

## Международный флешмоб по математике

### «Задача дня»

#### 4 класс

##### ШАШКИ

У Маши была клетчатая доска  $3 \times 10$  (см. рисунок). Она поставила на вторую горизонталь доски, начиная с клетки  $a2$ , подряд несколько шашек. Затем каждую третью шашку в получившемся ряду Маша передвинула на одну клетку вверх. Потом каждую вторую из оставшихся на 2-й горизонтали шашек она передвинула на 1 клетку вниз. В итоге на 2-й горизонтали остались стоять 3 шашки. Нарисуй, как могли стоять все шашки в конце. Найди **как можно больше** вариантов.

(\*) Попробуй объяснить, почему других вариантов нет.

3										
2										
1										
	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j

##### РАЗБОР ЗАДАНИЯ

Существует **3 возможных начальных расстановки шашек**. Приведём **два варианта рассуждения**, которые позволяют найти их все и доказать, что других нет.

**Внимание!** Ход рассуждений ученика может отличаться от изложенных ниже. От школьников не требуется описывать ход решения первой части задачи (составления примеров расстановки шашек). Однако при решении второй части задания (доказательстве, что нет других вариантов), требуется развёрнутый ответ.

##### 1. Выделим элементарные условия и требования задачи.

###### Элементарные условия задачи.

- 1) Дана клетчатая доска размерами  $3 \times 10$ . Её горизонтали пронумерованы цифрами от 1 до 3, а вертикали обозначены буквами латинского алфавита от  $a$  до  $j$ .
- 2) На 2-й горизонтали, начиная с клетки  $a2$ , стоят **подряд** несколько шашек.
- 3) Шашки сдвигали два раза. В первый раз каждую третью (считая от левого края доски) шашку сдвинули на одну клетку вверх, то есть на 3-ю горизонталь. Во второй раз каждую вторую из оставшихся на 2-й горизонтали шашек сдвинули на 1 клетку вниз (то есть на 1-ю горизонталь).
- 4) После двух сдвигов на исходной (2-й) горизонтали осталось 3 шашки.

###### Требования задачи.

- 1) Придумать и нарисовать как можно больше подходящих вариантов итоговой расстановки шашек.
- 2) Объяснить, почему других вариантов итоговой расстановки не существует.

## 2. Проведем анализ условий и требований задачи.

В условиях задачи описан алгоритм сдвига шашек, по которому из некоторой неизвестной изначальной расстановки шашек через несколько действий была получена какая-то другая (конечная) расстановка.

## 3. Первый способ рассуждения.

Заполним изначально шашками всю 2-ю горизонталь и проведём указанные в задаче действия.

3									
2	Ш	Ш	Ш	Ш	Ш	Ш	Ш	Ш	Ш
1									
	a	b	c	d	e	f	g	h	i

Передвинем каждую третью шашку на одну клетку вверх.

3			Ш			Ш			Ш	
2	Ш	Ш		Ш	Ш		Ш	Ш		Ш
1										
	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j

Передвинем теперь каждую вторую шашку из оставшихся на 2-й горизонтали вниз на одну клетку.

3			Ш			Ш			Ш	
2	Ш			Ш			Ш			Ш
1		Ш			Ш			Ш		
	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j

Далее заметим, что если на доске изначально было меньше 10 шашек, то, чтобы получить их итоговую расстановку, достаточно обрезать имеющийся рисунок до соответствующего количества клеток в горизонтали.

Вариант с десятью шашками не подходит, так как тогда на 2-й горизонтали остаётся 4 шашки, а должно быть 3. Варианты с девятью, восемью и семью шашками подходят (см. рис. 1, 2, 3). Варианты с количеством шашек меньшим семи не подходят, так как тогда на 2-й горизонтали останется меньше трёх шашек.

3			Ш			Ш			Ш	
2	Ш			Ш			Ш			Ш
1		Ш			Ш			Ш		
	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j

Рис. 1

3			Ш			Ш				
2	Ш			Ш			Ш			
1		Ш			Ш			Ш		
	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j

Рис. 2

3			Ш			Ш				
2	Ш			Ш			Ш			
1		Ш			Ш					
	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j

Рис. 3

Таким образом, **возможны всего три варианта**<sup>1</sup> итоговой расстановки шашек.

#### 4. Второй способ рассуждения.

Воспользуемся методом «анализ с конца». Восстанавливать изначальное расположение шашек можно «с конца», то есть производя обратные действия.

##### 4.1. Анализ.

В алгоритме сдвига шашек было два шага: «сдвинуть каждую третью шашку вверх» и «сдвинуть каждую вторую из оставшихся шашек вниз». Значит, чтобы восстановить исходное положение, можно сначала восстановить расстановку шашек перед вторым шагом, а затем восстановить положение шашек перед первым шагом (то есть изначальное).

Заметим, что с помощью предъявляемого «обратного алгоритма» можно доказать отсутствие других вариантов изначальной расстановки шашек.

##### 4.2. Узнаем, как могли стоять шашки до второго сдвига.

Так как сдвигалась каждая вторая шашка, то оставшиеся после всех сдвигов на 2-й горизонтали три шашки имели до сдвига номера 1, 3, 5. Значит в ряду точно были 2-я и 4-я шашки, и, возможно, в конце стояла 6-я шашка. Таким образом, перед последним сдвигом на 2-й горизонтали стояло 5 или 6 шашек.

##### 4.3. Определим, как могли стоять шашки до первого сдвига, то есть изначальное.

Если после первого сдвига на исходной горизонтали осталось **5 шашек**, то, так как сдвигалась каждая третья шашка, оставшиеся пять шашек имели до сдвига номера 1, 2, 4, 5, 7. Тогда ещё были 3-я и 6-я шашки, и, таким образом, изначальное в ряду стояло **7 шашек**. Итоговое положение шашек для этого случая — на рис. 1.

Если же после первой перестановки на исходном ряду осталось **6 шашек**, то они имели номера 1, 2, 4, 5, 7, 8. Значит точно были 3-я и 6-я шашки, и, возможно, в конце стояла 9-я шашка. Таким образом, изначальное в ряду стояло **8 или 9 шашек**. Их положение после перестановок изображено на рис. 2 и рис. 3.

**Желаем успехов!**

**Делитесь своими фотографиями и видеороликами в соцсетях!**

<sup>1</sup> Если ученик решил, что шашки считаются при сдвиге **справа налево** (то есть в первый раз передвинули каждую третью шашку, считая с самой правой), то нужно помочь ему проверить свои примеры.