Международная обучающая математическая олимпиада «Учусь учиться» Л.Г. Петерсон

ТЕСТ–ДРАЙВ

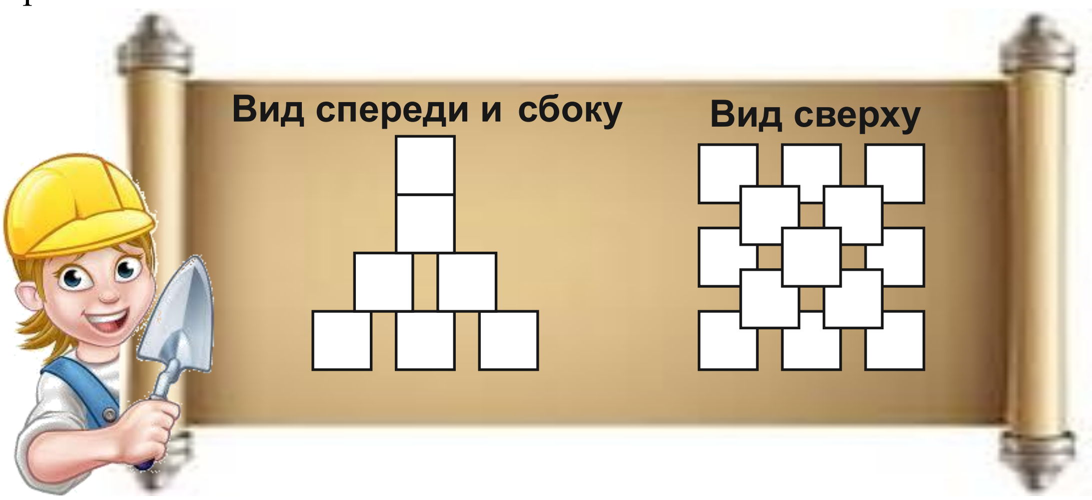
14 – 15 апреля 2020 года

ЗАДАЧА 1. «САХАРНАЯ БАШНЯ»

Подробный разбор решения задачи

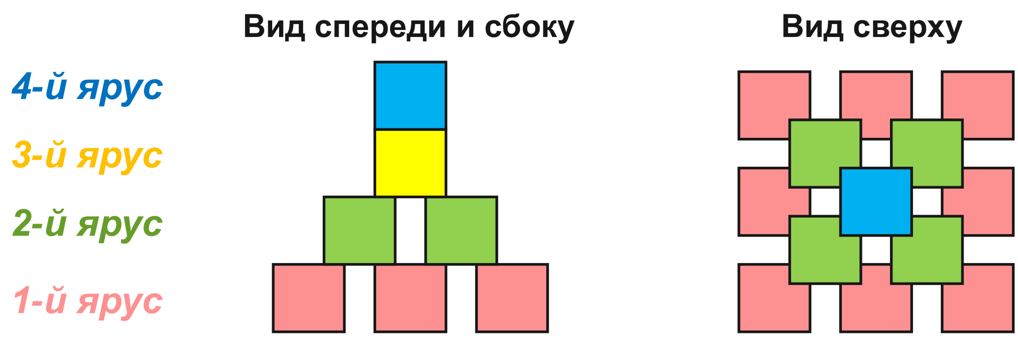
УСЛОВИЕ ЗАДАЧИ

В некотором царстве, Сахарном государстве, царь Рафинад V велел мастерам построить сахарную башню из белоснежных блоков-кубиков одинакового размера. Чертёж будущей башни Рафинад V начертил собственноручно. Какое наименьшее количество кубиков достаточно взять мастерам, чтобы построить эту башню? (Письменное доказательство того, что именно это число кубиков является наименьшим, можно не приводить). Нарисуй вид сверху каждого яруса башни. Проведи эксперимент.



