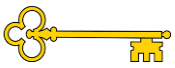
ЗАНЯТИЕ 5. БУКВЕННЫЕ РЕБУСЫ

Учебное содержание

Предметные цели

1. Развить представления о свойствах чисел, сложении, вычитании и умножении в столбик.
2. Познакомить с приемом применения метода перебора для нахождения всех решений буквенных математических ребусов и доказательства отсутствия решений у ребуса.
3. Развить представления о способах упрощения перебора вариантов (принцип «узких мест») на примере буквенных математических ребусов.
4. Получить первичные представления о использовании десятичной записи числа и алгебраических преобразований при решении ребусов.

Задача-ключ



Найди все решения ребуса: ТЫ + ТЫ + ТЫ = ВЫ. (В ребусе одинаковые буквы обозначают одинаковые цифры, а разные — разные.)

Решение

1-*й способ*

Запишем ребус в столбик:

$$\begin{array}{r} \text{Т}\ \ \text{Ы} \\ \text{Т}\ \ \text{Ы} \\ +\ \ \text{Т}\ \ \text{Ы} \\ \hline \text{В}\ \ \text{Ы} \end{array}$$

Обратим внимание на «узкое место»: разряд единиц. Там 4 раза повторяется буква Ы. Узнаем с помощью метода перебора, какие цифры она может обозначать.

Ы + Ы + Ы = …Ы	0 + 0 + 0 = …0	1 + 1 + 1 = …3	2 + 2 + 2 = …6	3 + 3 + 3 = …9
Ы = ?	4 + 4 + 4 = …2	5 + 5 + 5 = …5	6 + 6 + 6 = …8	7 + 7 + 7 = …1
	8 + 8 + 8 = …4	9 + 9 + 9 = …7	⇒ Ы = 0 или 5	

Теперь рассмотрим разряд десятков. Буква Т по правилам ребуса не может обозначать цифру 0, так как стоит в начале числа. При этом Т < 4, так как иначе ТЫ + ТЫ + ТЫ ≥ 40 + 40 + 40 = 120, то есть как минимум трехзначное число, а сумма ВЫ — двузначное число. Значит, Т = 1, 2 или 3. Переберем все варианты комбинаций значений букв Т и Ы.

10 + 10 + 10 = 30 (Т = 1, Ы = 0, М = 3)	20 + 20 + 20 = 60 (Т = 2, Ы = 0, М = 6)
30 + 30 + 30 = 90 (Т = 3, Ы = 0, М = 9)	15 + 15 + 15 = 45 (Т = 1, Ы =5, М = 4)
25 + 25 + 25 = 75 (Т = 2, Ы = 5, М = 7)	35 + 35 + 35 = 105 (не подходит)

2-й способ

Вычтем из обеих частей равенства число Ы. Получим ребус: ТЫ + ТЫ + Т0 = В0. Получаем, что Ы + Ы + 0 = …0, то есть Ы + Ы = …0. Узнаем с помощью метода перебора, какие цифры может обозначать буква Ы.

Ы + Ы = …0	0 + 0 = …0	1 + 1 = …2	2 + 2 = …4	3 + 3 = …6
Ы = ?	4 + 4 = …8	5 + 5 = …0	6 + 6 = …2	7 + 7 = …4
	8 + 8 = …6	9 + 9 = …8	⇒ Ы = 0 или 5	

Дальнейшие рассуждения такие же, как в 1-м способе.

3-й способ

Перепишем ребус с помощью умножения: ТЫ · 3 = ВЫ. Рассмотрим разряд единиц, в нем Ы · 3 = …Ы. По таблице умножения на 3 или с помощью метода перебора узнаем, какие цифры может обозначать буква Ы.

Ы · 3 = …Ы	0 · 3 = …0	1 · 3 = …3	2 · 3 = …6	3 · 3 = …9
Ы = ?	4 · 3 = …2	5 · 3 = …5	6 · 3 = …8	7 · 3 = …1
	8 · 3 = …4	9 · 3 = …7	⇒ Ы = 0 или 5	

Дальнейшие рассуждения такие же, как в 1-м способе.

