ЗАНЯТИЕ 20. ИГРА «Бонусы»

Учебное содержание

Предметные цели

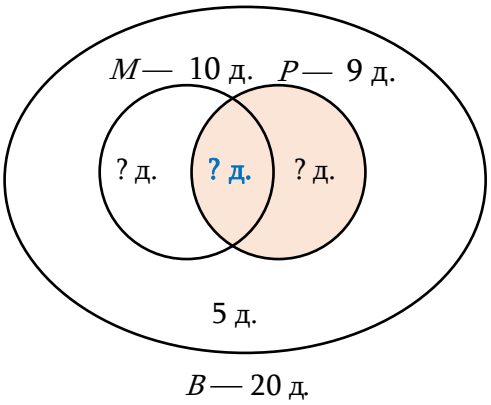
1. Тренировать знания и умения, полученные на занятиях №№5 – 8 «Математического театра».

Задания и решения

Задача 3.1

20 детей-непосед должны сделать домашнюю работу по математике и по русскому языку. Когда мама пришла проверить ребят, оказалось, что математику сделали 10 детей, русский язык – 9 детей, а 5 детей все это время играли на улице и ничего не сделали. Сколько детей уже сделали оба предмета?

Решение.
Изобразим на схеме множества:



B — все дети, M — сделали математику, P —сделали русский язык

1) 20 – 5 = 15 (дет.) — сделали что-то ($M \cup P$)

2) 15 – 10 = 5 (дет.) — сделали только русский язык

3) 9 – 5 = 4 (реб.) — сделали оба предмета ($M \cap P$)

Ответ. 4 ребенка.

Задача 3.2

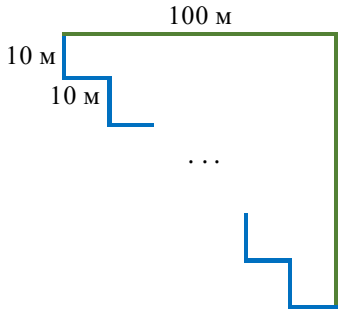
У принцессы все подушки должны быть либо мягкими, либо розовыми. Всего у нее 20 мягких подушек и 12 розовых. Оказалось, что всего 3 подушки одновременно и мягкие, и розовые. Сколько всего подушек у принцессы?

Решение.
20 + 15 – 3 = 32 (подушки) – так как подушки, которые и розовые, и мягкие, посчитаны дважды.

Ответ. 32 подушки.

Задача 3.3

Огород фермера обнесен забором странной формы. Длинные стороны забора имеют длину по 100 метров, а длины сторон каждого из угловых выступов – по 10 метров (см. рисунок). Фермер покрасил длинны стороны забора зеленой краской, а остальной забор – синей краской. На длинные стороны ушло 20 кг краски. Сколько краски ушло на остальную часть забора?



Решение.
Сумма длин синих горизонтальных отрезков равна длине зеленого горизонтального отрезка, то есть равна 100 м.

© НОУ ДПО «Институт системно-деятельностной педагогики», www.peterson.institute

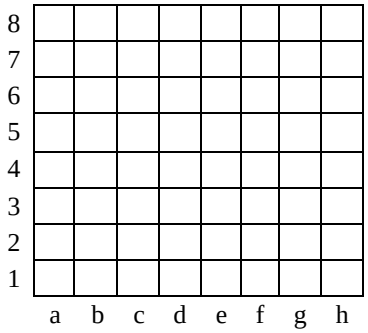
Сумма длин синих вертикальных отрезков равна длине зеленого вертикального отрезка, то есть равна 100 м.

Длина синей части забора равна длине зеленой части забора. ⇒ На обе части ушло одинаковое количество краски.

Ответ. 20 кг.