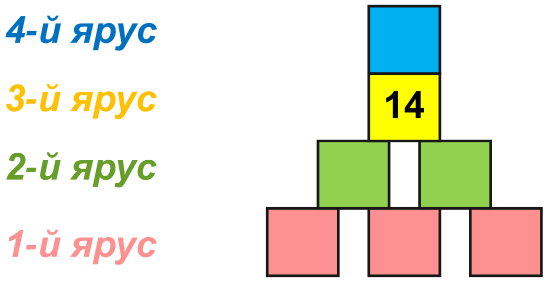
РЕШЕНИЕ

Чтобы определить **количество ярусов**, нужно обратить внимание на вид спереди и сбоку. На нём хорошо видны **четыре яруса**. Для удобства выделим каждый ярус цветом. На плане сбоку мы видим, что 3-й и 4-й ярусы состоят ровно из одного кубика, поставленного строго один на другой, поэтому при виде сверху кубик 3-го яруса (жёлтый) не виден.

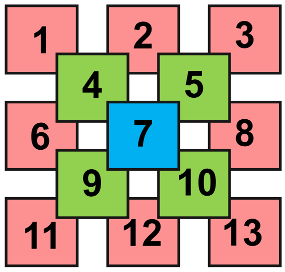


Если посчитать все кубики на виде сверху и учесть кубик 3-го яруса, который не виден, получаем 14 кубиков: 8 – в первом ярусе, 4 – во втором, 1 – в третьем и 1 – в четвёртом.

Вид спереди и сбоку



Вид сверху



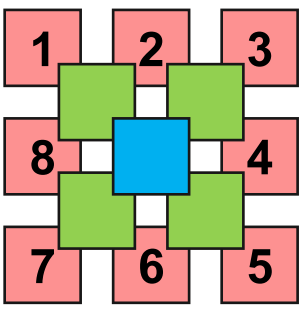
Проверим, является ли найденное число кубиков наименьшим для постройки данной башни, так как внутри неё могут располагаться кубики, которые не видны ни на плане сверху, ни на плане спереди или сбоку.

Изучив изображение башни сверху, мы видим, что один верхний кубик будет стоять, опираясь на углы 4-х кубиков предыдущего яруса. Например, так располагаются кубики 2-го и 3-го ярусов (фото 1, рис. А).

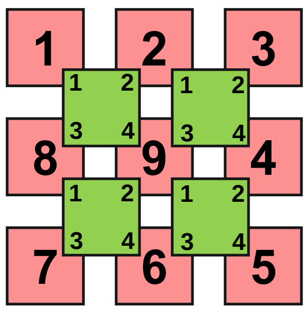
Фото 1, рис. А

Тогда, чтобы каждый кубик второго яруса опирался на 4 кубика первого яруса, для постройки первого яруса может потребоваться 9 кубиков: 8 кубиков, которые изображены на плане сверху и 1 кубик, невидимый ни сверху, ни сбоку, ни спереди, то есть находящийся внутри башни.

Вид сверху

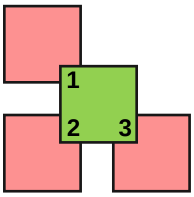


Опорные кубики 1-го яруса



Подумаем, является ли этот центральный кубик необходимым для постройки башни, или его можно убрать. В математике доказано, что предмет, имеющий три точки опоры, наиболее устойчив. Поэтому **на углы трёх кубиков** (три точки опоры) поставим сверху один кубик. В этом можно убедиться с помощью эксперимента (фото 2, рис. Б).

Фото 2, рис. Б



Таким образом, для построения второго яруса башни достаточно 8 кубиков в первом ярусе, а центральный, девятый кубик можно убрать. Восемь – это наименьшее число кубиков для первого яруса в данной конструкции башни (фото 3).

