




ПОЯВЛЕНИЕ НУЛЯ

Ноль дольше других чисел завоевывал свое право на существование. Даже математики долго не принимали и старались всячески избегать его. В европейском средневековье представители церкви считали ноль демоническим числом и отказывались признавать его существование вплоть до XV в. Как цифра и как число он действительно уникален! Его до сих пор называют двумя разными словами: «нуль» и «ноль». Именно цифра 0 позволяет записывать числа в десятичной системе счисления привычным для нас способом, указывая на отсутствующие разряды в записи числа. При этом на число 0 нельзя делить, оно не имеет взаимно обратного себе числа. Не имеет оно и противоположного для себя числа, ведь знак этого числа не определен. В старших классах ты познакомишься и с другими «беззнаковыми» числами¹.

Свидетельства использования нуля встречаются еще в математике древних цивилизаций. Египтяне не позже 1770 г. до н.э. использовали ноль как число, но не как цифру, и обозначали его иероглифом «прекрасный» . Этот же иероглиф обозначал базовую линию в обнаруженных чертежах египетских пирамид, относительно которой измерялись расстояния под землей и над ней. Древние шумеры и китайцы при отсутствии разряда в записи числа оставляли пропуск. Так же поступали и древние инки, производя свой «веревочный счет», при котором числам соответствовали узелки различной формы. Предвестником нуля можно считать «двойной наклонный клин» . Этот знак использовался вавилонянами в V в. до н.э. для обозначения отсутствующего разряда в записи числа. Однако в одиночку или в конце числа он не использовался, что породило известную неоднозначность шестидесятеричной системы счисления. Древние майя использовали для обозначения нуля «ракушку» , и применяли этот знак в качестве цифры. Наиболее древняя запись с «майяским» нулем датируется 36 годом до н.э.

В привычном для нас понимании ноль изобрели в Индии. Есть основания считать, что одним из первых его применил древнеиндийский математик Пингала (V или III-II в. до н.э.). Ему же приписывают закрепившееся в индийской математике название нуля «сунья», т.е. «пустота».

Наиболее древняя запись нуля – в виде точки – встречается в древнеиндийском манускрипте Бакхшали, который хранится в библиотеке Оксфордского университета. Проведенное в 2017 году радиоуглеродное датирование показало, что записи с нулем относятся к III-IV вв. До этой находки самым ранним обозначением нуля в виде точки считалось изображение на каменной плите храма в Камбодже, где кхмерскими цифрами указана дата – 605 год эры Сака (рис.1), что соответствует 683 году н.э.



Рис. 1. Запись числа 605 (Камбоджа, 683 г.)

Первое обозначение нуля кружком найдено в храме Чатурбхудж в городе Гвалиор и датируется 876 годом. Именно в этом виде ноль появляется в трактате «Книга об индийском счете»² (IX в.) средневекового математика ал-Хорезми, содержащем первое изложение десятичной системы счисления на арабском языке. От арабов, называвших его «сифр» (отсюда слово «цифра»), ноль попал в Западную Европу. Первые упоминания о нем встречаются в работах Леонардо Пизанского (1228 г.) и Иордана Неморария (1237 г.). В рукописи Шюке (1484 г.) для обозначения 0 используется термин «nulla».



Рис. 2. Запись числа 270 (Индия, 876 г.)

Если индийские математики, начиная с работ Брахмагупты (VII в.) рассматривали ноль как число, выполняя с ним арифметические действия и принимая его в качестве корня уравнения, то в Европе, вслед за арабами, ноль долгое время считали только цифрой. В 1595 году английский математик Джон Валлис писал: «Ноль не есть число». Тем не менее,

¹ Речь идет о комплексных числах, про которые не только нельзя сказать, положительные они или отрицательные, но даже нельзя сравнить два неравных числа и определить, какое из них больше.

² Оригинальный текст на арабском не известен, сохранился в латинском переводе XII века.

в трудах отдельных математиков³ ноль выступает в роли числа. Введение французским математиком Р. Декартом (1596–1650) идеи координат и числовой оси окончательно убедило всех, что положительные, отрицательные числа и ноль имеют равные права, так как определяют точки на числовой оси.

В древнеславянской нумерации значение для нуля отсутствовало, хотя уже в математических рукописях XVII в., излагающих индо-арабскую десятичную систему счисления, ноль называется «он» из-за схожести написания с одноименной буквой «о». В «Арифметике» (1703 г.) Л.Ф. Магницкий говорит о нуле следующее: «1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0, из них девять знаменования суть: последнее же 0 [цифрой, или ничем именуется] когда (он) один стоит, тогда само в себе ничего не значит. Когда же около этих знаменований приложен будет, тогда умножает в десятеро» (рис. 3). Термин «цифра» для обозначения нуля фигурирует в работах 1783 г. Л. Эйлера, а последнее его упоминание на русском языке в таком качестве встречается в «Сокращениях первых оснований математики» (1791 г.) Х. Вольфа.