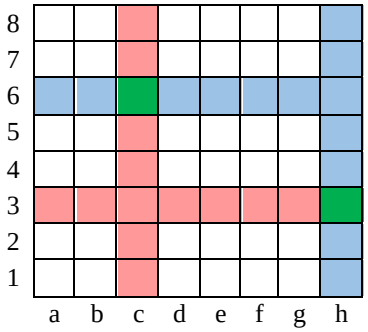
Задача 3.4

Шахматная фигура «ладья» ходит на любое количество клеток по вертикали или по горизонтали. На доску поставили ладью так, что она бьет клетки C3 и H6. В каких клетках может стоять ладья (укажи все варианты)?



Решение.

Если ладья бьет клетки C3 и H6, то она находится с каждой из них в одной вертикали или в одной горизонтали. Выделим синим клетки, стоя на которых, ладья может бить клетку C3, а красным – стоя на которых, ладья может бить клетку H6. Клетки, стоя на которых, ладья может бить сразу обе из указанных клеток, находятся в пересечении. Это клетки C6 и H3.



Ответ. C6 и H3.

Задача 3.5

Путник побывал в 6 разных странах и из каждой привез по 5 монет номиналами 1, 2, 5, 10 и 50 местных денежных единиц. Однажды он заметил, что из его коллекции пропали все монеты из Нумизландии и Слейпнерии, а также все монеты нечетного номинала. Сколько всего монет пропало?

Решение.

1) 5 + 5 = 10 (монет) – всего из Нумизландии и Слейпнерии

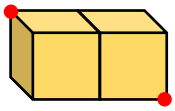
2) Нечетный номинал у монет 1 и 5 ⇒ Всего у Васи 6 · 2 = 12 монет нечетного номинала.

3) Монеты номиналом 1 и 5 из Нумизландии и Слейпнерии посчитаны дважды.

4) Тогда всего пропало 10 + 12 – 4 = 18 монет.

Ответ. 18 монет.

Задача 3.6

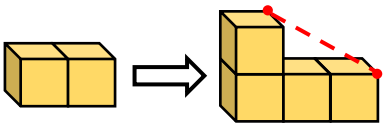


В кладовой лежит много кусков сыра в форме одинаковых кубов. Придумай, как измерить расстояние между отмеченными вершинами нарисованной

© НОУ ДПО «Институт системно-деятельностной педагогики», www.peterson.institute

сырной конструкции. Сыр есть нельзя! (Нарисуй полученную конструкцию и отрезок, который необходимо измерить.)

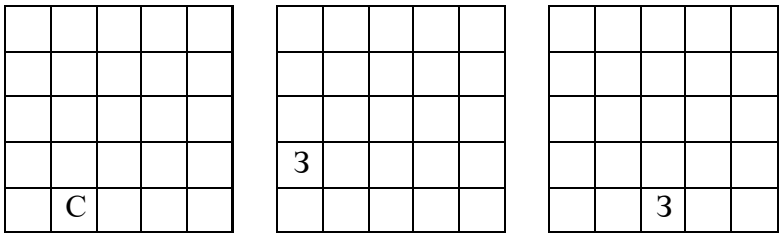
Решение.



Добавим слева 2 кубика (получится параллелепипед фигура в форме Г). Искомое расстояние равно длине красного отрезка, его можно измерить линейкой.

Задача 3.7

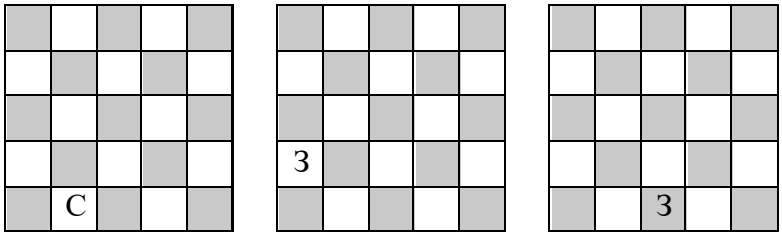
У Васи есть три клетчатых доски размерами 5×5. На каждую из них он выставил по фигуре (см. рисунок): на первую доску слона (ходит на любое количество клеток по диагонали), а на две другие доски – по зайцу (прыгают через одну клетку по горизонтали или по вертикали). Фигура на какой из досок сможет посетить наибольшее количество клеток на своей доске?