Ответ: 10 + 10 + 10 = 30, 20 + 20 + 20 = 60, 30 + 30 + 30 = 90, 15 + 15 + 15 = 45, 25 + 25 + 25 = 75.

Советы по решению буквенных ребусов

Буквенный ребус — это зашифрованное верное равенство, в котором одинаковые буквы обозначают одинаковые цифры, а разные буквы — разные цифры.

Решение ребуса — это одна из подходящих расшифровок этого равенства.

1. Ребус может иметь несколько решений. Для нахождения всех решений ребуса можно воспользоваться методом перебора.
2. Равенство в ребусе сохранится, если из обеих его частей вычесть одинаковый фрагмент.
3. Ребус может не иметь решений. Для доказательства того, что ребус не имеет решений, можно:
   - с помощью оценки получить противоречие, связанное с количеством разрядов;
   - найти разные буквы, которые обозначают одну цифру.

Вопросы для построения подводящего диалога

1. Как можно записать ребус?
2. Какие буквы используются в ребусе? Сколько их?

3. Про какую букву можно догадаться, какую цифру она обозначает?
4. Какие буквы в ребусе имеют связь? Какую именно?
5. Что общего в левой и правой частях равенства? Что останется, если убрать эти равные части?

Как проверить

1. Проверить действие, подставив найденные значения букв.
2. Проверить, что разные буквы обозначают разные цифры, а одинаковые — одинаковые.

Основные задания

1. Только тсс...! (4 мин)

Найди все решения ребуса АС + ДС = ТСС, в которых Д обозначает цифру большую, чем А.

Подсказка

Рассмотри сначала сложение в разряде единиц. Какую цифру может обозначать буква С?

Решение

Запишем ребус в столбик:

$$\begin{array}{r} + \begin{array}{ccc} & А & С \\ & Д & С \\ \hline Т & С & С \end{array} \end{array}$$

Рассмотрим «узкое место» — разряд единиц. Там трижды повторяется буква С.

1-*й способ*

Методом перебора найдем все возможные значения С.

С + С = …С	0 + 0 = …0	1 + 1 = …2	2 + 2 = …4	3 + 3 = …6
С = ?	4 + 4 = …8	5 + 5 = …0	6 + 6 = …2	7 + 7 = …4
	8 + 8 = …6	9 + 9 = …8	⇒ С = 0	

Ребус принимает вид А0 + Д0 = Т00. Так как А < 10 и Д < 10, то А0 + Д0 < 200, и значит Т = 1.

Теперь ребус принимает вид А0 + Д0 = 100. Равенство верно для любых А и Д с суммой 10. Будем перебирать возможные значения А по возрастанию, вычисляя Д = 10 – А.

1) А ≠ 0 (цифра стоит в начале числа).

2) А ≠ 1 (уже известно, что Т = 1, а разные буквы должны обозначать разные цифры).

3) Если А = 2, то Д = 8. Получаем верное равенство 20 + 80 = 100.

4) Если А = 3, то Д = 7. Получаем верное равенство 30 + 70 = 100.

5) Если А = 4, то Д = 6. Получаем верное равенство 40 + 60 = 100.

6) Если А ≥ 5, то А ≥ Д, что противоречит условию. Не подходит.

2-*й способ*

Вычтем из обеих частей равенства С. Получим: АС + Д0 = ТС0. Значит, С = 0.

Дальнейшие рассуждения такие же, как в 1-м способе решения.

Запись на доске и в рабочей тетради

$$\begin{array}{r} + \begin{array}{cc} А & С \\ Д & С \end{array} \\ \hline Т\ С\ С \end{array} \quad \xrightarrow{а)} \quad \begin{array}{r} + \begin{array}{cc} А & 0 \\ Д & 0 \end{array} \\ \hline Т\ 0\ 0 \end{array} \quad \xrightarrow{б)} \quad \begin{array}{r} + \begin{array}{cc} А & 0 \\ Д & 0 \end{array} \\ \hline 1\ 0\ 0 \end{array}$$

а) Перебор по значениям С:

С + С = …С	0 + 0 = …0	1 + 1 = …2	2 + 2 = …4	3 + 3 = …6
С = ?	4 + 4 = …8	5 + 5 = …0	6 + 6 = …2	7 + 7 = …4
	8 + 8 = …6	9 + 9 = …8		⇒ $\boxed{С = 0}$

б) А < 10, Д < 10 ⇒ А + Д < 20 ⇒ А0 + Д0 < 200 ⇒ Т = 1 ⇒ А + Д = 10

в) А = ?, Д = 10 – А

А ≠ 0 (цифра стоит в начале числа).

