

## ПОЯВЛЕНИЕ ЦИФР, БУКВ, ИЕРОГЛИФОВ НА БЛИЖНЕМ ВОСТОКЕ. РОЖДЕНИЕ ШЕСТИДЕСЯТЕРИЧНОЙ СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ.

Число – одно из удивительных изобретений человеческого разума! Долгое время изобретение чисел люди приписывали мифическим героям. Греки считали, что числа дал им Прометей. Вавилоняне благодарили за это же получеловека-полурыбу Оаннеса, китайцы – императора Фу-Хи, а индейцы мезоамерики – пернатого змея Кетцалькоатля. В трагедии древнегреческого драматурга Эсхила прикованный к скале Прометей говорит: «Послушайте, что смертным сделал я – число им изобрёл!». И такая точка зрения была присуща не только древним. На Берлинском конгрессе естествоиспытателей в 1886 г. немецкий математик Л. Кронекер сказал: «Бог создал целые числа, все остальное – дело рук человека». Но, разумеется, приписывая создание чисел мифическим героям или императорам, люди заблуждались. Попробуем проследить и разобраться, как же появились числа на самом деле.

Понятие числа возникло в глубокой древности задолго до появления письменности из практической потребности людей. Первобытному человеку, который собирал в лесу плоды и охотился, для счета хватало слов, обозначающих «один», «два» и «много». Именно так до недавнего времени считали папуасы Новой Гвинеи или племена валпири, проживающие в центральной Австралии.

Еще в каменном веке люди стали «записывать» числа, делая насечки на камне или кости. Об этом говорят нам археологические раскопки. Волчья кость, обнаруженная археологами на территории современной Чехии, содержит 57 зазубрин, разделенных на группы по пять штук. Её можно считать древнейшим свидетельством счета, ведь ученые определили, что этой кости уже более 32 тысяч лет. На территории Конго была найдена кость павиана, возраст которой составлял более 20 тысяч лет. Эта археологическая находка, получившая название «кость Ишанго»<sup>1</sup>, содержит более сложные «записи», которые свидетельствуют о понимании операции удвоения и деления пополам. Применялись и другие способы сохранения результатов счета: древние инки использовали для этих целей узелки различной формы, а жители прибрежных территорий вели свой счет нанизыванием на шнур морских раковин и т.п.

Настоящий прорыв в умении считать и записывать результаты счета произошел в эпоху неолита, когда люди сменили кочевой образ жизни охотников и собирателей на оседлый, начав заниматься земледелием и скотоводством. Стала появляться собственность, разделение труда и последовавший за этим товарообмен. Чем больше урожая собирали люди и чем многочисленнее становились их стада, тем большие числа требовались для учета. Таким образом, развитие цивилизации способствовало развитию математики: примитивные способы счета с помощью зарубок, узелков, или камешков уже не удовлетворяли возросшие потребности человека.

На Ближнем Востоке в IV тысячелетии до н.э. в долинах великих рек Тигр и Евфрат, на территории современного Ирака, возникло государство шумеров. Именно здесь была изобретена первая письменность. Шумеры делали свои записи, оставляя упрощенные рисунки (пиктограммы) на мягкой глине, которая после высыхания приобретала прочность. Первоначально знаки на глине обозначали конкретные предметы (головы скота, кувшины масла или мешки зерна) в том количестве, сколько их было.



Рис. 1. Кость Ишанго  
(Конго, 180 в. до н.э.)

<sup>1</sup> Кость Ишанго обнаружена в 1960 г. бельгийским геологом Жаном де-Броккур в области Ишанго на территории республики Конго.

С развитием письменности рисунки стали упрощаться, приобретая вид иероглифов, менялась техника письма, стали появляться универсальные знаки, в том числе для обозначения чисел. Так, в обнаруженных глиняных табличках, датированных III тысячелетием до н.э., для обозначения единицы использовался знак полумесяца, а для десятка – знак круга. Эти знаки выдавливали палочкой с круглым наконечником, по-разному наклоняя ее к поверхности таблички.

У шумеров следующим за десяткой «узловым» числом была не привычная нам сотня, а число 60, возникшее, вероятно, в результате наложения двух еще более древних систем счисления – пятеричной и двенадцатеричной. Для изображения соответствующих «укрупненных» единиц счета – чисел 60 и 3600 – шумеры использовали оттиски тех же форм, но брали более толстую палочку. Эти знаки получались более крупными. Чтобы написать числа, содержащие десять по 60 или десять по 3600, внутри соответствующих больших оттисков шумеры изображали маленький десяток.

Позже вавилоняне переняли эту систему записи чисел у древних шумеров и постепенно изменили ее (см. таблицу). К 1800 году до н.э. они стали использовать только два знака – вертикальный и горизонтальный клинья, ставшие основными цифрами древневавилонской шестидесятеричной системы счисления.

