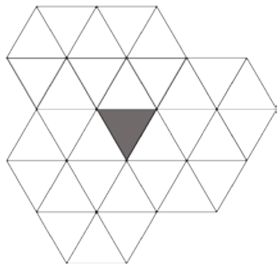
# Международный флешмоб по математике
# «Задача дня»
# 3 класс

## РАЗРЕЖЬ ПОП-ИТ

Разрежь поп-ит с дыркой посередине по линиям треугольной сетки на 6 одинаковых фигур. Придумай как можно больше вариантов, отличающихся формой частей. Если фигуры совпадают при перевороте, то варианты считаются одинаковыми.



## РАЗБОР ЗАДАНИЯ

Существует 4 способа разрезания. Приведём рассуждение, которое позволяет найти их все и доказать, что других нет.

**Внимание!** Ход рассуждений ученика может отличаться от изложенного ниже. От учеников не требуется доказательство того, что других способов разрезания нет.

### 1. Выделим элементарные условия и требования задачи.

Элементарные условия задачи.

1) Дана фигура, состоящая из одинаковых треугольников.
2) Нужно разрезать данную фигуру по линиям сетки на 6 фигур несколькими способами.
3) Все получившиеся при разрезании части должны быть равными (то есть совпадать при наложении).
4) Если фигуры в двух вариантах разрезания совпадают при перевороте, такие варианты считаются одинаковыми.

Требования задачи.

Придумать как можно больше подходящих вариантов разрезания.

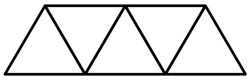
### 2. Проведем анализ условий и требований задачи.

1) Посчитаем количество треугольников в исходной фигуре — их 30. Так как по условию необходимо разделить фигуру на шесть равных фигур, то количество треугольников в частях должно совпадать. Можно вычислить количество треугольников в каждой части: 30 : 6 = 5 (тр.).
2) Также должны совпадать формы частей.
3) Чтобы получались «целые» фигуры, треугольники должны быть соединены сторонами.

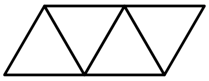
### 3. Посмотрим, какие фигуры, составленные из 5 треугольников, соединённых сторонами, могли получиться при разрезании.

Так как нужно найти все возможные варианты фигур, то воспользуемся **методом перебора** вариантов.

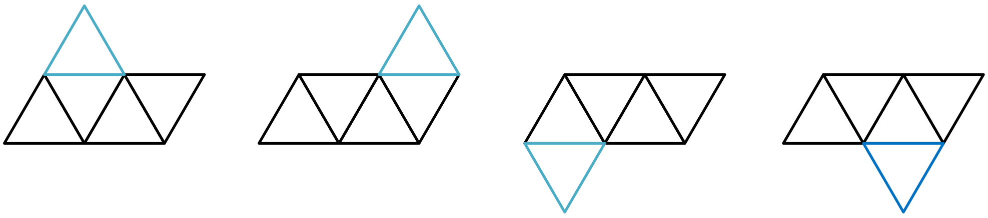
1) Сначала рассмотрим все фигуры, в которых 5 треугольников идут в одну линию. Существует единственная такая фигура (будем называть их фигурами 1-го типа):



2) Теперь рассмотрим все фигуры, в которых только 4 треугольника идут в одну линию. В основе всех этих фигур есть такая:



При этом пятый треугольник не присоединяется ни к левой, ни к правой стороне основы. Получаются следующие варианты:

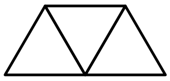


А Б В Г

Заметим, что фигуры А и Г, Б и В совпадают при наложении, значит, они равны.

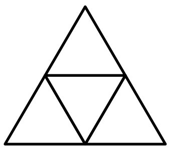
Будем называть их фигурами 2-го (А, Г) и 3-го (Б, В) типов соответственно.

3) Далее рассмотрим все фигуры, в которых только 3 треугольника идут в одну линию. В основе всех этих фигур есть такая:

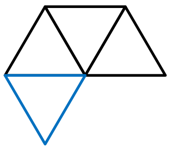


При этом треугольники не могут присоединяться к левой и правой сторонам основы. Разберем возникающие варианты.

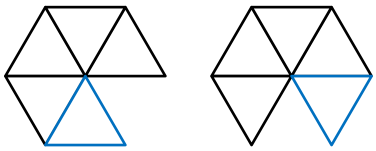
3.1) Пусть к верхней стороне основы присоединен треугольник. Заметим, что тогда пятый треугольник разместить не получится, так как иначе образуется линия из 4 треугольников.



