

ЗАНЯТИЕ 9. Маршруты

Учебное содержание

Предметные цели

1. Формировать представления о графе как средстве отображения объектов и связей между ними, об «одинаковых» (изоморфных¹) и плоских графах², степени вершины³ в графе.
2. Тренировать умение использовать вспомогательные чертежи при решении задач.
3. Тренировать умение применять метод проб и ошибок.

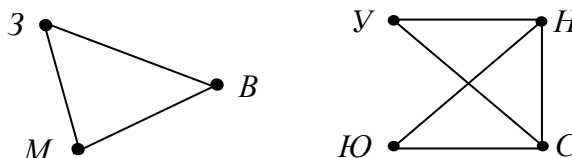
Задача-ключ



Между некоторыми планетами Солнечной системы введено космическое сообщение. Ракеты курсируют между Землей и Марсом, Марсом и Венерой, Ураном и Нептуном, Нептуном и Сатурном, Сатурном и Юпитером, Юпитером и Нептуном, Сатурном и Ураном, Венерой и Землей. Можно ли добраться с Земли до Урана?

Решение

Изобразим схему к задаче, обозначая точками планеты, а отрезками — сообщение между ними:



По схеме видно, что с Земли до Урана добраться нельзя.

Ответ: нет.

Советы по составлению чертежей

1. На чертеже удобно обозначать объекты (предметы, города, людей) **точками**, а связи между ними (рукопожатия, дороги) — **стрелками** или **линиями**.
2. Если связь односторонняя (например, Коля отправил письмо Васе), то ее изображают **стрелкой**, а если двухсторонняя (например, Коля и Вася обменялись рукопожатиями), то ее изображают **линией**.

Вопросы для построения подводящего диалога

1. О каких объектах говорится в условии задачи?
2. Сколько всего объектов?
3. Как удобно расположить изображения объектов?
4. Какие из объектов можно считать связанными?
5. С какого из них лучше начинать изображение связей?

¹ Два графа с одинаковым числом вершин n назовем *изоморфными*, если вершины каждого можно пронумеровать числами от 1 до n так, что любые две вершины с одинаковыми номерами будут одновременно либо соединены, либо не соединены.

² *Плоским (планарным) графом* назовем граф, который можно изобразить на плоскости без пересечений ребер (кроме пересечений в вершинах).

³ *Степенью вершины* называется количество ребер, выходящих из данной вершины.

Замечание к задачам занятия

Большая часть задач данного занятия так или иначе связана с плоскими графами.

Основные задания

1. Снежные тропинки

Когда выпал снег, четверо соседей решили протоптать тропинки между своими домами так, чтобы каждые два дома соединяла тропинка, и при этом тропинки не пересекались. Как им это сделать?

Подсказка

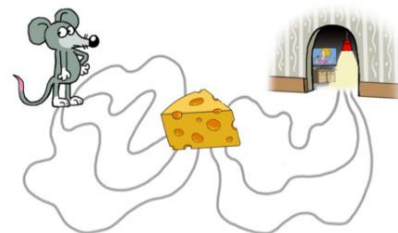
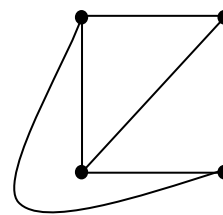
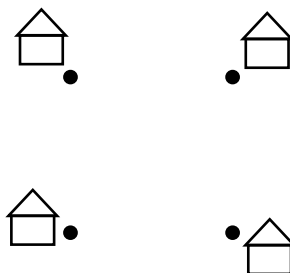
Нарисуй сначала тропинки, соединяющие каждый домик с каждым, а потом «исправь» пересекающиеся.

Решение

Один из вариантов расположения тропинок — на рисунке.

Замечание

Рисунок, который получается в данной задаче, называется *полным графом* на 4 вершинах. В таком графе каждая вершина соединена с каждой, то есть из каждой вершины выходит по 3 ребра¹. Полный граф на 4 вершинах можно изобразить на плоскости так, чтобы ребра не пересекались.



2. За сыром

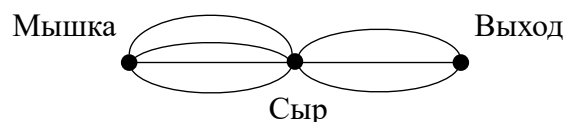
Мышка хочет сначала добраться до кусочка сыра, лежащего неподалеку, а потом — до выхода из своей норки. Сколькими способами она может это сделать? (Пути отмечены линиями.)

Подсказка

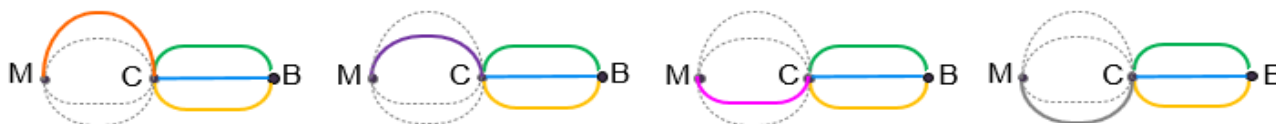
Сколькими способами мышка может продолжить свой путь после того, как добралась до сыра?