Доска 1 Доска 2 Доска 3

Решение.

Каждая из фигур сможет побывать на всех клетках, имеющей в шахматной раскраске тот же цвет, что и изначальная клетка (см. рисунок).



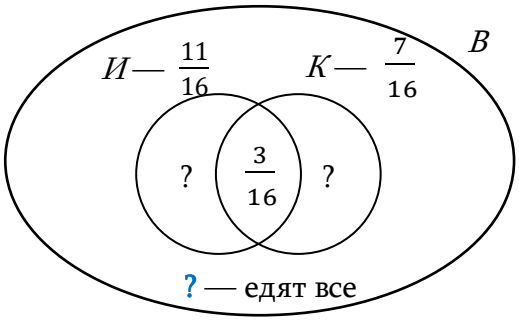
Доска 1 Доска 2 Доска 3

Тогда слон на 1-й доске сможет посетить 12 клеток, заяц на 2-й доске – тоже 12 клеток, а заяц на 3-й доске – 13 клеток.

Ответ. Фигура на третьей доске.

Задача 3.8

В детском саду $\frac{7}{16}$ всех детей не едят курагу, а $\frac{11}{16}$ всех детей не едят изюм, причем $\frac{3}{16}$ всех детей не едят ни то, ни другое. Оказалось, что всего 6 детей едят оба этих лакомства. Сколько всего детей в детском саду?



Всего: $1 = \frac{16}{16}$

Решение.

В — все дети

И — дети, которые не едят изюм

К — дети, которые не едят курагу

© НОУ ДПО «Институт системно-деятельностной педагогики», www.peterson.institute

1) $\frac{11}{16} - \frac{3}{16} = \frac{8}{16}$ (от B) — не едят только изюм

2) $\frac{16}{16} - \frac{8}{16} - \frac{7}{16} = \frac{1}{16}$ (от B) — едят оба лакомства

3) 16 · 6 = 96 (детей) — всего в детском саду

Ответ. 96 детей.

Задача 4.1

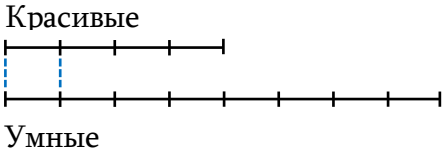
В зоопарке каждая четвертая красивая обезьяна – умная, а каждая восьмая умная обезьяна – красивая. Каких обезьян в зоопарке больше: умных или красивых? И во сколько раз?

Решение

$К$ — множество красивых обезьян

$У$ — множество умных обезьян

$К \cap У$ — множество полосатых серых рыбок



1-й способ

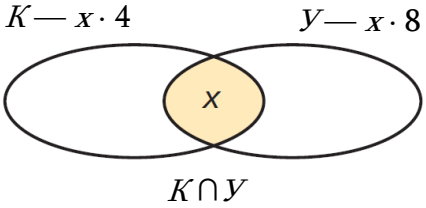
1) 1/4 красивых обезьян — умные.

2) 1/8 умных обезьян — красивые.

3) 1/4 красивых обезьян = 1/8 умных обезьян ⇒
⇒ Умных обезьян больше, чем красивых.

4) 8 : 4 = 2 (раза)

2-й способ



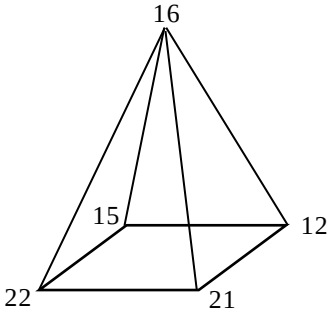
Пусть в зоопарке x умных красивых обезьян, тогда красивых обезьян — $x \cdot 4$, а умных — $x \cdot 8$.

$x \cdot 8 > x \cdot 4$ ⇒ Умных обезьян больше, чем красивых.

8 : 4 = 2 (раза)

Ответ: умных обезьян больше в 2 раза.

Задача 4.2



На столе стоит четырехугольная пирамидка, собранная из палочек, каждая из которых имеет свою массу. Около каждой вершины подписали суммарную массу в граммах сходящихся в ней палочек. Чему равна масса квадрата в основании пирамидки?