Опорные кубики 1-го яруса **Наименьшее число кубиков 1-го яруса**

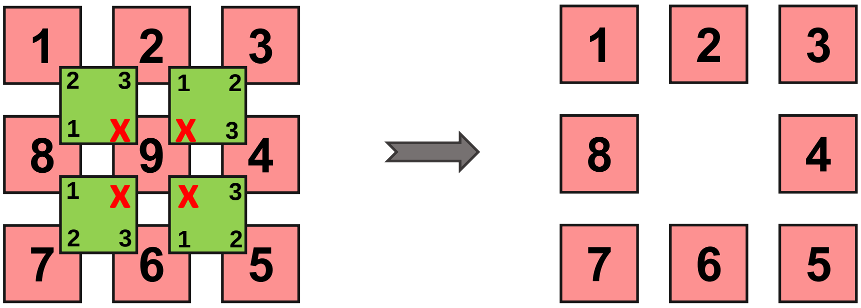
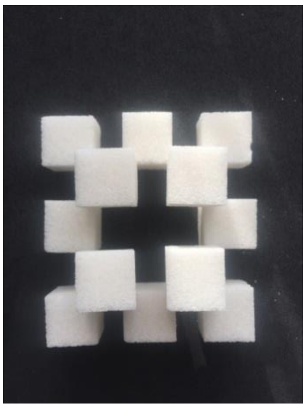


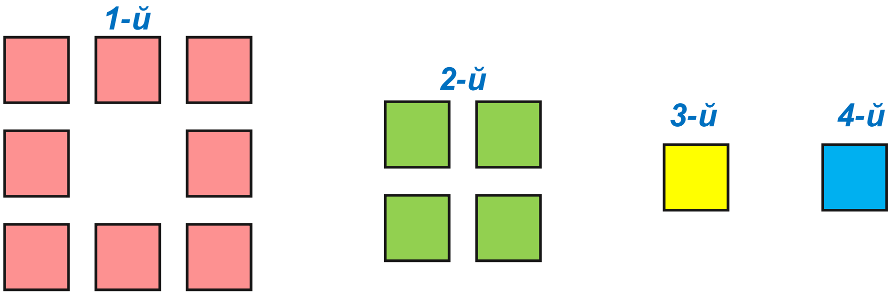
Фото 3.



Рисуем ярусы, считаем кубики

Определив наименьшее число кубиков в первом ярусе башни, можно вычислить наименьшее количество кубиков для всей башни, представив раскладку кубиков по уровням:

ЯРУСЫ САХАРНОЙ БАШНИ (вид сверху)



8 + 4 + 1 + 1 = 14 (кубиков)

Таким образом, 14 кубиков – это наименьшее количество кубиков, которое достаточно взять мастерам, чтобы построить башню по указанному в задаче чертежу.

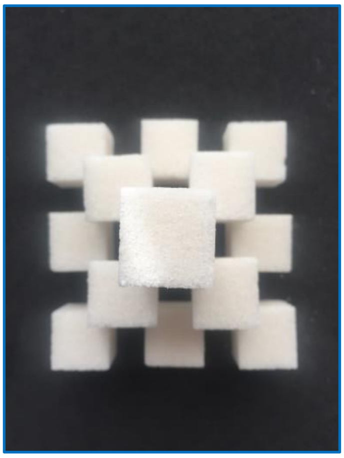
Ответ: достаточно взять 14 кубиков.

Фото Сахарной башни, построенной из 14 кубиков:

Общий вид

Вид спереди и сбоку

Вид сверху



Критерии оценки выполнения работы:

7 баллов	Ответ: достаточно взять 14 кубиков. Правильно нарисованы все четыре яруса.
6 баллов	Ответ: достаточно взять 13 кубиков. Есть рисунок трёх ярусов, нет 4-го яруса. В первом ярусе нет изображения центрального кубика.
5 баллов	Ответ: достаточно взять 15 кубиков. Есть рисунок четырёх ярусов. В первом ярусе есть изображение центрального кубика.
4 балла	Ответ: достаточно взять 14 кубиков. Есть рисунок трёх ярусов, нет 4-го яруса. В первом ярусе есть изображение центрального кубика.
3 балла	Ответ: достаточно взять 14 кубиков. Нет рисунка ярусов.
2 балла	Ответ: достаточно взять 15 кубиков. Нет рисунка ярусов.
1 балл	Ответ: достаточно взять 13 кубиков. Нет рисунка ярусов.