Решение

Перерисуем схему в более простом виде:



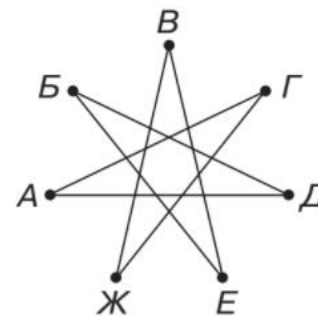
Пройдя по каждой из 4 дорожек до сыра, у мышки есть 3 возможности продолжить путь. Значит, у нее есть всего $4 \cdot 3 = 12$ способов выбора пути.



Ответ: 12 способов.

3. Город Семерка

Город Семерка стоит на 7 островах. На плане показаны пути паромного сообщения между ними. Составь схему, где эти пути не пересекаются. Определи по ней, какое наименьшее число пересадок требуется, чтобы добраться с острова А до острова В. (Паром ходит в обе стороны.)



¹ Ребро графа (связь между вершинами) может изображаться *любой линией*: как отрезком, так и кривой линией.

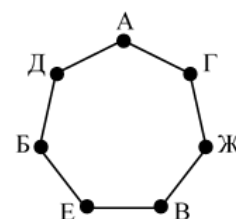
Подсказка

Расположение островов на схеме и плане может не совпадать. Сначала нарисуй любой остров и отметь на схеме те острова, с которыми он связан паромным сообщением.

Решение

Перерисуем схему так, чтобы пути не пересекались.

По схеме видно, что кратчайший путь от *A* до *B* проходит через *Г* и *Ж*, то есть понадобится 2 пересадки.



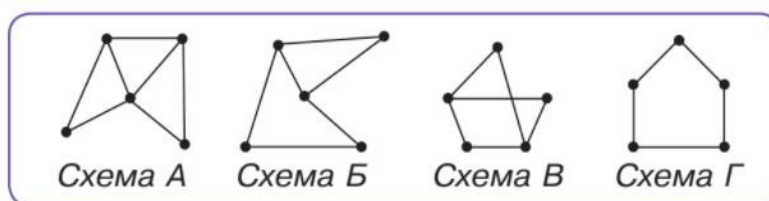
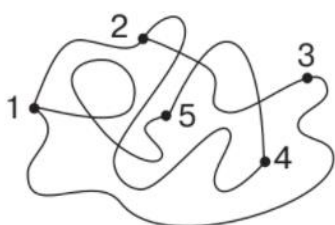
Путь к решению

Начнем перерисовывать схему, например, с острова *A*. Его «соседи» — это острова *Г* и *Д*. Остров *Г* соединен паромом еще и с городом *Ж*, изобразим его рядом так, чтобы путь к нему от *Г* не пересекал изображенные ранее пути. Продолжая такие операции, получим схему-семиугольник.

Ответ: 2 пересадки.

4. Запутанная история

У Дани пять электронных устройств, некоторые из которых соединены проводами. Однажды кот Вася решил поиграть и перепутал все провода. Даниа распутал провода так, чтобы они не пересекались. Какая схема у него могла получиться? Обведи ее. (Устройства тоже пришлось переставить.)



Подсказка

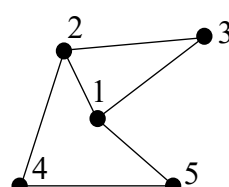
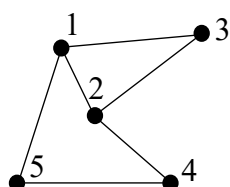
Сколько проводов выходит из каждого устройства?

Ответ: схема *Б*.

Путь к решению

На схеме *В* провода пересекаются, значит, она не подходит. Схемы *А* и *Г* тоже не подходят, так как на них не 6 проводов, как в данной, а, соответственно, 7 и 5 проводов (либо можно заметить, что на данной схеме из двух точек выходит по 3 провода, а из остальных — по 2, что не соответствует схемам *А* и *Г*). Значит, подойти может только схема *Б*.

Убедимся в том, что схема *Б* действительно подходит. Для этого пронумеруем вершины на схеме *Б* так, чтобы они соединялись как на рисунке. Начинать лучше с вершин, от которых отходит по 3 провода, таких только две: 1 и 2. Пронумеровать устройства можно двумя способами. Покажем их на рисунках и увидим, что в любом случае схема *Б* подходит.



5*. Четыре дороги

В далеком королевстве 8 замков. От каждого из них отходит по 4 дороги, но при этом любые два замка может соединять только одна дорога. Нарисуй схему дорог королевства и найди общее число дорог.

Подсказка

Попробуй взять за основу плана вершины правильного восьмиугольника (точки — это замки, а соединяющие их линии — дороги).

Решение

На рисунках представлены возможные планы королевства, на которых дороги пересекаются (рис. 1) и не пересекаются (рис. 2):

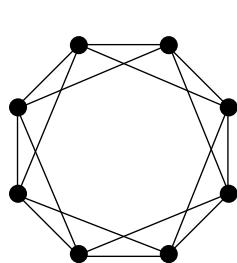


Рис. 1

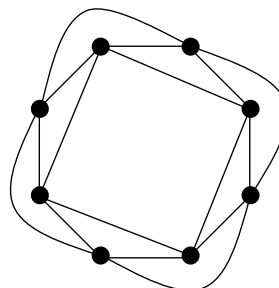


Рис. 2

Общее количество дорог можно посчитать по чертежу или вычислить. От каждого из 8 замков по условию отходит по 4 дороги. При этом каждая дорога имеет 2 конца, поэтому будет посчитана дважды. Значит, всего $(4 \cdot 8) : 2 = 16$ дорог.

