ВОЗНИКНОВЕНИЕ БУКВЕННОЙ СИМВОЛИКИ. Ф.ВИЕТ, Р.ДЕКАРТ.

Попробуйте записать решение какого-нибудь квадратного уравнения без использования переменных и их степеней. Сложная задача? Естественно, ведь именно буквенная символика, составляющая основу математического языка, сделала алгебру алгеброй в привычном для нас понимании. Именно символы позволяют нам выполнять преобразования в компактной, удобной и однозначной для понимания форме. Однако так было не всегда, долгое время математика была наукой «словесной», а математические тексты – громоздкими и запутанными.

Конечно, математики издавна пытались сделать свои записи более лаконичными, и отдельные символы для обозначения некоторых математических объектов появлялись еще в математических текстах древних цивилизаций.

Одним из первых древних ученых, наиболее активно использовавшим буквенную символику, считается древнегреческий математик Диофант (III в.). Именно его часто называют «отцом» алгебры. В своем труде «Арифметика он использовал буквенное обозначение для неизвестного, которое называл «аритмос», и его степеней, которые тоже имели специальные названия. Так, вторая степень неизвестного называлась «динамис», третья – «кубос», четвертая «динамо-динамис», пятая «динамо-кубос», шестая «кубо-кубос». Были специальные обозначения и названия для соответствующих обратных величин, а также знак для свободного члена уравнения. Знаки действий у Диофанта отсутствовали, поэтому сначала он перечислял все положительные члены уравнения в порядке убывания степеней, потом ставил символ ⋔ и перечислял в том же порядке все отрицательные члены уравнения. Знаком равенства служило буквосочетание «*io*», произошедшее от греческого слова «равный». В остальном алгебра у Диофанта оставалась «риторической», т.е. словесной.

Древнеиндийские математики обозначали математические понятия первыми буквами или слогами соответствующих терминов. Древнеиндийский ученый Бхаскара II для обозначения неизвестного использовал буквосочетание «йа», как сокращение термина «йават-тават», означавшего «столько, сколько». Если же неизвестных было несколько, то их обозначали либо различными цветами, либо различными вкусовыми оттенками, либо буквами алфавита или вообще названиями предметов, начинающихся с различных букв. По такому же принципу обозначались и математические операции: для сложения использовался слог «йу», для вычитания – «кша», для умножения «гу», для деления «бха», для квадратного корня – «му» и т.п. Встречались и более сложные записи, например «тригия-ва-му-гха», т.е. «куб третьего квадратного корня», что в современной записи соответствует выражению $\left(\sqrt{\sqrt{\sqrt{x}}}\right)^3$

Знака равенства в индийской математике того времени не было, поэтому при записи уравнения правую часть записывали под левой, выравнивая друг под другом одночлены с одинаковыми степенями неизвестной. Например, уравнение $x^2 + 5x = 20x + 4$ записывалось так:

ва 1 *йа* 5 *ру* 0
ва 0 *йа* 20 *ру* 4

С современной точки зрения символика древнеиндийских математиков не была совершенной, а санскритские буквы, которые они использовали, имели сложное начертание тем не менее, сам подход, используемый индийцами, способствовал дальнейшему развитию использования буквенных обозначений в математике.

Несмотря на то, что термин «алгебра» имеет арабское происхождение, вплоть до XV века она была у арабов словесной. Именно тогда в трактате «Снятие покрывала с науки губар» арабского математика ал-Каласади появились специальные обозначения для неизвестных. Записывая уравнение, ученый вместо неизвестного ставил над соответствующим ему коэффициентом букву «шин», а для обозначения квадрата неизвестного – букву «мим». Знак равенства обозначался буквой «лам», а знак корня – буквой «джим» над подкоренным выражением.

В Европе первые проявления алгебраической символики также начинают встречаться в XV веке с работ итальянца Луки Пачоли. Этот математик обозначал неизвестное словом «cosa», т.е. «вещь» и записывал его как «*co*». Поэтому некоторое время европейских алгебраистов называли «коссистами». Специальные обозначения он ввел и для обозначения степеней неизвестного, например квадрат неизвестного он записывал как «*ce*». Для обозначения сложения и вычитания Пачоли использовал символы $\tilde{p}$ и $\tilde{m}$, а знаком квадратного корня служило R_x. В этих символах выражение $x^2+5x-\sqrt{8}$ записывалось как $ce.\tilde{p}.5.co.\tilde{m}.R_x.8$.

В 1489 году знаки «+» и «–» появились в учебнике немецкого математика И. Видмана. Именно он стал первым математиком, читающим лекции по алгебре в университете.

В конце XVI века французский математик Ф. Виет для обозначения неизвестного применял сокращение N (от слова Numerus – «число»), для второй и третьей степени неизвестного – Q и C (от слов Quadratus и Cubus) . Комбинации этих сокращений он использовал для обозначения старших степеней. Но Виет пошел дальше своих предшественников. Он первым стал обозначать буквами не только неизвестные, но и коэффициенты[1] перед ними, что позволило находить решение уравнения в общем виде с помощью формул. Мастерство Виета в использовании буквенной символики достигло небывалых высот. В 1593 г. фламандский математик А. Ромен придумал задачу, для решения которой требовалось решить уравнение 45-й степени. Виет решил эту задачу, показав, что соответствующее уравнение будет иметь 23 положительных корня. Система обозначений Виета, конечно, еще сильно отличалась от используемой нами сейчас: у него еще не было привычных нам знака равенства, знаков произведения и деления, да и сама форма записи была иной. Так, выражение $\frac{ab}{c}+\frac{cd-ax}{f}=h$ он записал бы так: $\frac{a\ in\ b}{c}+\left\{\begin{matrix} c\ in\ d \\ \underline{-a\ in\ x} \\ f \end{matrix}\right\}\ aequatur\ h.$

