ПРОБЛЕМЫ ОЛИМПИАДНОЙ ПОДГОТОВКИ ПО МАТЕМАТИКЕ УЧАЩИХСЯ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ШКОЛ И ПУТИ ИХ РЕШЕНИЯ В СИСТЕМЕ «УЧУСЬ УЧИТЬСЯ»

PROBLEMS OF OLYMPIAD TRAINING IN MATHEMATICS OF SECONDARY SCHOOL STUDENTS AND WAYS TO SOLVE THEM IN THE «LEARNING TO LEARN» SYSTEM

DOI: 10.47639/0130-9358_2022_6_3

Л.Г. Петерсон, д.пед.н., проф.,
petersonlg@mail.ru,
О.Н. Агаханова,
agakhanova@phystech.edu;
НОУ ДПО «Институт системно-деятельностной педагогики», Москва

L.G. Peterson, Dr.Sci. (Pedagogy), Prof.,
petersonlg@mail.ru,
O.N. Agakhanova,
agakhanova@phystech.edu;
NOU DPO Institute of System-activity Pedagogy, Moscow

Аннотация: в статье описаны проблемы современной олимпиадной подготовки учащихся 1–9 классов общеобразовательной школы и пути их решения в рамках нового курса «Олимпиадная математика» системы «Учусь учиться» (Л.Г. Петерсон). Изложены методологические основы и ключевые инструменты данного курса – принципы обучения, закон рефлексивной самоорганизации (РСО), технология деятельностного метода (ТДМ), технология «Математический театр», метод ролей. Показано, как метод ролей позволяет выращивать у детей общие интеллектуальные способности к решению любых нестандартных задач, приведены конкретные примеры практической реализации нового педагогического инструментария

Abstract: the article describes the problems of modern Olympiad training of students of grades 1–9 of a secondary school and ways to solve them within the framework of the new course «Olympiad Mathematics» of the «Learning to learn» system (L.G. Peterson). The methodological foundations and key tools of this course are outlined – the principles of teaching, the law of reflexive self-organization (RSO), the technology of the activity method (TDM), the «Mathematical Theater» technology, the role method. It is shown how the role method allows students to develop general intellectual abilities to solve any non-standard tasks, and specific examples of the practical implementation of new pedagogical tools are given

Ключевые слова: олимпиадная математика, система «Учусь учиться» (Л.Г. Петерсон), рефлексивная самоорганизации (РСО), технология деятельностного метода (ТДМ), театрализация, коммуникация, метод ролей

Keywords: olympiad mathematics, «Learning to learn» system (L.G. Peterson), reflexive self-organization (RSO), activity method technology (TDM), theatricalization, communication, role method

Математические олимпиады в настоящее время принято считать элитным направлением: в них вовлечено ограниченное число школьников, чаще всего из математических или профильных классов. При этом мощный ресурс олимпиадной математики как эффективного инструмента интеллектуального и личностного развития детей в массовой школе используется недостаточно.

Олимпиадные задачи – это, как правило, нестандартные задачи, поэтому для их решения недостаточно просто применить изученные знания. Это всегда пусть маленькое, но открытие, позволяющее пережить радость творчества и удовольствие от интеллектуальной деятельности. Решение олимпиадных задач развивает у *каждого* ребёнка умение не бояться трудностей, воображение и творческие способности, глубину и гибкость мышления, самостоятельность и трудолюбие, повышает интерес к математике и уровень знаний по математике. Поэтому вовлечение в олимпиадную математику полезно *для всех* учеников: математически одарённые дети в творческой доброжелательной среде смогут полнее реализовать свой потенциал, а все остальные – развить свои математические способности и успешнее учиться.

Между тем, можно выделить целый ряд проблем, создающих препятствия для привлечения в олимпиадную среду учащихся массовой школы, таких как недостаточная мотивация школьников к участию в олимпиадном движении, «оторванность» олимпиадной математики от основного школьного курса, недостаточная системность олимпиадной подготовки, отсутствие преемственности между разными уровнями образования.

Для решения проблем развития детей средствами олимпиадной подготовки по математике в системе «Учусь учиться» разрабатывается курс «Олимпиадная математика», рассчитанный на учащихся 1–9 классов общеобразовательной школы. **Концептуальная идея** курса состоит в том, чтобы: 1) разработать педагогический инструментарий для учителей 1–9 классов (содержание, технологии, методики, методическое обеспечение), ориентированный на повышение мотивации учащихся и вовлечение их в самостоятельную математическую деятельность, 2) организовать обучение и методическое сопровождение педагогов и, за счёт этого, 3) повысить качество олимпиадной подготовки по математике и математического образования в целом.

Целью данного курса является интеллектуальное и личностное развитие школьников средствами непрерывной олимпиадной подготовки по математике на основе системно-деятельностного подхода.

В качестве **методологической основы** реализации поставленной цели были выбраны следующие принципы:

1) ***Принцип развития***, который состоит в том, что олимпиадная подготовка должна быть нацелена, прежде всего, на создание условий для всестороннего развития мышления и личностных качеств каждого ученика, а не ограничиваться тренингом в освоении методов решения олимпиадных задач. Суть этого принципа можно кратко выразить тезисом: *«развитие средствами олимпиадной математики каждого ученика».*

2) ***Принцип «выращивания»*** состоит в совмещении, с одной стороны, внутренней активности ученика, его целенаправленных попыток раскрыть и реализовать свой потенциал, а с другой, – внешней организации этой активности со стороны учителя в рамках той же цели [1, с. 503].

3) ***Принцип успешности*** состоит в акцентировке на успешность, то есть в создании такой среды, где к ошибке относятся как к ступеньке роста, а не поводу для огорчения и порицания, где ценится и поддерживается успех каждого ученика относительно себя, независимо от начального уровня его подготовки и математических способностей.