Запись на доске и в пособии

Схема на рисунке. Посчитаем дороги:

$$(4 \cdot 8) : 2 = 16 \text{ дорог.}$$

Ответ: 16 дорог.

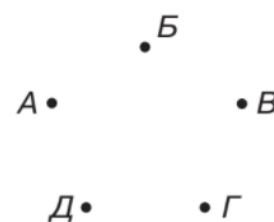
Замечание

К данной задаче можно дать дополнительное задание: предложить изобразить схему дорог так, чтобы дороги не пересекались. По такой схеме (рис. 2) легче сосчитать общее число дорог: $3 \cdot 4 + 4 = 16$ дорог.

Тренировочные задания

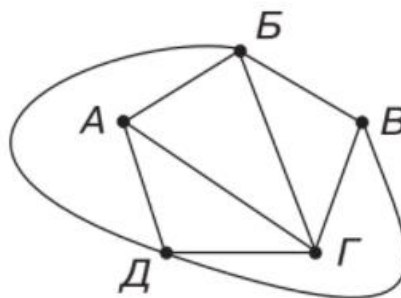
1т. Королевские дороги

Король повелел построить 5 городов — *А*, *Б*, *В*, *Г* и *Д* — и соединить их дорогами так, чтобы каждый город был соединен с каждым, и при этом дороги не пересекались. Советник доложил королю, что это невозможно: какие-то два города не будут соединены дорогой. Изобрази возможную карту дорог с учетом замечания советника.



Решение

Один из возможных вариантов показан на рисунке. Дорогой не соединены только города *А* и *В*.



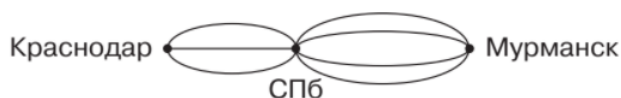
2т. Авиаперевозки

Из Краснодара до Санкт-Петербурга можно добраться на самолете тремя разными прямыми рейсами, а из Санкт-Петербурга до Мурманска — четырьмя рейсами. Сколькими способами можно выбрать авиамаршрут из Краснодара в Мурманск с пересадкой в Санкт-Петербурге?

Решение

1-й способ

Нарисуем схему перелетов. По схеме можно посчитать, что есть $3 \cdot 4 = 12$ разных способов перелета.



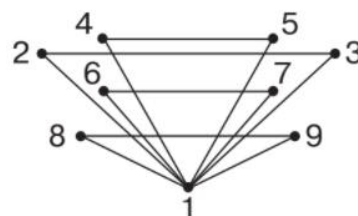
2-й способ

Для каждого рейса из Краснодара в Санкт-Петербург можно выбрать любой из четырех рейсов из Санкт-Петербурга в Мурманск. Значит, всего $3 \cdot 4 = 12$ способов.

Ответ: 12 способами.

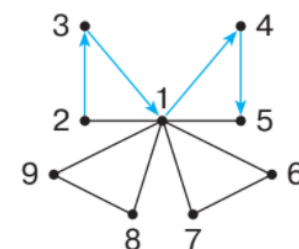
3т. Город Баттерфляй

На схеме метро в городе Баттерфляй станции обозначены цифрами. Нарисуй эту же схему так, чтобы линии метро не пересекались. Найди на этой схеме путь от станции 2 до станции 5, проходящий через как можно большее количество станций, но не проходящий ни по одной станции дважды.



Решение

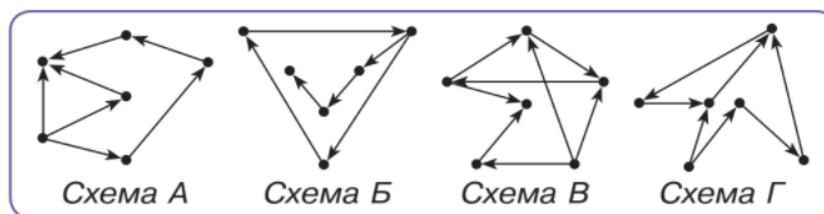
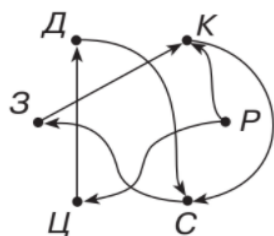
Перерисуем схему, начиная со станции 1 (она будет «центральной»). Выделим самый длинный путь: $2 \rightarrow 3 \rightarrow 1 \rightarrow 4 \rightarrow 5$. Более «длинного» пути не получится, так как для перехода на другой «лепесток» нужно проехать через станцию 1, а это можно сделать только один раз.



Ответ: путь $2 \rightarrow 3 \rightarrow 1 \rightarrow 4 \rightarrow 5$.

4т. Футбольный турнир

В турнире по футболу встречаются команды «ЦСКА», «Зенит», «Краснодар», «Динамо», «Рубин», «Спартак». Ничьих не было, а результаты прошедших матчей показаны на схеме стрелками, идущими от победителя к проигравшему. Схема получилась очень запутанной, и ее перерисовали так, чтобы стрелки не пересекались. Какая схема могла получиться? Обведи ее.



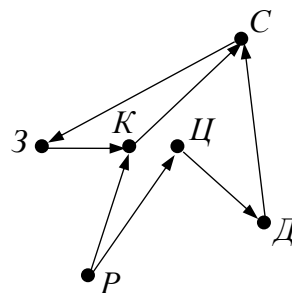
Ответ: схема Г.