Наше время	1	10	60	600	3600	36000
Шумеры ≈ 3000 до н.э.	☾	○	☾	☾	○	◎
Вавилоняне ≈ 2200 до н.э.	∩	∩	∩	∩	∩	∩
Вавилоняне ≈ 1800 до н.э.	∇	∇	∇	∇	∇	∇

Чтобы отличить более мелкие единицы счета от более крупных, вавилоняне использовали уже не размер знаков, а их положение в последовательной записи знаков. Более крупные единицы счета изображались левее более мелких. Тот или иной клин мог обозначать единицы, десятки или шестидесятки в зависимости от того, на какой позиции в записи числа он оказывался. Так, например, запись  $\llcorner \llcorner \llcorner \llcorner \llcorner \llcorner$  могла означать  $23 \cdot 60 + 12 = 1392$ . Однако ту же самую запись можно было понять и по-другому, считая, что самой мелкой единицей счета здесь будет не 1, а 60:  $23 \cdot 3600 + 12 \cdot 60 = 83520$ . Более того, эта же запись могла означать не только натуральные, но и дробные числа<sup>2</sup>. Естественно, из-за этого часто возникала путаница. Конечно, запись: «У меня  $\llcorner \llcorner$  сына», вряд ли кто-то прочитал бы как 120 сыновей. Однако, в донесении разведки о «приближающихся к городу  $\llcorner \llcorner$  солдат», такая неопределенность могла быть опасной. Что означают два вертикальных клина – 2, или  $2 \cdot 60$ , а, может быть,  $2 \cdot 3600$ ?

Были у древних вавилонян и другие сложности. При отсутствии в записи числа какого-то разряда мы сейчас ставим ноль, а вавилоняне на его месте оставлялся пропуск. При этом не всегда было понятно, сколько разрядов пропущено, один или несколько. С пятого века для

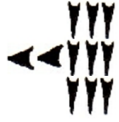


Рис. 2. Глиняная "таблица умножения" (XXVII в. до н.э.)

<sup>2</sup> Подробнее об обозначении дробей вавилонянами см. в разделе «Дробь в Древнем Вавилоне».

этих целей стали использовать двойной наклонный клин  $\blacktriangleleft$  – аналог нашего современного нуля. Таким образом, запись  $\blacktriangleleft \blacktriangleleft \blacktriangleright$  могла означать число  $3600 + 0 + 12 = 3612$ . Однако неопределенности с определением используемых единиц счета это не сняло, ведь в конце числа знак нуля вавилоняне так и не ставили.

Иногда древние вавилоняне использовали специальный знак «лал»  $\blacktriangleright$ , который имел значение «без». Например, число 29 можно было записать по-разному:



$$2 \cdot 10 + 9 \cdot 1$$



$$3 \cdot 10 - 1$$

Несмотря на свою неоднозначность, шестидесятеричная система счисления была достаточно удобной для вычислений. Именно поэтому ее активно применяли астрономы древней Греции. По традиции её продолжали использовать в астрономических расчетах арабы и даже европейцы. Только с XVI века её вытеснила десятичная система счисления, которой мы пользуемся и поныне.

### Задания

1) Выпиши два возможных значения числа, соответствующего данной клиновидной записи:



2) Представь, что ты можешь путешествовать во времени и решил посетить государства Ближнего Востока в различные временные эпохи (см. таблицу). Запиши соответствующими знаками:

а) сколько тебе лет;      б)\* через сколько лет ты родился.

3) Рассмотрите фотографии шумерской и древневавилонской глиняных табличек. Попробуй определить, какие числа выделены на них рамками, и найти их сумму. Ответ запиши в форме записи, соответствующей временному периоду каждой из глиняных табличек.

а)



Рис. 3. Шумерская табличка (ок 2500 г. до н.э.)

б)

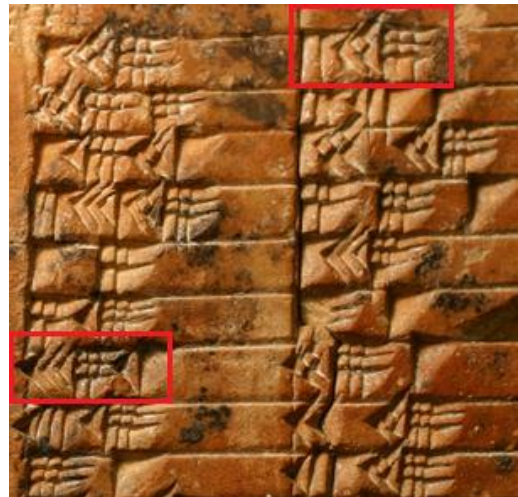


Рис. 4. Вавилонская табличка Plimpton 322 (ок 1800 г. до н.э.)

### Источники

1. Андронов И.К. Трилогия предмета и метода математики. Учеб. пособие. Часть 1. – М.: МОПИ, 1974.
2. Вайман А.А. Шумеро-вавилонская математика III – I тысячелетия до н.э. – М.: ИВЛ, 1961.
3. Ван дер Варден Б.Л. Пробуждающаяся наука. Математика древнего Египта, Вавилона и Греции. – М.: Физматгиз, 1959.
4. Веселовский И.Н. Вавилонская математика // Труды института истории естествознания и техники. Т.5. – М.: АН СССР, 1955. – С.241-303.
5. Демман И.Я. История арифметики. – М.: Просвещение, 1965.
6. История математики. Т. 1. С древнейших времен до начала Нового времени. / Под ред. А.П.Юшкевича – М.: Наука, 1970.
7. Кольман Э. Я. История математики в древности. – М.: Физматгиз, 1961.