Основными особенностями курса «Олимпиадная математика» являются:

1) системность и непрерывность олимпиадной подготовки с 1 по 9 класс (на уровне принципов, технологий, содержания и методик), её достаточная полнота;

2) мотивация и вовлечение учащихся в самостоятельную математическую деятельность на основе системно-деятельностного подхода;

3) выращивание общеучебных интеллектуальных умений, необходимых для решения олимпиадных задач: умения эффективно преодолевать трудности, владение общими подходами к решению нестандартных задач;

4) создание творческой, эмоционально окрашенной образовательной среды, где каждый ученик имеет возможность добиться успеха;

5) создание единого пространства урока и внеурочной деятельности (синхронизация с непрерывным курсом математики «Учусь учиться» для 1–9 классов и системой математических олимпиад ВсОШ);

6) широкое методическое обеспечение (программа, учебные пособия, методические рекомендации по организации занятий в технологии «Математический театр», сценарии занятий с подробными решениями, презентациями, раздаточными и демонстрационными материалами);

7) методическая поддержка учителей в рамках Инновационной методической сети (ИМС) «Учусь учиться» (консультации, курсы, сетевые события с демонстрацией открытых занятий, творческие лаборатории и др.).

Каждая из перечисленных особенностей положительным образом влияет на качество олимпиадной подготовки учащихся и обеспечивается педагогическими инструментами системы «Учусь учиться» (метод рефлексивной самоорганизации, технология деятельностного метода (ТДМ), система дидактических принципов, метод ролей, технология «Математический театр»).

Ключевым отличием курса «Олимпиадная математика» в сравнении с другими курсами, разработанными в данной области, является опора на общую теорию деятельности ММПК [1], что позволяет не случайным образом технологически оснастить педагогов практическими инструментами решения актуальных проблем подготовки к математическим олимпиадам: вовлечение детей в самостоятельную математическую деятельность, развитие мотивации, познавательных процессов, творческого потенциала личности, индивидуальный темп продвижения и эмоциональная поддержка каждого ребёнка в условиях разноуровневого обучения, системность и непрерывность олимпиадной подготовки в начальной и основной школе, единое пространство реализации системно-деятельностного подхода на уроках и во внеурочной деятельности. Благодаря этому у детей открывается возможность осваивать не только содержание олимпиадной подготовки на уровне своего максимума, но и развивать общие интеллектуальные способности к решению нестандартных задач, что жизненно важно для каждого ученика.

Содержание курса «Олимпиадная математика» соотнесено с содержанием непрерывного курса математики «Учусь учиться» для начальной и основной школы 1–9 (авторы Л.Г. Петерсон, Н.Х. Агаханов, Г.В. Дорофеев и др.), но может использоваться и в школах, работающих по другим программам математики. Курс строился с опорой на золотой фонд олимпиадной литературы и проверенные временем методы и приёмы решения олимпиадных задач по математике.

В курсе выделены 3 этапа олимпиадной подготовки учащихся, учитывающие возрастные особенности их личностного развития.

I этап – *мотивационный*
(подготовительный) (1–2 классы).

Основной целью этапа является формирование мотивации к решению нестандартных математических задач на основе механизма «надо» – «хочу» – «могу».

На данном этапе реализуется проект «Задача дня». Детям систематически предлагаются нестандартные математические задачи в зоне их ближайшего развития («надо») и создается ситуация успеха, которая всегда вызывает радостные чувства и эмоции («хочу»). В результате удовлетворяются базисные потребности детей в безопасности, общении и поддержке, накапливается опыт решения нестандартных задач, готовится мышление и снимается страх перед новым и незнакомым («могу»). Здесь же происходит первое знакомство детей с коммуникативными ролями автора и понимающего и ролями мыслителя, решающего задачу. Все роли построены на основе метода рефлексивной самоорганизации (РСО).

II этап – *ознакомительный*
(3–6 классы).

Основной задачей этапа является знакомство учащихся с базовыми подходами, методами и приёмами решения олимпиадных задач в соответствии с содержанием курса «Олимпиадная математика», а также формирование первичного опыта применения этих методов.

Технология «Математический театр», позволяет создать в классе творческую среду, где выращиваются уважение и признание достижений каждого ученика, устойчивая познавательная мотивация, вера в себя. Роли мыслителя, которые дети постепенно осваивают, дают возможность овнешнить внутренние мыслительные действия по решению нестандартных интеллектуальных задач, сделать их доступными для детей с разными типами мышления и за счет этого – вовлечь более широкий круг учащихся в олимпиадное движение.

III этап – *практический*
(7–9 классы).

На данном этапе увеличивается доля самостоятельности учащихся в применении РСО при решении олимпиадных задач [2, с. 95]. Продолжается отработка базовых приёмов и методов олимпиадной математики, но основной задачей становится освоение общих подходов к решению нестандартных задач, применение их к решению более сложных, «многоходовых» задач и переход к самостоятельной разработке новых способов.

Использование технологии «Математический театр» помогает поддерживать в классе творческую среду, окрашенную позитивными эмоциями. При этом роли мыслителя, овнешняющие умственные действия при решении нестандартных задач, постепенно переходят во внутренний план, их исполнение автоматизируется и становится прочной базой не только самостоятельного применения новых подходов к решению задач, но и самостоятельного поиска (например, появляются задачи на дополнительные построения в геометрии, где недостаточно «знать», а нужно «увидеть» новый, неожиданный способ решения).

Соответственно коллективные и групповые формы достижения успеха в решении олимпиадных задач всё чаще дополняются индивидуальными. Всё это отвечает потребностям детей в познании, открытии, созидании, порождает важное для их познавательной мотивации интеллектуальное удовольствие и уважение к достижениям (своим и других).

Таким образом, в результате прохождения этих трёх ступеней открывается возможность не только повысить уровень олимпиадной и общей математической подготовки школьников, но и создать в классе среду уважения к успеху и стремления к успеху, поддержать психологическое здоровье детей и их личностный рост к наивысшим уровням развития.

За счёт чего и как это происходит?

Ключевым инструментом, обеспечивающим реализацию *принципа развития* в курсе «Олимпиадная математика», является методологический закон РСО (ММК и ММПК). РСО – это процесс, в котором происходит развитие человека посредством «правильного» (эффективного) преодоления затруднений. Суть закона РСО состоит в том, что в ситуации затруднения следует направить свои эмоциональные и интеллектуальные ресурсы на выявление причины, которая мешает двигаться вперёд, и её целенаправленно устранить [5, с. 33].