Путь к решению

Сравнивая по количеству проведенных игр и выигрышей исходный рисунок со схемами, можно определить, что схемы Б и В не подходят. Так, например, в турнире прошло 7 игр, а на схемах Б и В указано соответственно 6 и 8 игр.

Занятие 9. Маршруты

На схеме *A* есть команда, которая проиграла все 3 игры, а на исходной схеме такой нет. Значит, есть единственный кандидат в возможные схемы: *Г*. Чтобы убедиться в том, что схема *Г* действительно подходит, расставим обозначения команд около соответствующих им точек (см. рис.).



5т*. Паутинка

Паучок сплел паутину, которая присоединяется к веткам в 10 местах (места соединения отмечены точками). Нарисуй узор, который у него мог получиться, если из каждой точки выходит ровно по 5 нитей. Сколько всего нитей в этой паутине?



Решение

Вариант узора — на рисунке.

1) $10 \cdot 5 = 50$ (к.) — «концов» нитей

2) $50 : 2 = 25$ (н.)

Ответ: 25 нитей.



Дополнительные задания

6. Необычный маршрут

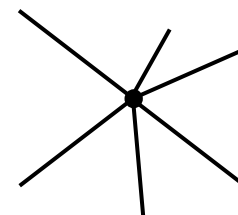
Турист по карте заметил, что может обойти 6 улиц, пройдя по каждой 2 раза, но не сможет обойти их, проходя по каждой 1 раз. Нарисуй возможную схему расположения этих улиц.

Подсказка

На одной «площади» могут сходиться сразу несколько улиц.

Решение

Эти шесть улиц могут сходиться на одной «площади». Тогда можно начать обход с площади, и проходить по каждой улице туда и обратно.



Сценарий занятия

Метапредметные цели

П

1. Уточнить этапы построения модели и его первый этап — анализ объекта.
2. Тренировать умение делать перевод текста задачи на математический язык (роли фотографа, разведчика, переводчика).
3. Актуализировать и использовать роли мыслителей в ситуациях затруднений при решении задач.
4. Тренировать умение работать с информацией: обрабатывать и структурировать ее, представлять в графическом виде.

К

Тренировать коммуникативные умения (умение работать в группе, вести диалог в позициях автора и понимающего, задавать вопросы на понимание, представлять свое решение).

Опорные знания

Прямые и кривые линии, отрезки, пересекающиеся линии.

Материалы и оборудование

На класс:

- презентация;
- таблица «Роли мыслителя»;

- эталоны «Я — актер, я — зритель»¹, «Учимся задавать вопросы»², «Правила работы в группе»³;
- лента ролей и значки ролей.

На группу: • большие бумажные листы для изображения схемы к задаче при подготовке к выступлению на сцене, маркеры (если необходимо).

У ученика: • учебное пособие на печатной основе «Математический театр 3 класс»⁴;

- черновик, тетрадь, планшетка.

Методическая справка

Продолжается работа над ролями *фотографа, разведчика, переводчика*. В ходе решения задачи-ключ у учащихся может возникнуть затруднение в построении модели. Учитель, опираясь на таблицу ролей, обращает их внимание на то, что построение модели требует, во-первых, четкой «фотографии» задачи (знания ее условий и вопроса), а во-вторых, успешной разведки (анализа задачи) — в этом и состоит первый этап построения модели.

Затем учащиеся анализируют схемы: выделяют объекты наблюдения (точки, линии), выявляют их свойства (какие точки связаны линией, а какие нет; количество линий, выходящих из одной точки; общее количество точек, линий и т.д.) и применяют для построения модели. Опора на эталоны «Этапы моделирования» и «Анализ» помогает им на данном занятии приобрести опыт неслучайного, осознанного построения модели.

Аналогичным образом **при возникновении затруднений** в решении любых задач целесообразно использовать соответствующие *ключи ролей*.

Одновременно закрепляется умение учащихся работать в группе, вести диалог в позициях *автора* и *понимающего* с опорой на эталон «Учимся задавать вопросы», представлять авторскую позицию, умение слушать выступающего и правильно задавать ему вопросы на понимание. При этом важно, чтобы учитель в своем общении с детьми сам задавал образцы грамотной коммуникации.

Ход занятия

1	2	3	4	5	6
Математическое фойе	Творческая мастерская	Сцена	Антракт	Выход на бис	Зеркало
25 мин	10 мин	25 мин	5 мин	10 мин	5 мин



1. Математическое фойе (25 мин)

— Ребята, добро пожаловать в «Математический театр»! Какие роли мыслителей вам уже довелось исполнять? (Ответы детей.)

— Сегодня как обычно, они будут вам помогать! Но сначала скажите мне, кто из вас видел звездное небо? Когда? Вам понравилось? (Ответы детей.)

¹ Данное пособие, 7_Занятие 6, часть 1 «Путешествие с числами».

² Данное пособие, 4_Игра 1 «Мастера математики».