Франсуа Виет (1540-1603) – французский юрист, математик-любитель. Вошел в историю математики как создатель алгебраической символики. Наиболее яркими его открытиями в геометрии стали теорема косинусов и решение задачи Аполлония, заключающейся в построении окружности, которая касается трех данных окружностей. В алгебре ему принадлежат соотношения, связывающие значения корней квадратного уравнения с его коэффициентами и общий прием решения уравнений 2-й, 3-й и 4-й степеней. В тригонометрии он также совершил ряд открытий. Виет обладал талантом дешифровщика: он смог расшифровать переписку испанского короля Филиппа II, планировавшего лишить трона Генриха III. Филипп II был настолько уверен в надежности своего шифра, что когда узнал, что все его планы стали известны французам, обратился к Папе римскому Сиксту V с обвинением Виета в использовании черной магии.

Алгебраическая символика Ф. Виета развивалась и продолжала совершенствоваться в трудах М. Штифеля, Т. Гарриота, У. Оутреда и др. Практически в современном для нас виде она появляется у французского ученого Р. Декарта в его «Геометрии» (1637 г.). Декарт предложил использовать для коэффициентов первые буквы алфавита: a, b, c ..., а для обозначения неизвестных – последние: x, y, z. Ему принадлежит современная запись степени с показателем в виде верхнего индекса. Заметим, что для обозначения знака равенства Декарт использовал ∞, а вторую степень обозначал xx вместо x^2, впрочем, так вплоть до XIX века поступал и величайший немецкий математик К.Ф. Гаусс. Начиная с работ Г.В. Лейбница, много сделавшего для развития математической символики и настаивавшего на её унификации, стала повсеместно применяться привычная нам запись x^2.

Эволюцию буквенных обозначений неизвестного и его степеней можно обобщить в следующей таблице:

[1] Заметим, что сам термин «коэффициент», тоже был введен в математику Ф. Виетом.

Степень неизвестного	x^0	x^1	x^2	x^3	x^4	x^5	x^6	x^7	x^8	x^9
Диофант (III в.)	$\overset{\circ}{M}$	S	Δ^{Υ}	K^{Υ}	$\Delta^{\Upsilon}\Delta$	ΔK^{Υ}	$K^{\Upsilon}K$			
Бхаскара (XII в.)	*ру*	*йа*	*ва*	*гха*	*ва ва*	*ва гха гхата*	*ва гха*	*ва ва гха гхата*	*ва ва ва*	*гха гха*
Л. Пачоли (XV в.)		*co*	*ce*	*cu*	*ce.ce.*	$p^o r^o$	*ce.cu.*	$2^o r^o$	*ce.ce.ce.*	*cu.cu.*
Ф. Виет (XVI в.)		*N*	*Q*	*C*	*QQ*	*QC*	*CC*	*QQC*	*QCC*	*CCC*
М. Штифель (XVI в.)		*A*	*AA*	*AAA*	*AAAA*	*AAAAA*	…			
У. Оутред (XVII в.)		*A*	*Aq*	*Ac*	*Aqq*	*Aqc*	*Acc*	*Aqqc*	*Aqcc*	*Accc*
Р. Декарт (XVII в.)		x	xx	x^3	x^4	x^5	x^6	x^7	x^8	x^9
Г.В. Лейбниц (XVII - XVIII в.)		x	x^2	x^3	x^4	x^5	x^6	x^7	x^8	x^9

Как мы видим, история формирования только этой простейшей с нашей точки зрения буквенной символики длилась около пятнадцати веков.

Отрицательные показатели степеней начали встречаться еще в XV веке в сочинении Н. Шюке «Наука о числах в трех частях». Систематическое их применение начинается с работ И. Ньютона, который в 1676 г. писал: «Как алгебраисты вместо *aa*, *aaa* и т.д. пишут a^2, a^3 и т.д., так и я … вместо $\frac{1}{a}$, $\frac{1}{a^2}$, , $\frac{1}{a^3}$ пишу a^{-1} , a^{-2} a^{-3} и т.д.». Разумеется, такая запись еще более упростила проведение алгебраических преобразований.

Процесс развития удобной символики в различных разделах математики продолжается и в настоящее время, естественно, это касается новейших ее разделов.

Задания:

1. Выпиши из учебника любое квадратное уравнение и запиши его в символике:

А) Диофанта; *в) Франсуа Виета;*

Б) Луки Пачоли; *г) Михаэля Штифеля.*

2. Проанализируй, используя представленную в тексте таблицу, принцип образования обозначения степеней неизвестного в различные исторические периоды. Что в них общего, а в чем различие? В каком случае они отражают известные тебе свойства степени?

Источники:

1. Вилейтнер Г. История математики от Декарта до середины XIX столетия. – М.: Наука, 1966.
2. Володарский А.И. Очерки истории средневековой индийской математики. – М.: Наука, 1977.
3. Выгодский М.Я. Арифметика и алгебра в древнем мире. – М.: Наука, 1967.
4. Глейзер Г.И. История математики в школе. IV – VI классы. – М.: Просвещение, 1981.
5. Дорофеева А.В. Страницы истории на уроках математики // Квантор. – 1991. – №6.
6. Юшкевич А.П. История математики в средние века. – М.:Физматгиз, 1961.