3.2) Пусть к верхней стороне основы не присоединен треугольник. Значит, он присоединен к одной из двух нижних сторон (с точностью до поворота неважно, к какой):



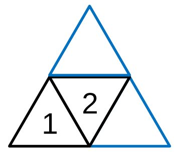
Пятый треугольник может быть присоединен только к правой стороне синего треугольника или ко второй нижней стороне исходного треугольника (иначе образуется линия из 4 треугольников):



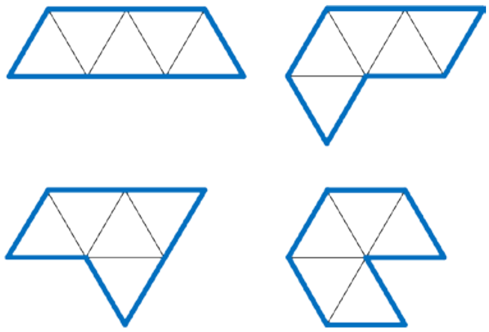
Таким образом, получаются фигуры, которые будем называть фигурами 4-го типа.

4) Докажем теперь, что в любой фигуре из 5 треугольников, связанных сторонами, найдется линия из хотя бы 3 треугольников.

Рассмотрим любой треугольник фигуры. Он должен быть соединен стороной хотя бы с еще одним треугольником. Если изначальный треугольник соединен сторонами с двумя другими, то в фигуре уже нашлась линия из 3 треугольников.




Если же первый треугольник был соединен ровно с одним вторым треугольником, то второй треугольник должен быть соединен с некоторым третьим треугольником. И этот третий треугольник обязательно окажется в одной линии с первыми двумя. Значит, в любой фигуре есть линия из хотя бы трех треугольников, и перебор вариантов полный. Поэтому существуют фигуры только типов 1, 2, 3, 4.

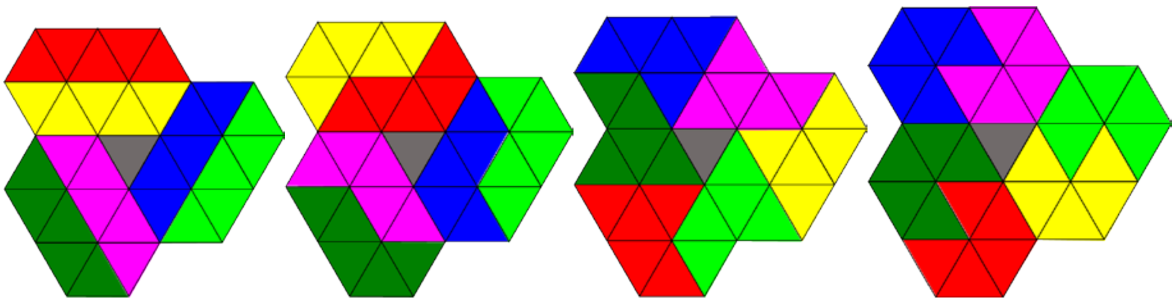


Тип 1 Тип 2

Тип 3 Тип 4

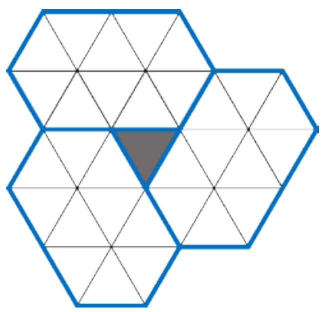
Все остальные фигуры получаются из этих с помощью поворотов и/или переворотов.

## 4. Приведём примеры для каждого из найденных типов фигур.

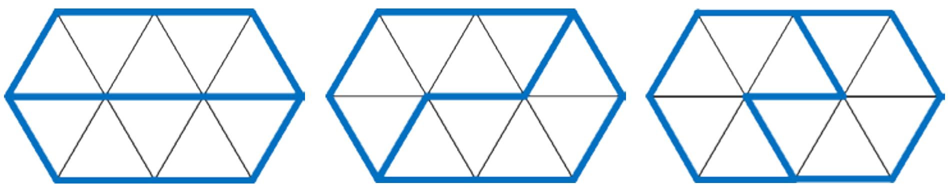


Тип 1 Тип 2 Тип 3 Тип 4

**Замечание.** Разрезание на фигуры 1-го, 2-го и 4-го типов легко построить, если заметить, что поп-ит можно разрезать на три равных шестиугольника (см. рис. справа). Каждый из этих шестиугольников далее можно разделить на две равные части (типов 1, 2 или 4).



Те же разрезания можно получить и рассуждая «наоборот»: заметить, что из двух фигур 1-го, 2-го или 4-го типов можно сложить шестиугольник:



**Желаем успехов!**

**Делитесь своими фотографиями и видеороликами в соцсетях!**