Рефлексивная самоорганизация, мини-цикл (РСО, рис. 1)

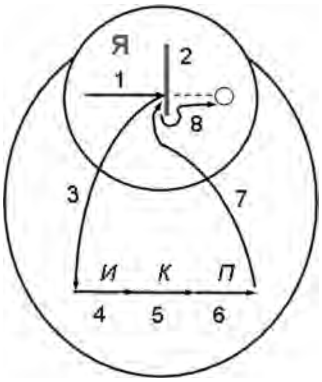


Рис. 1

1. Признаю **моё** затруднение в достижении цели, спокойно к нему отношусь.
2. Фиксирую его в форме: «**Я пока не могу** (решить данную конкретную задачу)».
3. Начинаю думать.
4. Анализирую ситуацию (*Исследование*).
5. Нахожу **причину** затруднения (*Критика*).
6. Придумываю способ преодоления затруднения (*Проект*).
7. Начинаю действовать.
8. Реализую проект и достигаю цели.

Метод РСО положен в основу технологии деятельностного метода Л.Г. Петерсон (ТДМ), реализованной в непрерывном курсе математики «Учусь учиться» [6]. Из схемы, приведённой ниже, видно, что при работе в ТДМ учащиеся на каждом уроке проходят мини-цикл РСО (этапы 2–5), а значит, учатся действовать в нестандартной ситуации, эффективно преодолевать трудности, тренируют свои *soft skills*. При этом они глубоко и прочно усваивают математические знания за счёт развития мотивации и системного прохождения всех этапов формирования умственных действий (П.Я. Гальперин), которые также заложены в ТДМ [14, с. 52–58].

Технология деятельностного метода Л.Г. Петерсон (ТДМ, рис. 2)

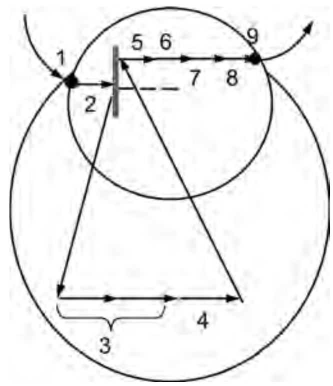


Рис. 2

1. Мотивация к учебной деятельности.
2. Актуализация и *фиксирование индивидуального затруднения в пробном действии.*

3. *Выявление места и причины затруднения.*

4. *Построение проекта выхода из затруднения.*

5. *Реализация построенного проекта.*

6. Первичное закрепление с проговариванием в громкой речи.

7. Самостоятельная работа с самопроверкой.

8. Включение в систему знаний и повторение.

9. Рефлексия учебной деятельности.

(Курсивом выделены этапы, позволяющие ученику пройти полный цикл РСО.)

В олимпиадной подготовке важны и способность ребёнка не бояться нового задания, не встречавшегося ранее, и его рефлексивные умения, и качественное усвоение способов решения олимпиадных задач.

Однако в отличие от уроков в школе, где учащиеся открывают новое практически всегда под руководством учителя, а затем уже сами тренируются в применении новых знаний на аналогичных заданиях, в олимпиадной математике от них, как правило, требуется самостоятельно придумывать новые приёмы решений. Для того чтобы самим придумать новое, детям необходимо применить инструмент РСО, который им трудно освоить в абстрактном виде в силу возрастных особенностей. Встает вопрос: как им его передать?

С этой целью разработан *метод ролей*, который каждому мыслительному действию в РСО сопоставляет знакомый детям жизненный образ, помогающий им «расшифровать», упорядочить и «присвоить» соответствующие мыслительные действия. При этом был выбран расширенный цикл РСО для случая решения нестандартной интеллектуальной задачи [5, с. 38].

РСО, расширенный цикл

(«4 доски», рис. 3)

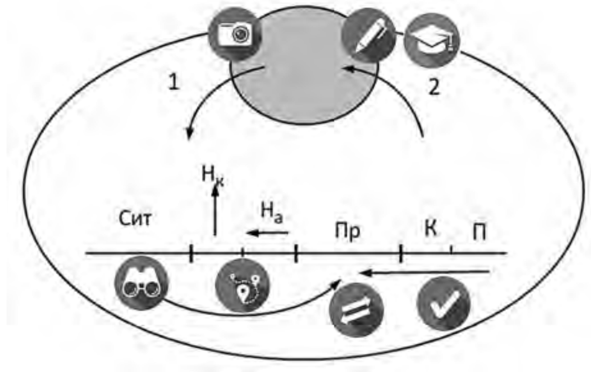


Рис. 3

1 – *выход из действия, в котором возникло затруднение;* Сит – *ситуационная реконструкция и анализ прошедшего действия;* К, П – *построение концепции* (К) *«случая» на базе имеющегося аппарата понятий и категорий* (П) *и с учётом результатов ситуационного анализа;* Пр – *использование построенной концепции для проблематизации прошлого опыта;* $Н_а$ – *использование концепции и знания проблемы для построения абстрактной нормы («стратегии»);* $Н_к$ – *конкретизация абстрактной нормы деятельности («тактика»);* 2 – *возврат в действие.*

Действительно, для того чтобы грамотно зафиксировать своё затруднение при решении нестандартной задачи, ученик должен, прежде всего, прочитать текст, «погрузиться» в описанную ситуацию и точно определить условие и вопрос задачи. Чтобы сделать понятным для учащихся это внутреннее мыслительное действие, «овнешнить» его, оно соотносится с образом *фотографа*, который на фотографии точно отображает реальную картинку ( – стрелка 1).

Далее ученику необходимо провести

анализ описанной в задаче ситуации, выявить связи между условиями и требованиями, которые определил фотограф, и понять, в каком направлении двигаться, какие из имеющихся знаний помогут построить модель. Для перевода этих мыслительных действий во внешний план используется образ *разведчика* (– Сит), который, с одной стороны, устанавливает взаимосвязи между элементами задачи, а с другой, высказывает идеи и предположения о последующем выборе или создании модели.