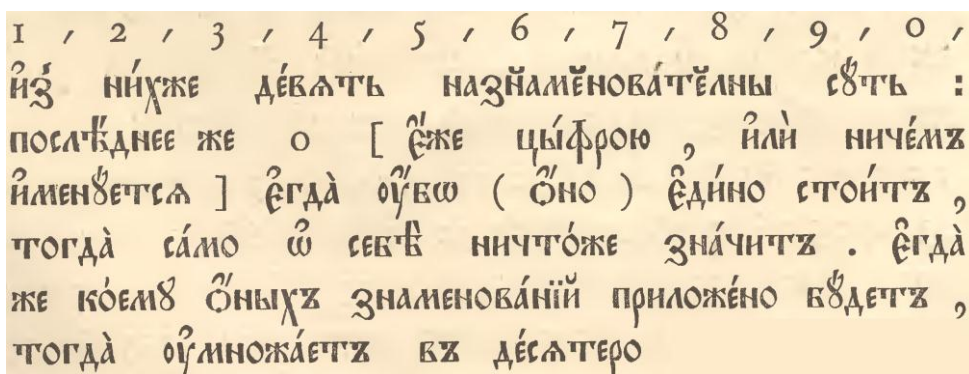



Рис. 3. Фрагмент из «Арифметики» Магницкого (Москва, 1703 г.)

Задания

- 1) Вспомни, какие особенности арифметических действий с нулем тебе уже известны.
 - 2) Испанский поэт Хосе Мануэль Кабальеро Бональд (род. в 1926 году) дал нулю такие эпитеты как «числовой избыток пустоты», «величина, которая начинается там же, где и заканчивается», «зачаточная цифра». А с какими образами ноль ассоциируется у тебя?
 - 3) Пофантазируй, что было бы, если бы математики отказались от использования нуля или вовсе так и не придумали бы его.
 - 4) Древние майя записывали числа в столбик сверху вниз в порядке убывания разрядности. При этом точка означала единицу, а черта – пятерку. Например, запись  соответствовала числу 17. Знаком нуля служила «ракушка». Так как система счисления была двадцатеричная, то точка над «ракушкой» становилась единицей следующего разряда, т.е. обозначала число 20, подобно тому как 1 перед 0 превращается у нас в число 10. Нижний разряд обозначал количество единиц, разряд над ним – количество двадцаток, следующий выше – двадцатки двадцаток, т.е. количество «четырёхсоток»⁴ и т.д.
- а) Расшифруй числа из фрагментов майянского папируса, изображенные на рисунке;
 - б) вычисли их сумму и запиши результат в форме записи древних майя;
 - в) вычисли их разность и запиши результат в форме записи древних майя;



³ Например, в работах итальянцев Бальдоманди (умер в 1428), Каландри (1491), Тарталья (1499-1557) исследуются арифметические действия с нулем.

⁴ При проведении календарных расчетов единица третьего разряда соответствовала числу 360, а не 400. Это было сделано для удобства, т.к. календарь майя содержал 18 месяцев по 20 дней, при этом единица третьего разряда в записи даты соответствовала одному году.

г) вычисли их произведение и запиши результат в форме записи древних майя.

5) Реши задачу из рукописи Бакхшали.

Перед вами группа из 20 человек, состоящая из мужчин, женщин и детей. Все эти люди вместе зарабатывают 20 монет в день. Каждый мужчина в день зарабатывает по 3 монеты, каждая женщина – по полторы монеты, а каждый ребенок – по полмонеты. Сколько среди них мужчин, женщин и детей?

Источники

1. Александрова Н.В. История математических терминов, понятий, обозначений. – М.: ЛКИ, 2007.
2. Володарский А.И. Очерки истории средневековой индийской математики. – М.: Наука, 1977.
3. Депман И.Я. История арифметики. – М.: Просвещение, 1965.
4. Кольман Э.Я. История математики в древности. – М.: ГИФМЛ, 1961.
5. Ламберто Г.С. Замечательные числа. Ноль, 666 и другие бестии. – М.: Де Агстини, 2014.
6. Меннингер К. История цифр. Числа, символы, слова. – М.: Центрполиграф, 2011.
7. Мухаммад ибн Муса ал-Хорезми. К 1200-летию со дня рождения. – М.: Наука, 1983.
8. Пиковер К. Великая математика. От Пифагора до 57-мерных объектов. 250 основных вех в истории математики. – М.: Бином, 2015.
9. Plofker K. Mathematics in India. – Princeton University Press, 2009.