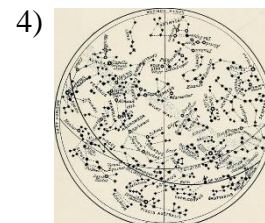
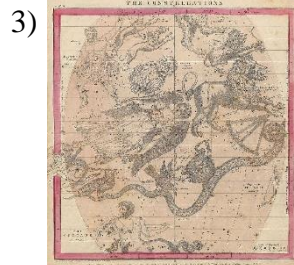
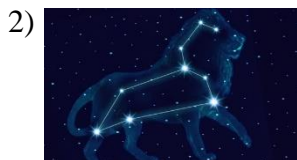
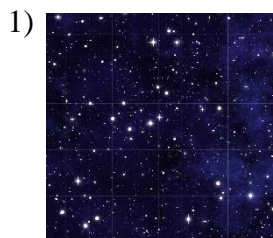
³ Мир деятельности. Методические рекомендации к надпредметному курсу. 1 класс / Под ред. Л.Г. Петерсон. — М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2018. С. 116–124.

⁴ Петерсон Л.Г. Математический театр: учебное пособие по олимпиадной математике для 3 класса / Л.Г. Петерсон, О.Н. Агаханова. — М.: Институт СДП, 2021.

С-4
С-5
С-6
С-7

▲ Учитель демонстрирует на слайде звездное небо, а затем в ходе обсуждения последовательно открывает карты звездного неба 1–4.

– Красота, таинственность звезд всегда завораживали людей. Но звезды помогают решать и практические задачи — ориентироваться во времени и пространстве. Поэтому издревле люди стремились их описать. Какие предметы вы можете вообразить, глядя на картинку (1)? (Ответы детей.)



– Вот так и в древности люди объединяли группы звезд и называли их в соответствии с образами, которые у них возникали — Большая и Малая медведица, Дракон, Лев, Козерог и т.д. (2) Из таких картинок составлялись первые карты звездного неба (3). А позже для удобства стали изображать созвездия с помощью геометрических фигур (4). Каких? (Точки и линии, которые их соединяют.)

▲ Далее учитель готовит мышление детей к решению ключевой задачи.

С-8

– Линии на схемах могут показывать связи не только звезд, но любых объектов. Вот на схеме (рис. 1) стрелками показано, кто из друзей кому вчера звонил. Как вы думаете, что означает стрелка от Димы к Тане? (Дима позвонил Тане).

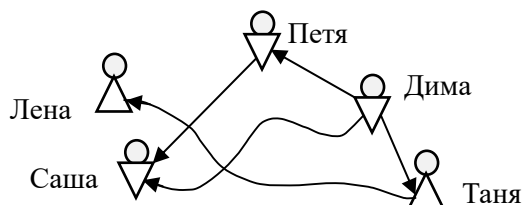


Рис. 1

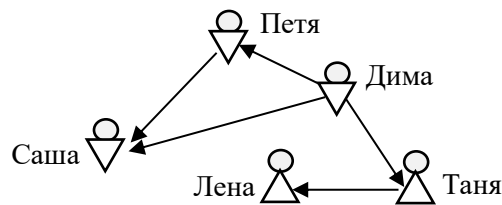


Рис. 2

– Расскажите, кто кому еще звонил? (Например, Дима звонил Пете, Петя — Саше и т.д.)

– Сколько всего было друзей? (5 друзей.) Кто позвонил трем своим друзьям? (Дима.) А кто никому не позвонил? (Лена, Саша.)

С-9

– Рассмотрите вторую схему (рис. 2). Изменился ли рассказ о том, кто кому звонил? (Нет.) А что изменилось? (Ответы детей.)

– Итак, ответы на вопросы не зависят от того, как расположены объекты на схеме, прямые линии или кривые. Какую из этих схем легче анализировать? Почему? (Вторую: на ней линии не путаются, не пересекаются.)

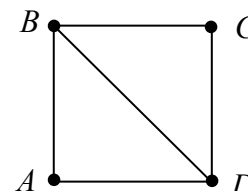
С-10

– Конечно, чем проще схема, тем легче ее анализировать. А теперь по схеме дорог между городами A , B , C и D определите, сколькими способами можно добраться из города B в город D . (3 способами: BD , BCD , BAD .)

– Почему здесь нет стрелок? (Можно ехать в обе стороны.)

– Итак, если связь односторонняя (Дима позвонил Тане), то удобно использовать стрелки, а если двусторонняя — то линии без стрелок.

– Отлично! Я вижу, что вы готовы к решению задачи-ключ. Зачем мы ее решаем? (Чтобы узнать советы для решения задач.)



С-11 **Задача-ключ**

Между некоторыми планетами Солнечной системы введено космическое сообщение. Ракеты летают между Землей и Марсом, Марсом и Венерой, Ураном и Нептуном, Нептуном и Сатурном, Сатурном и Юпитером, Юпитером и Нептуном, Сатурном и Ураном, Венерой и Землей. Можно ли добраться с Земли до Урана?

С-12 ▲ Условие задачи-ключ длинное и плохо воспринимается на слух, поэтому у детей возникнет затруднение с пониманием текста. Важно, чтобы они сами предложили вариант удобной краткой записи условия и сделали ее при повторном прочтении.

С-13 – Запомнили условие? (Нет.) Космические полеты — дело сложное. Как же нам сделать качественную фотографию такой трудной задачи?

ЗМ, МВ, УН, НС, СЮ, ЮН, ВЗ *ЗУ?*

С-15 – Итак, что известно в задаче? (...) Что надо определить? (...)

– Фотография есть! Какая роль нам будет помогать дальше? (Роль разведчика.)

С-16 – Сыграйте ее! Работая в парах, надо добыть сведения, которые помогут решить эту задачу.