А ≠ 1 (так как Т = 1).

А	Д	Пример	Вывод
2	8	20 + 80 = 100	подходит
3	7	30 + 70 = 100	подходит
4	6	40 + 60 = 100	подходит

Если А ≥ 5, то А ≥ Д, что противоречит условию. Не подходит

Ответ: 20 + 80 = 100, 30 + 70 = 100, 40 + 60 = 100.

2. Сами с усами (3 мин)

Докажи, что ребус РЕБ + УС = РЕБУС не имеет решений.

РЕБ

Подсказка

Какая наибольшая сумма может получиться в левой части равенства?

Решение

1-*й способ*

1) 999 + 99 = 1098 — наибольшая сумма трехзначного и двузначного чисел

2) 1098 < РЕБУС (любое четырехзначное число меньше любого пятизначного) ⇒ Нет решений.

2-*й способ*

1) 987 + 65 = 1052 — наибольшая сумма РЕБ + УС (все буквы различны)

2) 1052 < РЕБУС (любое четырехзначное число меньше любого пятизначного) ⇒ Нет решений.

3-*й способ*

Вычтем из обеих частей равенства УС. Тогда РЕБ = РЕБ00, что невозможно (любое трехзначное число меньше любого пятизначного).

3. Секрет успеха (5 мин)

Докажи, что ребус СМЕХ + СМЕХ = УСПЕХ не имеет решений.

Подсказка

Какая общая часть у слагаемых и суммы?

Решение

1-*й способ*

Рассмотрим варианты последней цифры (X) и суммы X + X: 0 + 0 = 0, 1 + 1 = 2, 2 + 2 = 4, 3 + 3 = 6, 4 + 4 = 8, 5 + 5 = 10, 6 + 6 = 12, 7 + 7 = 14, 8 + 8 = 16, 9 + 9 = 18. Заметим, что только при X = 0 сумма X + X заканчивается на X. Пусть X = 0. Но тогда для цифры E в разряде единиц выполняются такие же равенства, то есть E = 0, а цифры X и E должны быть различны. Значит, ребус не имеет решений.

2-*й способ*

СМ<u>EX</u> и УСП<u>EX</u> заканчиваются на одни и те же две буквы, что было бы возможно, только если СМEX заканчивался бы на 00 (можно «убрать» из обеих частей ребуса EX). Но буквами E и X зашифрованы разные цифры, поэтому ребус не имеет решений.

3-*й способ*

Перепишем ребус через произведение: СМEX · 2 = УСПEX. Так как X · 2 = …X, значит X обозначает четную цифру. 0 · 2 = …0, 2 · 2 = …4, 4 · 2 = …8, 6 · 2 = …2, 8 · 2 = …6. Только в случае X = 0 получается верная запись. При этом перехода через десяток из разряда единиц нет. Тогда E · 2 = …E. Поэтому E = 0, а цифры X и E должны быть различны. Значит, ребус не имеет решений.

Запись на доске и в рабочей тетради

1-*й способ*

$$\begin{array}{cccccc} & & C & M & E & X \\ + & & C & M & E & X \\ \hline & У & C & П & E & X \end{array} \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{cccccc} + & C & M & E & 0 \\ & C & M & E & 0 \\ \hline У & C & П & E & 0 \end{array}$$

X + X = …X 0 + 0 = …0 1 + 1 = …2 2 + 2 = …4

X = ? 3 + 3 = …6 4 + 4 = …8 5 + 5 = …0

6 + 6 = …2 7 + 7 = …4 8 + 8 = …6 9 + 9 = …8

⇒ X = 0

Нет перехода через десяток. ⇒ E + E = E. ⇒ E = 0. E = X = 0. Противоречие — разные буквы означают разные цифры ⇒ Решений нет.