Решение.

Если сложить числа, написанные у вершин квадрата, то в полученной сумме будут дважды присутствовать массы палочек, образующих квадрат, и один раз – массы палочек, соединяющих квадрат с вершиной пирамидки.

1) 22 + 15 + 12 + 21 = 70 (г) – сумма чисел в вершинах квадрата

2) 70 – 16 = 54 (г) – удвоенная масса квадрата

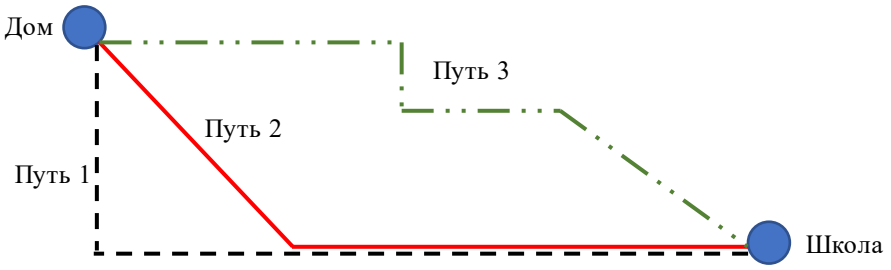
3) 54 : 2 = 27 (г) – масса квадрата

Ответ. 27 г.

© НОУ ДПО «Институт системно-деятельностной педагогики», www.peterson.institute

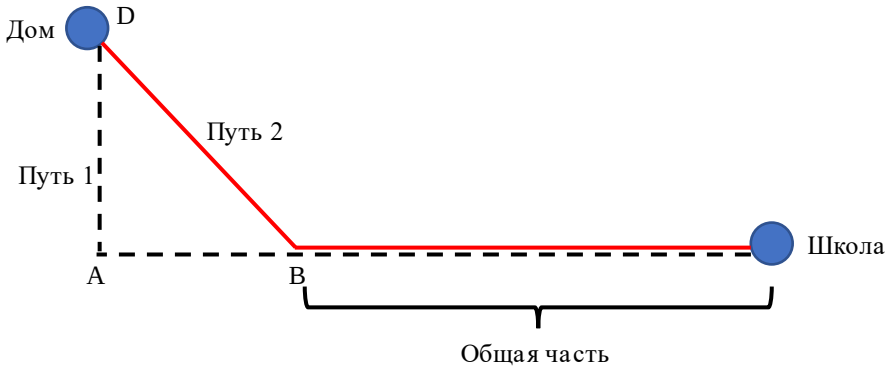
Задача 4.3

Валя ходит в школу одним из трех вариантов, показанных на рисунке. Какой из путей самый длинный?



Решение.

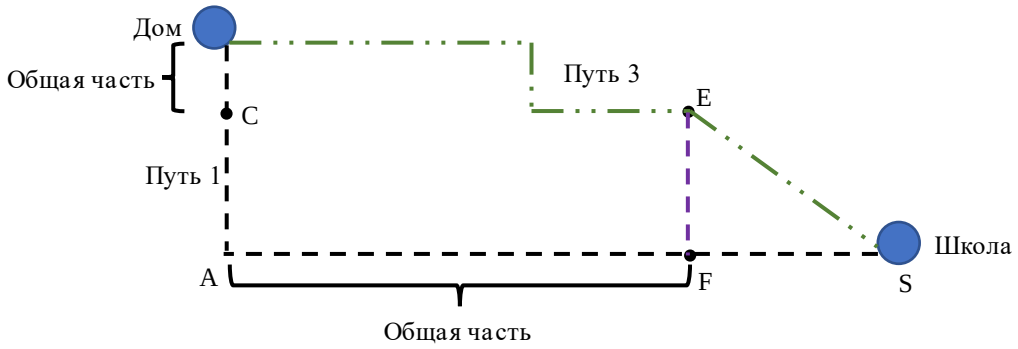
1) Сравним пути 1 и 2. Отметим их общую горизонтальную часть:



Оставшаяся часть в 1-м пути – это DA + AB, а во 2-м – DB. Но путь DB – прямой, значит он короче.