▲ На обсуждение дается 1 минута, после чего дети предлагают добытые ими связи элементов задачи и идею ее решения, например:

- Некоторые из данных планет связаны путями, но не все со всеми.
- Сообщение двустороннее — летать можно и в одну, и в другую сторону.
- Чтобы ответить на вопрос задачи, нужно либо назвать путь от З к У, либо объяснить, почему такого пути нет.
- Можно построить схему, где точки — это планеты, а маршруты — линии без стрелок.

– А сколько всего в условии задачи планет? (7 планет: З, М, В, У, Н, С, Ю.)

– Отлично! С такой великолепной разведкой переводчикам будет легко построить модели. Представьте себя в роли переводчиков и постройте схемы в парах.

▲ Через 1 минуту учитель просит учеников поднять планшетки со схемами. К доске вызывается <Вася>, у которого схема (граф) не получился.

С-18 – <Вася>, сегодня тебе предстоит сыграть роль разведчика. Сколько планет-точек нам надо отметить? (7.)

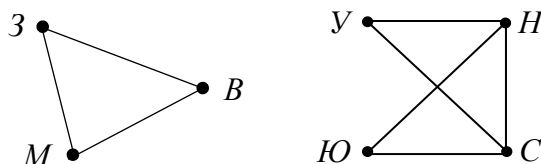
– Отметь точки и обозначь их буквами.

– Какие линии надо провести? (Отрезки или кривые линии, без стрелок.)

– Проводи маршруты и называй планеты, которые они соединяют. (З и М, М и В, У и Н, Н и С, С и Ю, Ю и Н, В и З.)

С-19 ▲ <Вася> под руководством учителя рисует на доске чертеж, остальные дети рисуют у себя и при необходимости помогают. Если схема получится неудачной, то мастер может перерисовать ее в удобном для анализа виде, например:

С-20



– Молодцы! Ребята, кто теперь сможет проанализировать схему и ответить на вопрос задачи? (Добраться с Земли до Урана нельзя.)

– Почему? (Земля и Уран не соединены линией.)

С-21 – Может быть через другие планеты как-нибудь можно долететь? (Нет, Земля связана только с Марсом и Венерой, а они ни с какими другими планетами не связаны. Значит, от Земли до Урана добраться нельзя.)

С-22 – Модели задач, на которых связи между объектами показаны стрелками и линиями, называют **графами**. Помогли вам графы для решения ключевой задачи? (Да.)

– Тогда вспомните, как вы решали сегодня задачи на графы, и заполните карточку с советами.

С-23 ▲ Учащиеся заполняют пропуски карандашом в пособии, сравнивают свои вставки с вариантом, который демонстрирует учитель, и согласовывают итоговый вариант.

Советы по составлению чертежей

1. На чертеже удобно обозначать объекты (предметы, города, людей) _____, а связи между ними (рукопожатия, дороги) — _____ или _____.
2. Если связь односторонняя (например, Коля отправил письмо Васе), то ее изображают _____, а если двухсторонняя (например, Коля и Вася обменялись рукопожатиями), то ее изображают _____.

С-23 **Советы по составлению чертежей**

1. На чертеже удобно обозначать объекты (предметы, города, людей) **точками**, а связи между ними (рукопожатия, дороги) — **стрелками** или **линиями**.
2. Если связь односторонняя (например, Коля отправил письмо Васе), то ее изображают **стрелкой**, а если двухсторонняя (например, Коля и Вася обменялись рукопожатиями), то ее изображают **линией**.

▲ В завершение, учащиеся уточняют тему занятия.

С-24 – Ребята, тема нашего занятия «Маршруты». Как его еще можно назвать? (Ответы детей.)

– Замечательно! Тогда давайте уточним тему. (Например, «Точки и кусочки: графы».)

С-25 – Какую цель вы перед собой поставите на нашем занятии? (Например, научиться решать задачи с помощью схем (графов).)

– Я приглашаю вас в Творческую мастерскую!



2. Творческая мастерская (10 мин)

С-26 Учитель распределяет задачи из раздела «Творческая мастерская» по группам в соответствии с уровнем подготовки учащихся (чем больше номер задачи, тем больше ее трудность). При этом в зависимости от ситуации в классе можно запланировать как решение в группах одной и той же задачи, так и распределить любое число задач вплоть до количества групп.

Учащиеся решают задачи, перевоплощаясь при необходимости в роли. Для выступления они готовят для представления роли фотографа, разведчика, переводчика, мастера (разные роли может исполнять один человек) и достаточно крупный и понятный чертеж своей задачи.

▲ Перед началом работы учитель проводит краткий инструктаж групп.

С-27 – Группы на сцене будут представлять роли фотографа, разведчика, переводчика и мастера (некоторые роли может играть один и тот же ученик, но учеников не менее двух от группы). Фотограф делает анализ (то есть фотографию) задачи, разведчик анализирует связи между ее элементами, переводчик рассказывает, как построена модель, а мастер представляет решение.



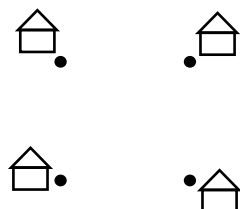
3. Сцена (25 мин)

Учащиеся представляют решения своих задач в соответствии с инструкцией учителя. При возникновении затруднения учитель помогает детям в форме подводящего диалога, опираясь на ключи ролей.

