.

С-76



▲ В завершении учитель объявляет об игре «Биржа задач» на следующем занятии и дает задание познакомиться с ее правилами¹ дома.

С-77

Разбор ключевой задачи с помощью метода ролей

Задача. Замени в примере на сложение одинаковые фигуры одинаковыми цифрами, а разные — разными, так, чтобы пример был верным.

$$\triangle \triangle \triangle + \triangle \triangle = \star \bullet \triangle \square$$

Роль	Ключи	Исполнение роли учителем и учениками
ФОТОГРАФ 	КАРТИНКА	Варианты детей, например: Я представляю себя разгадывающим шифровку, в которой цифры заменены значками-фигурами.
	УСЛОВИЕ, ВОПРОС (ТРЕБОВАНИЕ)	Условие: 1) зашифрован верный пример на сложение; 2) одинаковые фигуры — одинаковые цифры; 3) разные фигуры — разные цифры. Вопрос: какой пример зашифрован?
РАЗВЕДЧИК 	ВЗАИМОСВЯЗИ	1) Всего зашифрованы 4 различные цифры, они обозначены треугольником, звездочкой, кружком и квадратом. 2) Зашифрована сумма трехзначного и двузначного числа. 3) Слагаемые записаны с помощью одной и той же цифры.

¹ Обратите внимание, что в варианте правил, представленных в издании пособия «Математический театр, 3 класс» 2021 г. допущена ошибка. Поэтому в конце данного занятия рекомендуется предложить школьникам исправить ее простым карандашом.

Так, в разделе «Игровой комплект» вместо двух предложений «На каждой карточке с задачей указана стоимость ее покупки. ~~За эту же стоимость можно продать ответ к ней~~» должно быть одно предложение: «На каждой карточке с задачей указана стоимость ее покупки и стоимость продажи ответа к ней». (Стоимости покупки задачи и продажи ответа, естественно, не могут быть равными, иначе количество очков команды не может увеличиваться.)

		4) Сумма — четырехзначное число, в разряде десятков у которого стоит та же самая цифра.
	ИДЕИ, ПРЕДПОЛОЖЕНИЯ	1) Примеры на сложение удобно записывать в столбик. 2) Треугольник повторяется в ребусе много раз. Можно попробовать начать расшифровку с него.
ПЕРЕВОДЧИК 	МОДЕЛЬ (известная или своя)	Зашифрован пример на сложение, поэтому удобно записать ребус в столбик: $ \begin{array}{r} \triangle \triangle \triangle \\ + \quad \triangle \triangle \\ \hline \star \quad \bullet \quad \triangle \quad \blacksquare \end{array} $ $\star = ? \quad \bullet = ? \quad \triangle = ? \quad \blacksquare = ?$ <div style="text-align: center;"> разные цифры </div>
НАВИГАТОР 	ПРАВИЛА, СВОЙСТВА, ПОДХОД	Можно расшифровывать пример «по шагам», то есть по одной фигуре. Чтобы определить порядок расшифровки, применим прием «узких мест»: на каждом шаге будем расшифровывать ту фигуру, для которой меньше всего вариантов. В начале это звездочка и треугольник.
	ПЛАН РЕШЕНИЯ	1. Найти «узкие места» (те фигуры, для которых меньше всего вариантов расшифровки). 2. Расшифровать эти фигуры. 3. Расшифровать оставшиеся цифры, используя правила сложения в столбик.
МАСТЕР 	РЕШЕНИЕ, ОФОРМЛЕНИЕ	<p>▲ Ученики последовательно выполняют план, оформляя запись решения «по шагам».</p> <p>1. Звездочка может обозначать только 1, потому что при сложении трехзначного и двухзначного числа в разряде единиц тысяч не может получиться цифра, большая 1.</p> <p>2. При этом треугольник может обозначать только цифру 9, так как иначе не могло получиться перехода через тысячу.</p> <p>3. Оставшиеся значения получаем сложением в столбик: квадрат обозначает 8, а круг — 0.</p> <p><i>Вариант записи решения:</i></p> $ \begin{array}{r} \triangle \triangle \triangle \\ + \quad \triangle \triangle \\ \hline \star \quad \bullet \quad \triangle \quad \blacksquare \end{array} \Rightarrow \begin{array}{r} 1 \quad 1 \quad 1 \\ \quad 9 \quad 9 \quad 9 \\ + \quad \quad 9 \quad 9 \\ \hline 1 \quad \bullet \quad 9 \quad \blacksquare \end{array} \Rightarrow \begin{array}{r} 1 \quad 1 \quad 1 \\ \quad 9 \quad 9 \quad 9 \\ + \quad \quad 9 \quad 9 \\ \hline 1 \quad 0 \quad 9 \quad 8 \end{array} $ <p>Ответ: $999 + 99 = 1098$.</p>
Эксперт 	ПРОВЕРКА РЕШЕНИЯ И ОТВЕТ	Нужно проверить пример на выполнение всех условий: <ul style="list-style-type: none"> • пример верный; • одинаковые фигуры — одинаковые цифры; • разные фигуры — разные цифры. $\star = 1 \quad \bullet = 0 \quad \triangle = 9 \quad \blacksquare = 8$

	ВЫВОДЫ	<p>Возможные вопросы</p> <p>– Какие выводы вы сделали при решении задачи-ключ? (Например:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Числовой ребус удобно записывать в столбик. • Начинать расшифровку удобно с «узкого места». • Записать рассуждение можно «по шагам». • Нужно обязательно проверить не только пример, но и то, что каждая фигура обозначает свою цифру.) <p>– Нужно ли в такой задаче на олимпиаде писать рассуждение, показывающее, как был расшифрован пример? (Нет, потому что решением будет сам пример.)</p> <p>– Как вы думаете, зачем тогда записывать рассуждение по шагам? (Например: так станет понятно, как получен ответ; можно показать, что других решений нет.)</p> <p>– Проигрывание каких ролей помогло вам решить задачу? (...)</p>
--	--------	--