Таким образом во 2-м пути одна часть короче, чем в 1-м, а другая – такая же. Тогда 2-й путь короче, чем 1-й путь.

2) Сравним теперь пути 1 и 3. Отметим их общие горизонтальные и вертикальные части:



Оставшаяся часть в 1-м пути – это CA + FS, а во 2-м – ES. Отрезок CA такой же по длине, как и отрезок EF (см. рисунок). Тогда оставшаяся часть в 1-м пути равна EF + FS. Но путь ES – прямой, значит он короче.

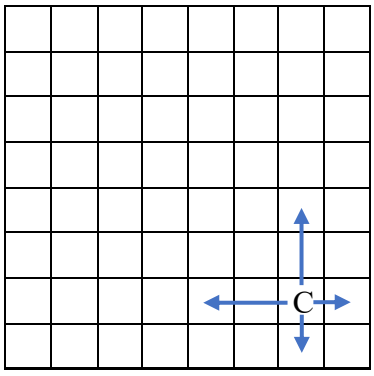
Таким образом во 3-м пути одна часть короче, чем в 1-м, а другая – такая же. Тогда 3-й путь короче, чем 1-й путь.

Значит 1-й путь – самый длинный.

Ответ. Путь 1.

© НОУ ДПО «Институт системно-деятельностной педагогики», www.peterson.institute

Задача 4.4



На шахматной доске стоит фигура «стрекоза», которая умеет ходить на 2 клетки вверх, на 2 клетки влево, на 1 клетку вниз или на 1 клетку вправо (см. рисунок). Сколько существует клеток на доске, в которые может добраться стрекоза из своего текущего положения?

Решение.
Докажем, что стрекоза сможет попасть в любую клетку на доске. Каждая клетка определяется вертикалью и горизонталью, в которых она находится.

Сделаем 3 хода влево через одну клетку и окажемся в самом левом столбце. Дальше ходами вправо на одну клетку перейдем в нужный нам столбец.

Аналогично сделаем 3 хода вверх через одну клетку и окажемся в самой верхней строке. Дальше ходами вниз на одну клетку перейдем в нужную нам строку.

Таким образом из изначального положения мы можем оказаться в нужном нам столбце и нужной строке, а значит можем оказаться в любой клетке.

Ответ. 64 клетки.

Задача 5.1

Вася посчитал число коробочек, в которых один шарик или больше: их оказалось 8; коробочек, в которых больше одного шарика – 6; больше двух шариков – 5; больше трех – 3; больше четырех – 2. Коробочек, в которых больше пяти шариков, не было. Найдите общее число шариков во всех коробках.

Решение.
Коробочек, где ≥ 1 шарика – 8, а коробочек, где > 1 шарика – 6. ⇒ Коробочек, где ровно 1 шарик: 8 – 6 = 2.

Коробочек, где > 2 шариков – 5. ⇒ Коробочек, где ровно 2 шарика: 6 – 5 = 1.

Коробочек, где > 3 шариков – 3. ⇒ Коробочек, где ровно 3 шарика: 5 – 3 = 2.

Коробочек, где > 4 шариков – 2. ⇒ Коробочек, где ровно 4 шарика: 3 – 2 = 1.

Коробочек, где > 5 шариков – 0. ⇒ Коробочек, где ровно 5 шариков: 2 – 0 = 2.

Тогда всего: $2 \cdot 1 + 1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 1 \cdot 4 + 2 \cdot 5 = 24$ (шарика).

Ответ. 24 шарика.

Задача 5.2

Разрежь клетчатую доску 6×6 с шахматной раскраской (см. рис. 1) на набор фигур, приведенный на рис. 2. (Фигуры нельзя поворачивать и переворачивать.)