Поиск решения задачи начинается с построения модели, то есть «перевода» текста задачи на математический язык (при этом может быть использована известная модель, либо построена новая – своя собственная). Мыслительные шаги по построению математической модели осуществляет *переводчик* (– Пр). Его миссия состоит в том, чтобы в наглядной (графической, знаковой, табличной) форме показать условия и вопрос задачи, а также все существенные взаимосвязи между её элементами. Таким образом, поиск решения выводится на уровень: «знаю что, но не знаю как» (проблематизация). В ходе построения модели переводчик определяет, какие знания из имеющихся в арсенале у учащихся (К, П), помогут проложить путь к решению задачи.

Далее *навигатор* (– $Н_а$, $Н_к$) определяет общий подход к решению задачи, уточняет ключевые факты из теоретической базы (определения, свойства, теоремы), которые будут использоваться для решения, и на их основании выстраивает план решения.

Осуществляет этот план и аккуратно, грамотно, понятно для других записывает решение *мастер* (– стрелка 2). В завершение *эксперт*, опираясь на критерии (– К, П), проверяет правильность решения. *Магистр* (– РСО) самим проводит рефлексию решения, отвечая на вопросы:

- Что получилось?
- Что можно было улучшить?
- Какие выводы можно сделать?

Роли мыслителя вводятся на отдельном, специально отведённом для этого занятии (с учётом возрастных особенностей детей). Полученные ключи ролей (средства, помогающие ученику в достижении целей соответствующей роли) фиксируются в таблице (Приложение), которую дети могут использовать её в дальнейшем при решении задач (подготовке «спектаклей»).

Продемонстрируем, как метод ролей может помочь при решении нестандартной задачи по теме «Маршруты» курса «Олимпиадная математика» [16, с. 46].

Задача. «Между некоторыми планетами Солнечной системы введено космическое сообщение. Ракеты летают между Землей и Марсом, Марсом и Венерой, Ураном и Нептуном, Нептуном и Сатурном, Сатурном и Юпитером, Юпитером и Нептуном, Сатурном и Ураном, Венерой и Землей. Можно ли добраться с Земли до Урана?»

Работа по решению любой задачи начинается с анализа её текста в роли *фотографа*. Вначале фотограф представляет картинку («фотографию») этой задачи, её образ в целом, а затем фиксирует условие и вопрос (требование) задачи.

Роль	Ключи	Исполнение роли учителем и учениками
ФОТОГРАФ	КАРТИНКА	Варианты детей, например: 1) Я представляю себя разглядывающим фантастическую схему космических маршрутов между планетами Солнечной системы. 2) Я представляю себе планеты, а между ними летит космический корабль.
	УСЛОВИЕ, ВОПРОС (ТРЕБОВАНИЕ)	***Условие:*** между некоторыми планетами установлены космические пути – ЗМ, МВ, УН, НС, СЮ, ЮН, СУ, ВЗ. ***Вопрос:*** можно ли построить путь от Земли до Урана (ЗУ)?

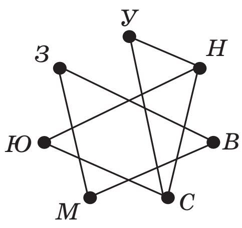
В отличие от стандартного шага алгоритма решения задач – «Внимательно прочитай задачу, назови условие и вопрос», – который не вызывает у детей никаких ассоциаций и эмоций, образ фотографа обращает их к своему личному опыту, будит воображение и ориентирует на создание «картинки» задачи. С другой стороны, этот образ выводит во внешний план внутреннюю мыслительную процедуру, которую им нужно осуществить: с «фотографической» точностью запечатлеть в сознании каждый элемент задачи, выделить её условие и вопрос для того, чтобы создать возможность анализа задачи.

Аналогичным образом все остальные роли «мыслителя» помогают ученику продвигаться по шагам РСО, а учитель как «режиссёр» занятия направляет это движение.

Наиболее важные и трудные этапы решения задачи, особенно нестандартной, – это этапы её анализа и построения математической модели, которая, отбрасывая всё несущественное, описывает взаимосвязи между всеми элементами задачи в удобной для восприятия и поиска решения форме («переводит» содержание задачи на математический язык). Соответственно, функции анализа задачи передаются *разведчику*, а функции построения её математической модели – *переводчику*.

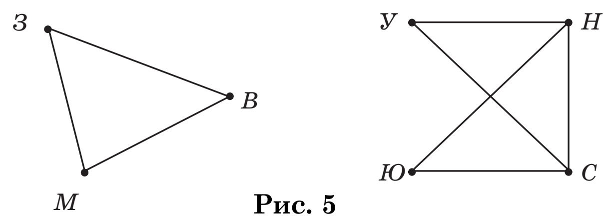
Для того чтобы подготовить мышление детей к самостоятельному решению новых задач, в сценариях занятий предусмотрен этап актуализации знаний. Так, на занятии по теме «Маршруты» дети вспоминают, как можно изобразить связи на схемах, а вариант исполнения ими ролей разведчика и переводчика под руководством учителя может быть следующим.

РАЗВЕДЧИК	ВЗАИМОСВЯЗИ	1) Всего 7 планет: Земля, Марс, Венера, Уран, Нептун, Сатурн, Юпитер. 2) Некоторые из них связаны путями, но не все со всеми. 3) Летать можно и в одну, и в другую сторону (сообщение двустороннее). 4) Чтобы ответить на вопрос задачи, нужно либо назвать путь от Земли до Урана, либо объяснить, почему такого пути нет.
	ИДЕИ, ПРЕДПОЛОЖЕНИЯ	По записи условия маршруты между планетами анализировать неудобно. Можно начать с того, чтобы понятно изобразить все планеты и связи между ними с помощью схемы (графа).