2-*й способ*

СМ<u>EX</u> + СМ<u>EX</u> = УСП<u>EX</u>. Вычтем из обеих частей EX ⇒ СМEX + СМ00 = УСП00 ⇒ EX = 00.

E = X = 0. Противоречие — разные буквы означают разные цифры ⇒ Решений нет.

3-*й способ*

$$\begin{array}{ccccc} & C & M & E & X \\ \times & & & & 2 \\ \hline У & C & П & E & X \end{array}$$

X · 2 = …X 0 · 2 = …0 2 · 2 = …4 4 · 2 = …8

X = ? 6 · 2 = …2 8 · 2 = …6

⇒ X = 0

Нет перехода через десяток ⇒ E · 2 = E ⇒ E = 0. E = X = 0. Противоречие — разные буквы означают разные цифры ⇒ Решений нет.

4. Музыкальный ребус (5 мин)

Сколько решений имеет ребус ФА + ФА + ФА + ФА + ФА = УФА?

Подсказка

В левой части ребуса можно заменить сумму на произведение.

Решение

1-*й способ*

Запишем ребус, используя умножение: ФА × 5 = УФА. Рассмотрим действие в разряде единиц. Произведение А и 5 может оканчиваться только на 0 или 5, значит, А = 0 или А = 5.

Если А = 0, то произведение Ф × 5 должно оканчиваться на Ф, то есть Ф = 5. Получается 50 × 5 = 250.

Если А = 5, то будет переход 2 через десяток, и тогда произведение Ф × 5 + 2 должно заканчиваться на Ф, значит, Ф = 2 или Ф = 7 (Ф × 5 = …0 или …5).

2-*й способ*

Перепишем ребус в виде ФА + ФА + ФА + ФА = УФА – ФА. Значит, ФА × 4 = У00. Переберем возможные значения буквы У, вычисляя ФА = У00 : 4.

1) Если У = 1, то ФА = 25. Все буквы обозначают различные цифры, вариант подходит.

2) Если У = 2, то ФА = 50. Подходит.

3) Если У = 3, то ФА = 75. Подходит.

4) Если У ≥ 4, то ФА ≥ 100. Не подходит, так как ФА — двузначное число.

Запись на доске и в рабочей тетради

1-*й способ*

1) А × 5 = …А ⇒ А = 0 или А = 5.

2) Если А = 0, то Ф × 5 = …Ф ⇒ Ф = 5 (Ф ≠ А). Проверка: 50 × 5 = 250.

3) Если А = 5, то Ф × 5 + 2 = …Ф ⇒ Ф = 2 или Ф = 7. Проверка: 25 × 5 = 125, 75 × 5 = 375.

2-*й способ*

Вычтем из обеих частей равенства ФА и получим ФА + ФА + ФА + ФА = У00, или ФА × 4 = У00.

У = ?, ФА = У00 : 4

У	ФА	Вывод
1	25	подходит
2	50	подходит
3	75	подходит

Если У ≥ 4, то ФА ≥ 100. Не подходит, так как ФА — двузначное число.

Ответ: 3 решения.

Тренировочные задания

1т. Искусственный интеллект (3 мин)

Сколько всего решений у ребуса ХА + ХИ = ИИ?

Подсказка

Рассмотри сложение в разряде единиц. Какую цифру может обозначать А?

Решение

Запишем ребус в столбик:

$$\begin{array}{r} + \begin{array}{cc} Х & А \\ Х & И \end{array} \\ \hline \begin{array}{cc} И & И \end{array} \end{array}$$

Рассмотрим сначала сложение в разряде единиц. Так как А + И оканчивается на И, то А = 0. Тогда в разряде единиц нет перехода через десяток, а значит, Х + Х = И и Х · 2 = И. Возможные значения Х, И найдем методом перебора. Рассмотрим два способа перебора: по значению Х и по значению И. При этом Х, И не могут быть равны 0, так как по правилам ребуса разные буквы означают разные цифры, а А = 0.