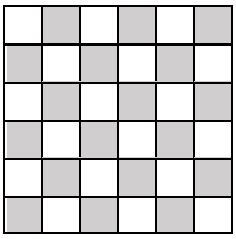
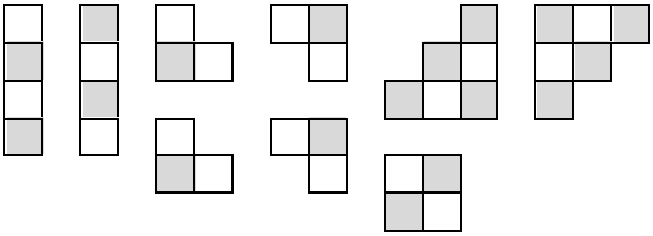
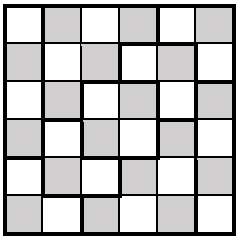


Рис. 1

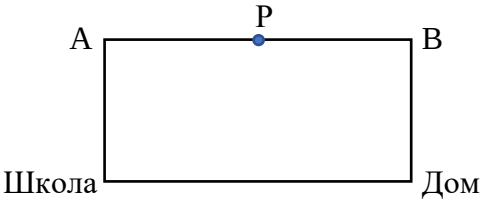


© НОУ ДПО «Институт системно-деятельностной педагогики», www.peterson.institute

Решение.
Возможный пример – на рисунке.



Задача 5.3



Маша и Петя одновременно вышли из школы домой. Маша сразу пошла домой, а Петя зашел за покупками в магазин, расположенный посередине соседней улицы (см. рисунок). Ребята пришли домой одновременно через 48 минут после выхода из школы.

Обычная скорость Пети в три раза больше скорости Маши, но с покупками она уменьшается вдвое. Сколько времени Петя затратил на дорогу от перекрестка, обозначенного буквой B, до дома, если покупка продуктов заняла у него 6 минут?

Решение

Путь Пети состоит из движения в вертикальном направлении и в горизонтальном направлении. В горизонтальном направлении Петя прошел такое же расстояние, как и Маша. Так как Маша прошла его за 48 минут, то Петя прошел бы за 48 : 3 = 16 минут. Ровно половину этой части пути Петя шел с продуктами, а значит затратил на эту половину вместо 16 : 2 = 8 минут в два раза больше: 8 · 2 = 16 минут. Тогда на весь горизонтальный участок Петя затратил 8 + 16 = 24 минуты.

Всего Петя шел 48 – 6 = 42 минуты. Значит на два одинаковых вертикальных участка Петя затратил 42 – 24 = 18 минут. Это время состоит из времени на отрезок от школы до точки A и времени от точки B до дома, которое в два раза больше. Тогда все время, затраченное на вертикальные участки, состоит из трех одинаковых частей.

Найдем одну такую часть: 18 : 3 = 6 минут – время, затраченное на дорогу от школы до точки A. Тогда время от точки B до дома: 6 · 2 = 12 минут.

Ответ. 12 минут.

Задача 5.4

Аллея парка имеет длину 890 метров. По всей ее длине через каждые 10 метров стоят столбы, причем крайние столбы стоят ровно у начала и конца аллеи. Два маляра шли вдоль аллеи и красили столбы: первый маляр красил каждый третий встреченный им столб, а второй маляр – каждый второй. Сколько столбов осталось непокрашенными?

Решение.

1) 890 : 10 = 89 – промежутков между столбами. ⇒ Всего столбов: 89 + 1 =90.

2) 90 : 3 = 30 (столбов) – покрасил первый маляр

3) 90: 2 = 45 (столбов) – покрасил второй маляр

© НОУ ДПО «Институт системно-деятельностной педагогики», www.peterson.institute

4) Столбы, номера которых делятся и на 3, и на 2, посчитаны дважды. Таких столбов: 90 : 6 = 15.

5) Тогда всего покрашено 30 + 45 – 15 = 60 (столбов). ⇒ Непокрашено 90 – 60 = 30 (столбов).

Ответ. 30 столбов.

© НОУ ДПО «Институт системно-деятельностной педагогики», www.peterson.institute