ПЕРЕВОД- ЧИК	МОДЕЛЬ (известная или своя)	1) Планеты на схеме (графе) изобразим точками (кружочками, звёздочками, треугольниками и т.д.). 2) Располагать их можно как угодно, но так, чтобы было удобно решать задачу. 3) На схеме (графе) рядом с точками удобно подписать первые буквы названий планет. 4) Поскольку летать можно в обе стороны, то связи (пути) между планетами обозначим линиями без стрелок. Вариант модели:  **Рис. 4**

На основе построенной схемы определяется общий подход к решению задачи и строится план решения.

Эти функции выполняет *навигатор*, а затем построенный план реализует *мастер*.

НАВИГАТОР	ПРАВИЛА, СВОЙСТВА, ПОДХОД	Нужно по схеме (графу) перебирать все возможные пути, ведущие от Земли, и либо назвать путь от Земли до Урана, либо убедиться, что такого пути нет.
	ПЛАН РЕШЕНИЯ	1) Перерисовывать граф в удобном для анализа виде (при необходимости). 2) Перебрать все пути, ведущие от Земли. 3) Назвать путь от Земли до Урана либо доказать, что такого пути нет.
МАСТЕР	РЕШЕНИЕ, ОФОРМЛЕНИЕ	1) Перерисовываем граф в удобном для анализа виде.  **Рис. 5** 2) По графу устанавливаем, что от Земли можно добраться только до Марса и Венеры. 3) По условию, ни одна из этих трёх планет не связана ни с какими другими. Значит, добраться с Земли до Урана нельзя. *Вариант записи решения:* *З* связана только с *М* и *В*, а они не связаны ни с какими другими. Значит, путь от *З* к *У* построить нельзя. О т в е т: нет.

Итоговое решение проверяется *экспертом*, а *магистр* делает выводы из решения задачи.

При этом важно отметить, что как в подготовке, так и в исполнении под руководством учителя-«режиссёра» в каждой роли мыслителя активно участвует не только «артист» на сцене, но и все его партнёры по спектаклю – «артисты»-ученики в классе.

ЭКСПЕРТ	ПРОВЕРКА РЕШЕНИЯ И ОТВЕТ	Нужно проверить, что на схеме изображены все планеты и связи, данные в условии. Ответ: нет.
МАГИСТР	ВЫВОДЫ	• Для решения задач про связи между объектами (пути, маршруты, игры) удобно использовать схемы (графы), где объекты изображены точками, а связи между ними – линиями. • Точки можно располагать произвольно, но так, чтобы схема была как можно проще. • Линии могут быть как прямыми, так и кривыми, со стрелками (если связь односторонняя) и без них (если связь двусторонняя). • Связи удобнее считать, когда линии не пересекаются.

Таким образом, использование метода ролей позволяет учащимся погрузиться в решение задачи, а учителю – лучше подготовиться к работе с возможными затруднениями, которые могут появиться на любом этапе решения нестандартной задачи.

Дополнительно к ролям мыслителя вводятся **роли коммуникативного взаимодействия**, ведь умение работать в команде, кратко и чётко излагать свои мысли, слушать и слышать других, адекватно понимать их высказывания, согласовывать свою позицию с другими необходимы сегодня в любом деле. При работе по курсу «Математический театр» учащиеся имеют возможность систематически тренироваться в исполнении коммуникативных ролей *автора*, *понимающего*, *критика* и *организатора*, которые описаны в схеме коммуникации ММПК [1, с. 281–282].

По инициативе и желанию детей и учителя на занятиях можно использовать в мотивационных целях ролевые ситуации, переносясь в разные страны, временные периоды, литературные произведения и кинофильмы – это не является целью «театрализации» в рамках курса, но при условии интереса и желания детей может работать на их внешнюю мотивацию.

Метод ролей реализован в *технологии «Математический театр»*, которая является модификацией ТДМ для развития интеллектуальных способностей школьников в ходе освоения олимпиадной математики. Одновременно данная технология помогает детям освоить рефлексивный метод преодоления трудностей и стратегии решения нестандартных математических задач, включает творческий эмоциональный компонент через ролевую игру, перевоплощение, командную работу, соревновательность, переживание радости побед.

Каждое отдельное занятие в этой технологии – это постановка нового спектакля, у которого есть своё название (тема занятия), сценаристы (учитель и авторский коллектив проекта), сценарий (задачи, которые предстоит решить), режиссёр (учитель). Ученики выступают во всех ролях – они и актёры, и зрители, но при этом сценаристы и режиссёры своих выступлений, в ходе которых они представляют построенные ими решения задач.

«Математический театр» – это своеобразный спектакль-форум, элементами которого являются мини-спектакли детей.

Технология «Математический театр»

ЭТАП 1. ***Математическое фойе***

Обычно в театральном фойе зрители погружаются в атмосферу театра и внутренне готовятся к спектаклю. В Математическом фойе также идет подготовительная работа. При этом учащиеся проходят этапы 1–5 ТДМ.

Занятие начинается с мотивации к учебной деятельности на основе механизма «надо» – «хочу» – «могу». Чтобы заинтересовать учеников, учитель в течение 1–3 минут погружает их в тему занятия с помощью ситуации, побуждающей повторить ранее изученный материал, который подготовит их к освоению / открытию нового знания.

Затем учащиеся знакомятся с новыми приёмами и способами решения олимпиадных задач. Учитель предлагает **ключевую задачу** – это новая для школьников задача по теме занятия, которая помогает вывести «советы» (содержательный ориентир для решения задач, включенных в занятие).

Ключевая задача решается под руководством учителя, при этом в ходе её решения может использоваться как подводящий диалог, так и организация самостоятельных открытий детей на основе РСО. Если в ходе решения ключевой задачи возникает затруднение, используется метод ролей: роли мыслителя переводят внутренние мыслительные действия во внешний план и таким образом помогают учащимся найти путь решения.

В завершение дети обобщают свои действия и фиксируют собственные версии «совета» карандашом в учебном пособии (этот шаг важен, так как он пробуждает в учениках желание узнать, как правильно). После озвучивания и согласования версий, дети аккуратно дописывают в пособии «совет» ручкой, а затем на основе этого формулируют *тему* и *цель* занятия.