1-*й способ*

Будем перебирать возможные значения Х в порядке возрастания, вычисляя И = Х + Х.

1) Если Х = 1, то И = 1 + 1 = 2. 10 + 12 = 22 (подходит).

2) Если Х = 2, то И = 2 + 2 = 4. 20 + 24 = 44 (подходит).

3) Если Х = 3, то И = 3 + 3 = 6. 30 + 36 = 66 (подходит).

4) Если Х = 4, то И = 4 + 4 = 8. 40 + 48 = 88 (подходит).

5) Если Х ≥ 5, то будет переход через сотни. Не подходит.

2-*й способ*

Так как Х + Х = И, то Х · 2 = И, значит И — четная цифра. Будем перебирать возможные значения И в порядке возрастания, вычисляя Х = И : 2.

1) Если И = 2, то Х = 2 : 2 = 1. 10 + 12 = 22 (подходит).

2) Если И = 4, то Х = 4 : 2 = 2. 20 + 24 = 44 (подходит).

3) Если И = 6, то Х = 6 : 2 = 3. 30 + 36 = 66 (подходит).

4) Если И = 8, то Х = 8 : 2 = 4. 40 + 48 = 88 (подходит).

Запись на доске и в рабочей тетради

А + И = □И ⇒ <u>А = 0</u> ⇒ Значит, нет перехода через десяток, поэтому Х + Х = И или Х · 2 = И.

А = 0 ⇒ Х ≠ 0, И ≠ 0. Переберем варианты:

$$\begin{array}{r} + \begin{array}{cc} Х & А \\ Х & И \end{array} \\ \hline \begin{array}{cc} И & И \end{array} \end{array} \Rightarrow \begin{array}{r} + \begin{array}{cc} Х & 0 \\ Х & И \end{array} \\ \hline \begin{array}{cc} И & И \end{array} \end{array}$$

1-й способ

Х = ?, И = Х + Х

Х	И	Пример	Вывод
1	2	10 + 12 = 22	подходит
2	4	20 + 24 = 44	подходит
3	6	30 + 36 = 66	подходит
4	8	40 + 48 = 88	подходит

Если Х ≥ 5, то будет переход через сотни. Не подходит.

2-й способ

Х = И : 2 ⇒ И — четная цифра, то есть И = 2, 4, 6 или 8 (И ≠ 0).

И	Х	Пример	Вывод
2	1	10 + 12 = 22	подходит
4	2	20 + 24 = 44	подходит
6	3	30 + 36 = 66	подходит
8	4	40 + 48 = 88	подходит

Ответ: 4 решения.

2т. Футбольный ребус

Юный футболист Гриша придумал ребус ГОЛ + ГОЛ = МАТЧ и загадал его своей сестре Маше. Маша решила ребус и сказала, что буква Л обозначает цифру 1. Не ошиблась ли Маша?

Решение

1-*й способ*

1) 999 + 999 = 1998 — наибольшая сумма трехзначных чисел

2) М = 1, значит Л не может быть 1.

2-*й способ*

1) 987 + 987 = 1974 — наибольшее значение ГОЛ + ГОЛ

2) М = 1, значит Л не может быть 1.

Ответ: ошибается.

3т. Смешной рецепт

Докажи, что ребус ХА + ХА = УХА не имеет решений.

Решение

1-*й способ*

А + А заканчивается на А, это возможно, только когда А = 0. Тогда Х + Х заканчивается на Х, это возможно, только когда Х = 0. Но разными буквами обозначены разные цифры. Значит, решений нет.

2-*й способ*

Если убрать из каждой части равенства ХА, то получится, что ХА = У00, то есть двузначное число равно трехзначному, что невозможно. Решений нет.

Запись на доске и в рабочей тетради

1-*й способ*

ХА + <u>ХА</u> = У<u>ХА</u>. Вычтем из обеих частей ХА ⇒ ХА + 0 = У00 ⇒ ХА = У00.

