ЗАНЯТИЕ 10. РАЗРЕЗАНИЯ ПО ДИАГОНАЛЯМ КЛЕТОК

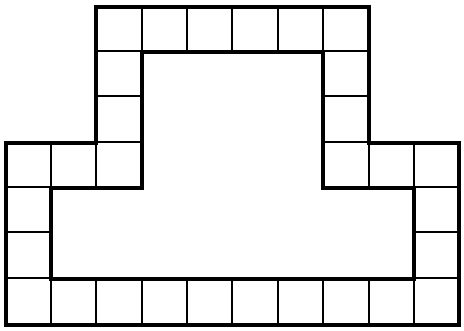
Учебное содержание

Предметные цели

1. Сформировать опыт разрезания фигур не по линиям сетки на примере разрезаний по диагоналям клеток.
2. Развить умение вычислять площади фигур на клетчатой сетке.
3. Тренировать умение применять принцип «узких мест» при решении задач.

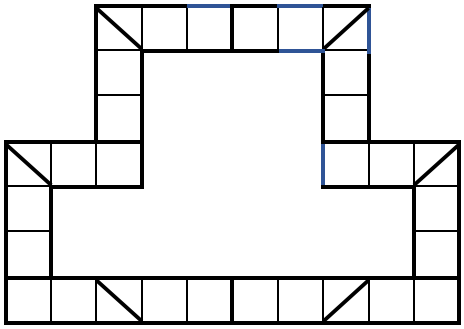
Задача-ключ

Разрежьте приведенную на рисунке фигуру на 12 равных частей.



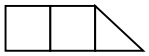
Решение

Один из возможных примеров — на рисунке.



Путь к решению

Посчитаем, сколько клеток во всей фигуре: $6 + 3 \cdot 2 + 2 \cdot 2 + 3 \cdot 2 + 8 = 30$ кл. Заметим, что это число не делится нацело на 12. При этом $30 : 12 = 2\ ½$. Таким образом, каждая из частей должна будет состоять из двух с половиной клеток. Попробуем разделить фигуру на такие части, в которых будет две целые клетки и одна половинка:



Можно начать разрезание с нижней полоски, так как в нее как раз помещаются четыре фигуры указанного вида (из двух таких фигурок можно сложить одну полоску 1×5).

© НОУ ДПО «Институт системно-деятельностной педагогики», www.sch2000.ru

Советы по решению задач на разрезание

Разрезания не по границам клеток называют также разрезаниями **не по линиям сетки**.

1. В задаче, где разрезы могут идти не по линиям сетки, можно попробовать провести разрез, по диагоналям клеток.
2. Части с площадью в нецелое число клеток можно составить из целых клеток и частей клеток (половины, трети и т. д.).

Вопросы для построения подводящего диалога

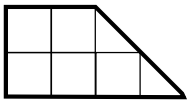
1. Сколько клеток в фигуре, которую нужно разрезать?
2. Сколько клеток будет в каждой части после разрезания?
3. Какие фигуры можно составить из такого количества клеток? Будут ли в ней целые клетки, «половинки» клеток?

Как проверить

Равенство фигур можно проверить наложением.

Основные задания

1. Горка (3 мин)



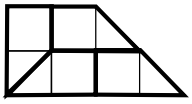
Разрежь фигуру, изображенную на рисунке, на 4 равные части.

Подсказка

Какой формы могут быть части? Начни разрезание с «угла» в правой части фигуры.

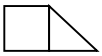
Решение

Вариант разрезания — на рисунке.

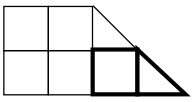


Путь к решению

Всего в фигуре 5 + ½ + ½ = 6 клеток. Фигуру нужно разделить на 4 равные части. Тогда площадь одной части будет 1 ½ клеток (это можно понять либо поделив 6 на 4, либо подобрав такое дробное число, которое при умножении на 4 равно 6). Это может быть фигура из одной целой клетки и одной половинки:



Такую фигуру можно расположить в правой части рисунка:

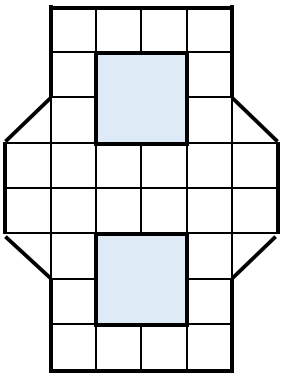


Далее такую же фигуру можно поставить выше, и останется уголок из трех клеток, который можно разделить на две такие фигуры одним диагональным разрезом.

2. Ваза (4 мин)

Разрежь изображенную на рисунке фигуру на 10 равных частей.