ЭТАП 2. ***Творческая мастерская***

Представлению спектакля на сцене театра предшествует творческая работа группы актёров под руководством режиссёра. На репетициях актёры осваивают новые роли, приёмы и техники, совершенствуют своё мастерство перевоплощения, размышляют, фантазируют.

В Творческой мастерской школьники распределяются в группы по 4–6 человек (актёрские группы), каждой из которых предлагается свой сценарий – олимпиадная задача из данного раздела, по уровню соответствующая уровню подготовки группы.

В течение 4–5 минут группы пытаются самостоятельно выполнить полученное задание, распределяясь по ролям. При этом они могут пользоваться подсказками или обратиться за помощью к учителю. Решение дети фиксируют на черновиках и готовят его представление на сцене «Математического театра».

ЭТАП 3. ***Сцена***

Каждая группа («актёры») представляет свой мини-спектакль (вариант решения) перед всеми участниками («зрителями»). На сцену может выйти один артист («моноспектакль») или несколько (спектакль разыгрывается «по ролям»).

Перед тем как представить решение, актёр должен дать зрителям некоторое время на знакомство с задачей: пересказать условие, начертить схему, чтобы каждый участник «спектакля» качественно сыграл роль фотографа – «погрузился» в условие задачи, сделал его «своим».

Задача актёра (или актёров) – донести до зрителей суть содержания и решения своей задачи. Возможно, он расскажет, какие вопросы себе ставил.

Задача зрителей – просмотреть спектакль, не перебивая актёра, вникнуть и понять предлагаемый способ решения.

Если несколько групп решали одну и ту же задачу, то после выступления первой группы участники каждой из остальных уточняют решение методом дополнения (не представляя его заново, а уточняя какой-то элемент: формулировку условия и вопроса, построенную модель, способ решения и проверки, ответ и т.д.). При этом зрители могут задать актерам в коммуникативной форме вопросы на понимание («Правильно ли я понял(а), что ...?»). Таким образом, учащиеся получают ценный опыт выступлений, презентации своих идей и их обсуждения в форме коммуникативного взаимодействия.

Представленное решение уточняется (если оно не получено, отыскивается) с помощью подводящего диалога. Возможность ответа предоставляется сначала членам группы / групп, решавших данную задачу, а если потребуется, – всем участникам. Разбираются разные варианты решения, согласованный способ учитель фиксирует на доске, а дети аккуратно записывают ручкой. Так они постепенно создают для себя «умный решебник», который поможет им при подготовке к математическим соревнованиям разных уровней.

По окончании спектакля звучат аплодисменты как знак признания (в случае успеха выступления) или поддержки (в случае неудачи). А если спектакль восхитил и впечатлил зрителей, то могут звучать даже возгласы «браво!».

ЭТАП 4. *Антракт*

Данный этап является аналогом этапа 6 уроков в ТДМ – первичное закрепление с проговариванием во внешней речи, – необходимой ступени прочного усвоения знаний (П.Я. Гальперин).

Учитель просит школьников проговорить вслух в группах приёмы решения задач по выбранной теме, которые они открыли и научились применять.

После этого он с помощью подводящего диалога проводит рефлексию решения задач, фиксирует достижения учащихся и то, что можно улучшить. Постепенно, по мере взросления детей, проведение рефлексии решения переходит к учащимся, выступающим в роли магистра.

В завершение учитель подводит итог всех выступлений и создаёт в классе ситуацию успеха, которую также можно сопроводить аплодисментами в поддержку позитивных результатов, полученных на занятии.

ЭТАП 5. *Выход на бис*

Все дети получают возможность выступить «на бис» – выбрать себе для тренинга 1–2 задания, аналогичных решённым на занятии, а затем проверить себя по решению, приведённому в пособии.

Данный этап соответствует этапу 7 уроков в ТДМ – самостоятельная работа с самопроверкой по эталону, – где новое знание переходит у учащихся во внутренний план, что является необходимым этапом процесса его формирования усвоения (П.Я. Гальперин).

ЭТАП 6. ***Зеркало***

Это этап рефлексии деятельности на занятии. Чтобы побудить детей провести самоанализ своей работы, учитель предлагает вопросы:

– Какую цель вы сегодня ставили на занятии? Достигли ли вы этой цели?
– Что нового узнали? Чему научились?
– Какие задачи получились? Какие нет?
– Какие задачи показались сложными? Какие понравились?
– Какие роли помогли вам лучше понять решение задач?
– Кто в ходе представления задач был в роли автора, понимающего? Какая из этих ролей вам больше нравится?
– Довольны ли своей работой? Как можно её улучшить?
– Какие личные победы сегодня удалось одержать? Кто хочет о них рассказать?
– С каким настроением вы сегодня решали задачи? Нарисуйте своё отражение в зеркале.
– Определите своё отношение к решённым задачам с помощью согласованных значков («царская», «легкая», «сложная», «красивая» и т. д.).

За кулисами

В этом разделе для детей, которые работают быстрее и, решив все задания на занятии, хотят потренироваться дома, предлагаются дополнительные задания, как правило, более высокого уровня сложности.

Итак, при работе в технологии «Математический театр» учащиеся на системной основе осваивают стратегии, методы и приёмы решения олимпиадных задач по математике, учатся не бояться трудностей, преодолевать их на основе метода РСО, работать в команде. Вводимые роли переводят внутренние мыслительные действия по решению любых нестандартных задач на уровень знакомых детям жизненных образов, помогают им грамотно работать с текстами, наполняют процесс решения олимпиадных математических задач соревновательностью и позитивными эмоциями.

Использование технологии «Математический театр» требует создания в классе образовательной среды, основанной на перечисленных выше методологических принципах *развития*, *выращивания* и *успешности*, а также на дидактических принципах деятельностного метода: *психологической комфортности*, *деятельности*, *минимакса*, *вариативности*, *творчества*. Для их конкретизации можно использовать аналогию интереса детей к компьютерным играм. Почему дети с азартом играют порой в сложнейшие компьютерные игры, а трудности решения математических задач их вдохновляют далеко не всегда?