Но двузначное число не равно трёхзначному ⇒ Решений нет.

2-*й способ*

А + А = □А ⇒ <u>А = 0</u> ⇒ Нет перехода через десяток ⇒ Х + Х = □Х ⇒ <u>Х = 0</u>. А = Х = 0. Противоречие — разные буквы означают разные цифры ⇒ Решений нет.

+		Х	А
		Х	А
	У	Х	А

4т*. Сыр-бор

Сколько решений имеет ребус

СЫР + СЫР + СЫР + СЫР + СЫР + СЫР + СЫР + СЫР = БОР?

Решение

Запишем ребус в виде СЫР × 8 = БОР. Из таблицы умножения Р = 0. При этом С = 1, так как иначе произведение было бы четырехзначным числом. Если Ы = 2, то получается подходящий пример: 120 × 8 = 960. Если Ы ≥ 3, то произведение будет четырехзначным. Значит, других решений нет.

Запись на доске и в рабочей тетради

$$\begin{array}{r} \times\ \begin{array}{ccc} С & Ы & Р \\ & & 8 \end{array} \\ \hline Б\ О\ Р \end{array} \quad \xrightarrow{а)} \quad \begin{array}{r} \times\ \begin{array}{ccc} С & Ы & 0 \\ & & 8 \end{array} \\ \hline Б\ О\ 0 \end{array} \quad \xrightarrow{б)} \quad \begin{array}{r} \times\ \begin{array}{ccc} 1 & Ы & 0 \\ & & 8 \end{array} \\ \hline Б\ О\ 0 \end{array}$$

а) Р · 8 = □Р ⇒ <u>Р = 0</u>.

б) <u>С = 1</u>, иначе СЫР × 8 ≥ 1600 и не может быть трехзначным числом.

в) Переберем возможные значения Ы.

1) Ы ≠ 0, Ы ≠ 1 (так как Р = 0, С = 1).

2) <u>Ы = 2</u>, 120 · 8 = 960. Подходит.

3) Если Ы ≥ 3, то СЫР · 8 ≥ 1040 и не может быть трехзначным числом. Не подходит.

Ответ: 1 решение.

Дополнительные задания

5. Весь мир — театр (5 мин)

Сколько решений имеет ребус РЕБУС + РЕБУС = ТЕАТР?

Подсказка

Какая цифра могла быть зашифрована буквой Р? Буквой Е?

Решение

а) Р + Р < 10, иначе в сумме получилось бы шестизначное число. Тогда Р может означать 1, 2, 3 или 4. При этом Р — четное число, потому что С + С = С · 2 = …Р, а четное число оканчивается четной цифрой. Значит, Р = 2 или Р = 4.

б) Рассмотрим разряд тысяч. Для него либо Е + Е = …Е (это возможно только при Е = 0), либо Е + Е + 1 = …Е, то есть Е + 1 = …0 (это возможно только при Е = 9).

в) Получили 2 варианта значений для буквы Р и 2 варианта для буквы Е. Всего возможны 4 комбинации. Проверим их.

<u>1) Е = 0, Р = 2.</u> Тогда Т = 4, С = 1, У = 7. Сумма Б + Б не должна давать перехода через десяток, поэтому Б < 5. Но остался только вариант Б = 3, тогда А = 7, что невозможно.

2) <u>Е = 0, Р = 4.</u> Тогда Т = 8, С = 2, У = 9. Сумма Б + Б не должна давать перехода через десяток, поэтому Б < 5. Если Б = 1, то А = 3. Если Б = 3, то А = 7.

3) <u>Е = 9, Р = 2.</u> Тогда Т = 5, С = 6, У = 7. Сумма Б + Б должна давать переход через десяток, значит, Б > 4. Остался только вариант Б = 7, но тогда А = 7 и совпадает со значением У.

4) <u>Е = 9, Р = 4.</u> Тогда Т = 9, что невозможно.

Ответ: 2 решения.

6. Сделай сам

Придумай буквенный ребус и найди какое-нибудь его решение либо докажи, что у этого ребуса нет решений.