© НОУ ДПО «Институт системно-деятельностной педагогики», www.sch2000.ru

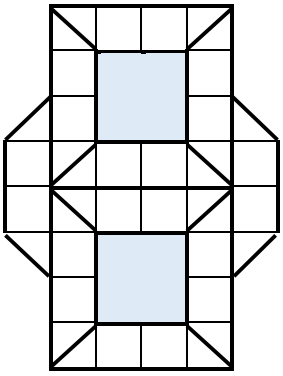


Подсказка

В каждой части должно получиться три клетки. Убедись, что указанную фигуру нельзя разделить на прямоугольники 1 × 3 или трехклеточные уголки. Поэтому попробуй составить фигуру из двух целых клеток и двух половинок клеток.

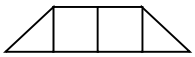
Решение

Вариант разрезания — на рисунке.

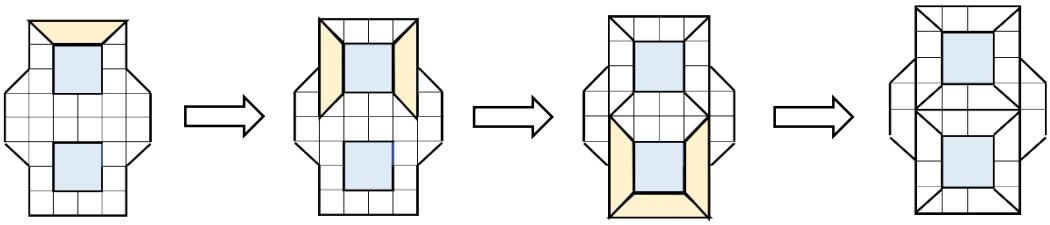


Путь к решению

Данная фигура состоит из $4 \cdot 8 - 4 \cdot 2 + 4 + 2 = 30$ клеток. Значит, каждая часть должна состоять из $30 : 10 = 3$ клеток. Но данную фигуру нельзя разрезать на фигуры из трех целых клеток (прямоугольники 1 × 3 или трехклеточные уголки), потому что в ней есть стороны, которые идут не по линиям клеток, а по диагоналям. Значит, нужно использовать половинки клеток. Так как $3 = 2 + ½ + ½$, значит, можно взять такие части:



Построим разрезание на такие части (оно единственное). Рассмотрим «узкое место»: верхнюю линию фигуры из 4 клеток. В ней можно расположить часть единственным образом. После этого образовавшиеся слева и справа части в полклетки можно заполнить только одним способом. Аналогично, начиная рассмотрение с нижней линии фигуры из 4 клеток, получим окончательный способ разрезания.

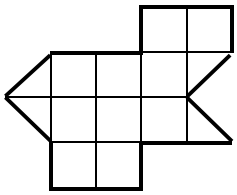


Замечание

© НОУ ДПО «Институт системно-деятельностной педагогики», www.sch2000.ru

Вариант разрезания на части-трапеции можно было начать искать и по-другому, если сразу заметить, что две такие части можно расположить «по бокам» фигуры.

3. Две части (5 мин)



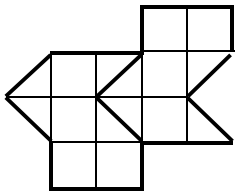
Разрежь изображенную на рисунке фигуру на 2 равные части.

Подсказка

Попробуй разрезать фигуру примерно пополам вертикальной линией. Получилось ли равное количество клеток в этих частях? Как «исправить» линию разреза, чтобы клеток было поровну?

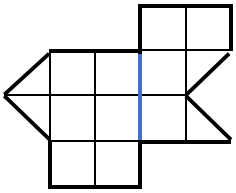
Решение

Один из возможных примеров — на рисунке.



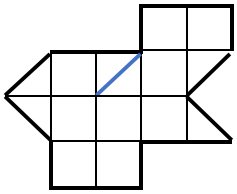
Путь к решению

Попробуем разделить фигуру на две примерно равные части:



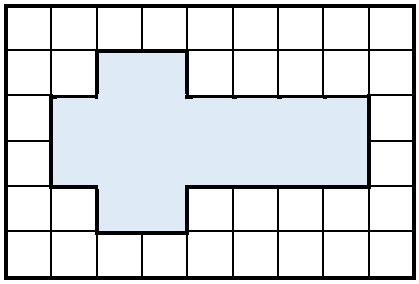
Всего в фигуре 6 + 2 + 2 + 2 · 1 = 12 клеток. Значит, в каждой части получится 12 : 2 = 6 клеток.