На наш взгляд, это связано с тем, что в компьютерные игры дети играют по собственному желанию и выбору, их никто не заставляет; у них есть право на ошибку, никто не ругает их за то, что им не удалось перейти на более высокий уровень, они добиваются этого сами в своём индивидуальном темпе, и это рождает у каждого позитивные эмоции от самостоятельно одержанной победы. Значимыми для детей факторами являются похвала, поощрение за успешные шаги, уважительное отношение сверстников и друзей к игровым успехам друг друга.

Для формирования у учащихся интереса к решению олимпиадных задач можно использовать аналогичные **правила**:

1) *Не заставлять, а вдохновлять*, дать ребёнку право выбора.

2) *Исключить порицание* – дать право на ошибку, уважительно относиться к любой версии ученика, фиксировать его успехи, а не неудачи (например, ученик заметил важное обстоятельство, законо-

мерность, впервые предложил собственную версию и пр.).

3) *Предлагаемые задачи должны быть разноуровневыми* – каждому должна предлагаться задача в зоне его ближайшего развития, что позволит организовать площадку для самостоятельных проб детьми своих сил и создания ситуации успеха.

4) *Создать систему фиксации успехов и награждений детей* (*уровней / статусов*) – подобно тем, которые используют в компьютерных играх.

5) *Сделать успехи в решении «задач дня» значимыми событиями класса и семьи каждого ученика* – удовлетворение потребностей в признании является необходимой ступенью личностного роста каждого ребёнка и важным мотивирующим фактором.

Данные и другие правила, которые может ввести учитель, основываясь на перечисленных выше принципах, должны запустить механизм выращивания у школьников интереса к решению нестандартных задач по математике. На первых порах у детей нередко возникает лишь внешний, «спортивный» интерес, но он может помочь каждому ребёнку развить своё мышление, испытать радость озарения (я смог, я добился, у меня получилось!), обрести веру в себя, привить вкус к решению математических задач ради получения удовольствия уже от самого процесса решения, наработать инструментарий, который станет основой возникновения «внутренней» мотивации.

В этом процессе перехода от внешней мотивации к внутренней, который продолжается на всех этапах обучения, принципиально важна доброжелательность, создание творческой среды, умение замечать успехи каждого ученика, их моральная поддержка в случае удачи и особенно неудачи, социализация – признание значимости достигнутых результатов в решении олимпиадных задач другими учениками класса, учителями, родителями. Поэтому система поощрений должна быть видимой для окружающих – систематически отражаться на стенде или сайте класса, в сообщениях родителям (например, в чатах сети Интернет) и т.д., это есть мощнейший мотиватор для детей.

Оценивание результатов в курсе «Олимпиадной математики» происходит **в логике достижений** – не только математических, но и личностных, «относительно себя». При этом для каждого следующего шага ребёнку необходимо предпринять определённые усилия, проявить терпение, трудолюбие, но трудность должна быть преодолимой. Обсуждаются вопросы: «Что получилось?», «Что вызвало затруднение?», «Чему научился, решая (разбирая) задачу?», «Что пожелаю себе?», «За что могу похвалить себя, других?». Учитель организует в классе ситуацию взаимной поддержки и совместного переживания радости победы, которая, как и в настоящем театре, может выражаться аплодисментами.

Текущий контроль по данному курсу осуществляется в течение всего учебного года. При оценивании работ следует исходить из того, что основной целью подведения итогов в рамках курса «Олимпиадная математика» является формирование положительной мотивации учащихся к решению математических задач. Поэтому обязательным является соблюдение следующих требований:

1) Фиксируются только достижения, а относительно неудач проводится рефлексия и намечается план коррекции.

2) Акцент в оценивании смещается на *САМОоценку* детьми своих достижений: ежедневно в проекте «Задача дня» и /

или один раз в неделю в курсе «Математический театр».

3) При подведении итогов следует учитывать не только результат, но и вложенные учеником усилия, а также динамику результатов относительно себя.

4) По результатам психологического тестирования качеств личности никакие отметки не выставляются.

Уровень освоения учащимися той или иной темы учитель может выявить в ходе предложенных в курсе математических игр.

Основным показателем результативности проводимой работы по курсу «Олимпиадная математика» является возрастание познавательной мотивации учащихся, их участие и результаты в математических олимпиадах разного уровня (в том числе, в обучающей «Олимпиаде Петерсон»), повышение качества знаний по школьному курсу математики.

Содержание курса «Олимпиадная математика» согласовано с содержанием непрерывного курса математики «Учусь учиться» для 1–9 классов школы и структурировано в 21 тематическую линию. Эти линии непрерывно развиваются с 1 по 9 класс, достаточно полно представляют традиции олимпиадной подготовки и углубляют знания школьной программы по математике.

В настоящее время опубликована программа курса, разрабатывается методическое обеспечение курса «Математический театр» – учебные пособия для учащихся 3–9 классов (ступени I–VII), методические рекомендации и сценарии занятий для учителей, презентации к занятиям, демонстрационные и раздаточные материалы. Изучение I ступени курса может начаться не только в 3 классе, но и позже – в 4, 5, 6 классах. Содержание нестандартных математических задач интересно и полезно учащимся любого возраста, а учебный план можно скорректировать за счет увеличения числа занятий в неделю.

Пособия всех ступеней состоят из *разделов*, которые удобны для реализации технологии «Математический театр» (МТ). Внутри каждого занятия выделены подразделы: «Советы» – приёмы и способы решения задач по изучаемой теме с пропусками для заполнения учащимися, «Творческая мастерская» – олимпиадные задания для открытий; «Выход на бис» – аналогичные задания для тренинга; «Зеркало» – пространство для рефлексии своей деятельности на занятии; «За кулисами» – олимпиадные задания повышенной трудности по данной теме. Кроме того, имеются разделы: «Игры» – для повторения и тренинга изученного; «Советы» – полные версии, с помощью которых дети уточняют версии; «Подсказки», которые дают учащимся направление для поиска решения заданий «Творческой мастерской»; «Варианты ответов» – к заданиям «Творческой мастерской» и «За кулисами»; «Варианты решений и ответов» к заданиям раздела «Выход на бис».