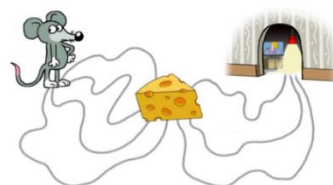
При обсуждении спектаклей диалог строится в соответствии с уточненным эталоном «Я — автор, я — понимающий».

С
29–35**1. Снежные тропинки (4 мин)**

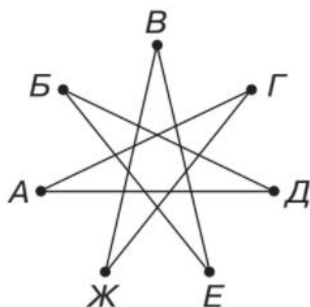
Когда выпал снег, четверо соседей решили протоптать тропинки между своими домиками так, чтобы каждые два домика соединяла тропинка, и при этом тропинки не пересекались. Как им это сделать?

**2. За сыром (4 мин)**

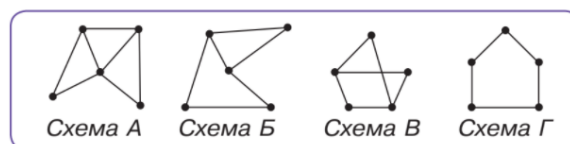
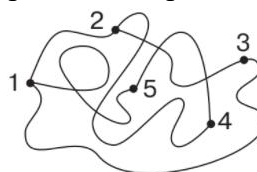
Мышка хочет сначала добраться до кусочка сыра, лежащего неподалеку, а потом — до выхода из своей норки. Сколькими способами она может это сделать? (Пути отмечены линиями.)

С
36–42С
43–49**3. Город Семерка (5 мин)**

Город Семерка стоит на 7 островах. На плане показаны пути паромного сообщения между ними. Составь схему, где эти пути не пересекаются. Определи по ней, какое наименьшее число пересадок требуется, чтобы добраться с острова А до острова В. (Паром ходит в обе стороны.)

**4. Запутанная история (5 мин)**

У Дани пять электронных устройств, некоторые из которых соединены проводами. Однажды кот Вася решил поиграть и перепутал все провода. Даниа распутал провода так, чтобы они не пересекались. Какая схема у него могла получиться? Обведи ее. (Устройства тоже пришлось переставить.)

С
50–55С
56–62**5*. Четыре дороги (7 мин)**

В далеком королевстве 8 замков. От каждого из них отходит по 4 дороги, но при этом любые два замка может соединять только одна дорога. Нарисуй схему дорог королевства и найди общее число дорог.

Представление задач завершается аплодисментами, интенсивность которых зависит от качества выступления. Учитель после каждого выступления создает ситуацию успеха для выступающих, акцентируя внимание на достижениях детей.

С–63

Учащимся, которые разыгрывали роли, вручаются значки этих ролей. Данные значки дети клеивают в пособие на поля напротив соответствующей задачи.

С–64

**4. Антракт (5 мин)**

– Ребята, понравились вам «спектакли»? Понятны ли решения задач? (Ответы детей.)

– Если бы житель другой планеты спросил вас о графах (схемах, которые мы рисовали), что бы вы ему рассказали? (Ответы детей.)

– Итак, объекты, о которых говорится в задаче, мы изображаем знаками (удобно точками), а связи между ними — линиями (прямыми или кривыми — как удобно). Уточните еще

Занятие 9. Маршруты

раз, когда линии со стрелками, а когда без стрелок. (Односторонние связи — со стрелками, а двусторонние — без стрелок.)

– Какие советы вы открыли и использовали, решая задачи в «Творческой мастерской»? (Ответы детей.)

– Теперь можно дать себе еще один совет, который мы использовали при решении задач «Город Семерка» и «Четыре дороги». Как вам было удобно расположить точки, обозначающие объекты из этих задач? (По кругу, в вершинах многоугольника.)

С–65

– Запишите в тетради еще один совет.

Точки, обозначающие объекты, бывает удобно расположить на схеме **по кругу (в вершинах многоугольника)**.

– Готовы к выходу на бис?

С–66
С–67
С–68



5. Выход на бис (10 мин)

На данном этапе учащиеся выбирают для работы 1–2 задания по желанию, самостоятельно выполняют их и проверяют решение по подробному образцу на с. 132 пособия.

– Ребята, кому удалось правильно решить хотя бы одну задачу? Отлично!

– Какие задачи вы выбрали? (Ответы детей.)

▲ **Учителю на заметку.** Важно особенно отметить детей, которые выбрали более трудные задачи: «О! Это трудная задача! Ценно!».

– А кому удалось получить удовольствие от своего решения?

– Круто! Удовольствие от решенной задачи гораздо сильнее, чем от любой компьютерной игры! Но до этого удовольствия гораздо труднее подрасти. Поздравляю!

С–69



6. Зеркало (5 мин)

Учитель организует рефлексию работы учащихся на занятии. Итоги рефлексии ученики фиксируют в пособии.

– Какую цель вы сегодня ставили на занятии? Достигли ли вы ее?

С–70

– Какая задача вам показалась самой красивой? Самой легкой? Самой трудной? Отметьте значками в пособии.

– Какие личные победы в решении задач вы сегодня одержали? Кто хочет о них рассказать?

– Какой совет себе самому хотите дать? Запишите в разделе «Выводы».

– Удалось ли в группе слаженно работать? Что особенно понравилось? Над чем еще надо работать?

– Расскажите, какие роли помогли вам лучше понять решение задач?




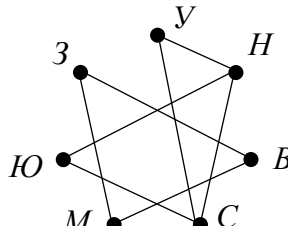
▲ Учитель награждает детей значками соответствующих ролей, которые они приклеивают на полях слева от задачи.

– В какой позиции вы работали с ролями мыслителей при разборе задач: с позиции автора или понимающего?



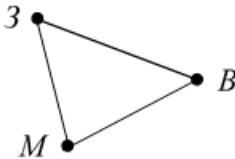
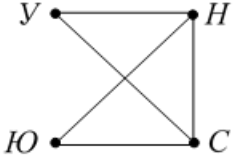

– Какая позиция для вас, пока, более сложная?

– Свои успехи в исполнении этих ролей отметьте красной буквой А и синей буквой П.

Разбор ключевой задачи с помощью метода ролей

Задача. Между некоторыми планетами Солнечной системы введено космическое сообщение. Ракеты летают между Землей и Марсом, Марсом и Венерой, Ураном и Нептуном, Нептуном и Сатурном, Сатурном и Юпитером, Юпитером и Нептуном, Сатурном и Ураном, Венерой и Землей. Можно ли добраться с Земли до Урана?		
Роль	Ключи	Исполнение роли учителем и учениками
ФОТОГРАФ 	КАРТИНКА	Варианты детей, например: 1) Я представляю себя разглядывающим фантастическую схему космических маршрутов между планетами Солнечной системы. 2) Я представляю себе планеты, а между ними летит космический корабль.
	УСЛОВИЕ, ВОПРОС (ТРЕБОВАНИЕ)	Условие: между некоторыми планетами установлены космические пути — ЗМ, МВ, УН, НС, СЮ, ЮН, СУ, ВЗ. Вопрос: можно ли построить путь от Земли до Урана (ЗУ)?
РАЗВЕДЧИК 	ВЗАИМОСВЯЗИ	1) Всего 7 планет: Земля, Марс, Венера, Уран, Нептун, Сатурн, Юпитер ¹ . 2) Некоторые из них связаны путями, но не все со всеми. 3) Летать можно и в одну, и в другую сторону (сообщение двустороннее). 4) Чтобы ответить на вопрос задачи, нужно либо назвать путь от Земли до Урана, либо объяснить, почему такого пути нет.
	ИДЕИ, ПРЕДПОЛОЖЕНИЯ	По записи условия маршруты между планетами неудобно анализировать. Можно начать с того, чтобы понятно изобразить все планеты и связи между ними с помощью схемы (графа).
ПЕРЕВОДЧИК 	МОДЕЛЬ (известная или своя)	1) Планеты на схеме (графе) изобразим точками (кружочками, звездочками, треугольниками и т.д.). 2) Располагать их можно как угодно, но так, чтобы было удобно решать задачу. 3) На схеме (графе) рядом с точками удобно подписать первые буквы названий планет. 4) Поскольку летать можно в обе стороны, то связи (пути) между планетами обозначим линиями без стрелок. Вариант модели: <div style="text-align: center;">  </div>
НАВИГАТОР	ПРАВИЛА, СВОЙСТВА, ПОДХОД	Нужно по схеме (графу) перебирать все возможные пути, ведущие от Земли, и либо назвать путь от Земли до Урана, либо убедиться, что такого пути нет.

¹ Можно при разборе задачи обратить внимание детей на то, что это все планеты Солнечной системы, кроме Меркурия. А в 2016 году астрономы объявили о возможной девятой планете.

	ПЛАН РЕШЕНИЯ	1) Перерисовывать граф в удобном для анализа виде (при необходимости). 2) Перебрать все пути, ведущие от Земли. 3) Назвать путь от Земли до Урана, либо доказать, что такого пути нет.
МАСТЕР 	РЕШЕНИЕ, ОФОРМЛЕНИЕ	1) Перерисовываем граф в удобном для анализа виде (при необходимости). 2) По графу установить, что от Земли можно добраться только до Марса и Венеры. 3) По условию, ни одна из этих трех планет не связана ни с какими другими. Значит, добраться с Земли до Урана нельзя. <i>Вариант записи решения:</i> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;">   </div> <p><i>З связана только с М и В, а они не связаны ни с какими другими. Значит, путь от З к У построить нельзя.</i></p> <p>Ответ: нет.</p>
ЭКСПЕРТ 	ПРОВЕРКА РЕШЕНИЯ И ОТВЕТ ВЫВОДЫ¹	Нужно проверить, что на схеме изображены все планеты и связи, данные в условии. Ответ: нет. – Какие выводы вы сделали при решении задачи-ключ? <ul style="list-style-type: none"> • Для решения задач про связи между объектами (пути, маршруты, игры) удобно использовать схемы (графы), где объекты изображены точками, а связи между ними — линиями. • Точки можно располагать произвольно, но так, чтобы схема была как можно проще. • Линии могут быть как прямыми, так и кривыми, со стрелками (если связь односторонняя) и без них (если связь двусторонняя). • Связи удобнее считать, когда линии не пересекаются. – Проигрывание каких ролей вам помогло в решении задач? (...)

¹ Для помощи учащимся при работе с этим ключом, учитель при необходимости задает наводящие вопросы, отвечая на которые дети учатся делать выводы по решению задачи.