Однако методическое обеспечение разработано так, что его удобно использовать учителю, работающему любым методом и в любой технологии – математическое содержание с полным разбором решений выделено отдельными блоками. Независимо от выбранного метода главная задача взрослого – создать атмосферу уважения и взаимной поддержки, научить детей не бояться трудностей, спокойно и конструктивно относиться к своим ошибкам и неудачам, верить в себя и добиваться успеха. Как отмечал В.А. Сухомлинский, «Успех в учении – единственный источник внутренних сил ребёнка, рождающий энергию для преодоления трудностей, желания учиться» [4, с. 84].

На данный момент прошли апробацию с убедительными результатами учебные пособия «Математический театр» для 3–5 классов. Кроме программы, опубликовано пособие для 3 класса, а пособия для 4–5 классов готовятся к печати. Методические рекомендации ко всем занятиям вместе с разработанными для них презентациями, демонстрационными и раздаточными материалами по мере их создания выкладываются на сайтах www.sch2000.ru, http://peterson.institute/.

Список источников

1. *Анисимов О.С.* Методологический словарь для стратегов. Т. 1 / О.С. Анисимов. – М.: Энциклопедия управленческих знаний, 2004.

2. *Анисимов О.С.* Гегель: мышление и развитие (путь к культуре мышления). – М.: Агро-Вестник, АМБ-агро, 2000.

3. *Венгер Л.А.* Педагогика способностей. – М.: Знание, 1973.

4. *Сухомлинский В.А.* Собрание сочинений в 5 томах. Т. 4. – Киев: Радянська школа, 1979.

5. *Петерсон Л.Г.* Система и структура учебной деятельности в контексте современной методологии. Монография. / Л.Г. Петерсон, Ю.В. Агапов, М.А. Кубышева и др. – М.: Институт СДП, 2018.

6. *Петерсон Л.Г.* Деятельностный метод обучения: построение непрерывной сферы образования. Монография / Л.Г. Петерсон, М.А. Кубышева и др. – М.: АПК и ППРО, 2007.

7. Рабочая концепция одарённости: Федеральная целевая программа «Одарённые дети» / Под ред. Д.Б. Богоявленской, В.Д. Шадрикова. – М.: Министерство образования РФ, 2003. (http://narfu.ru/school/deti_konchep.pdf).

8. *Хинчин А.Я.* О воспитательном эффекте уроков математики // Математика в школе. – 1962. – № 3. – С. 30–40.

9. *Гнеденко Б.В.* Развитие мышления и речи при изучении математики // Математика в школе. – 1991. – № 4. – С. 3–9.

10. *Гингулис Э.Ж.* Развитие математических способностей учащихся // Математика в школе. – 1990. – № 1. – С. 14–17.

11. *Агаханов Н.Х.* Средовой подход как условие развития математически одарённых школьников / Н. Х. Агаханов // Вестник ТГПУ. – 2013. – № 1 (129). – С. 120–124.

12. *Мелик-Пашаев А.А.* Проявление одарённости как норма развития // Психологическая наука и образование. – 2014. – Т. 19. – № 4. – С. 15–21.

13. *Петерсон Л.Г.*, *Абатурова В.В.*, *Кубышева М.А.* Система «выращивания» одаренности школьников: методологический аспект и практика. – Профильная школа. – 2016. – № 2. – С. 6–22.

14. *Петерсон Л.Г.*, *Кубышева М.А.* Как научить учиться: технология деятельностного метода в системе непрерывного образования (детский сад – школа – вуз) // Педагогическое образование и наука. – 2014. – № 2. – С. 52–58.

15. *Петерсон Л.Г.*, *Агаханова О.Н.* Программа курса внеурочной деятельности «Олимпиадная математика». 1–9 классы / Подготовка учащихся общеобразовательных школ к решению нестандартных задач. – М.: Институт СДП, 2022.

16. *Петерсон Л.Г.*, *Агаханова О.Н.* Математический театр: учебное пособие по олимпиадной математике для 3 класса (ступень I). – М.: Институт СДП, 2021. (https://www.sch2000.ru/lessons/math_theatre/, занятие 9.)

Приложение

КЛЮЧИ РОЛЕЙ МЫСЛИТЕЛЯ

Ключ роли мыслителя (при решении задачи) – средство, помогающее ученику в достижении целей данной роли.

Роль	Ключи	Содержание ключей
ФОТОГРАФ	КАРТИНКА	Образ, возникающий при чтении текста задачи, который помогает погрузиться в задачу. Этот образ позволяет сделать задачу своей, принять её, стать её субъектом (участником, а не внешним наблюдателем). У каждого ребёнка – своя картинка
	УСЛОВИЕ, ВОПРОС (ТРЕБОВАНИЕ)	Выписанные в явном виде отдельные элементы условия задачи. Вопрос(ы), требование(я) задачи
РАЗВЕДЧИК	ВЗАИМОСВЯЗИ	Описание связей между определёнными фотографом условиями и требованиями задачи. Анализ вопроса (требования) задачи (если он необходим)
	ИДЕИ, ПРЕДПОЛОЖЕНИЯ	Соотнесение анализа текста задачи с имеющимся опытом для последующего выбора или создания модели
ПЕРЕВОДЧИК	МОДЕЛЬ (известная или своя)	Математическая модель задачи
НАВИГАТОР	ПРАВИЛА, СВОЙСТВА, ПОДХОД	Описание эталонов – ключевых определений, правил, свойств, алгоритмов и т.д., которые используются для решения задачи. (Если дети правильно найдут эталон, то учитель в завершение обобщает их высказывания и описывает общий путь, способ решения. А если эталона найти не удалось, то учитель подводит детей к описанию возможного пути решения.)
	ПЛАН РЕШЕНИЯ	План решения задачи
МАСТЕР	РЕШЕНИЕ, ОФОРМЛЕНИЕ	Описание решения задачи и его запись (аккуратная, краткая, понятная, грамотная)
ЭКСПЕРТ	ПРОВЕРКА РЕШЕНИЯ И ОТВЕТ	Проверка решения задачи
	ВЫВОДЫ	Формулировка выводов