Заметим, что в правой части получилось 5 клеток, а в левой — 7 клеток. Это значит, что нужно увеличить площадь правой части на одну клеточку (одну полную или две половинки). Для этого можно начать вести линию не вертикально, а по диагонали:



Если дальше провести линию вертикально, то в уже в левой части окажется меньше клеток, а именно 4 или 5 (если потом вести линию направо). Значит, нужно ее провести также диагонально, чтобы в левой части оказалось 6 клеток. Теперь можно проверить, что части действительно равны не только по площади, но и по форме. Это можно сделать наложением.

4*. Старый пруд (5 мин)



У крестьянина есть участок земли с прудом посередине. Как ему разделить имеющуюся землю (без пруда) между двенадцатью своими сыновьями так, чтобы все части оказались равными и по размеру, и по форме?

© НОУ ДПО «Институт системно-деятельностной педагогики», www.sch2000.ru

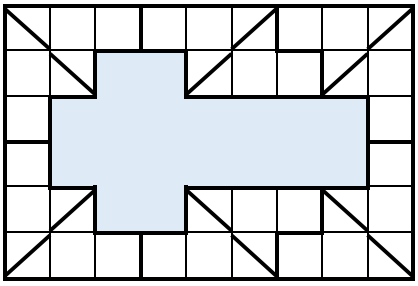
Подсказка

1. Рассмотри левый верхний угол фигуры и догадайся, почему ее нельзя разделить на 12 равных частей из целых клеток.

2. Найди площадь одной части. Подумай, какую форму могут иметь части, чтобы пару таких частей можно было разместить в левом верхнем углу рисунка.

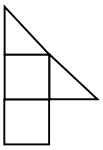
Решение

Один из вариантов — на рисунке.



Путь к решению

Всего в данной фигуре $6 \cdot 9 - 4 - 2 \cdot 7 = 36$ клеток. Тогда в каждой части должно оказаться по $36 : 12 = 3$ клеток. Но данную фигуру нельзя разделить на полоски из трех клеток: ими нельзя занять, например, квадрат 2×2 в верхнем левом углу. Нельзя разрезать и на трехклеточные уголки (это можно проверить, рассмотрев все возможные положения уголка, который занимает верхнюю левую клетку). Значит, можно взять две целые клетки и две половинки. Чтобы занять тот же квадрат, можно разделить его по диагонали, и части окажутся такой формы:

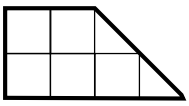


Дальше, расставляя такие части, получится искомое разрезание. Расстановку удобно начать, например, с угла прямоугольника: в нем могут сходиться только два острых угла.

Тренировочные задания

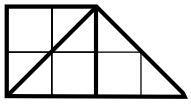
1т. Горка

Разрежь фигуру, изображенную на рисунке, на 3 равные части.



Решение

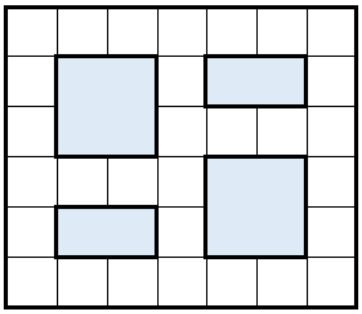
Один из возможных вариантов — на рисунке.



2т. Коврик

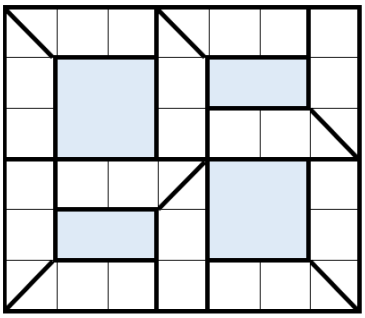
Разрежь приведенную на рисунке фигуру на 12 равных частей.

© НОУ ДПО «Институт системно-деятельностной педагогики», www.sch2000.ru

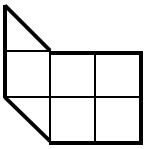


Решение

Один из возможных вариантов — на рисунке.



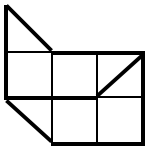
3т. Две части



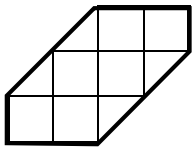
Разрежь изображенную на рисунке фигуру на 2 равные части.

Решение

Один из возможных вариантов—на рисунке.



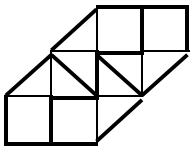
4т*. Раздел участка



У крестьянина есть участок земли, изображенный на рисунке. Как ему разделить всю эту землю между четырьмя своими сыновьями так, чтобы все части оказались равными?

Решение.

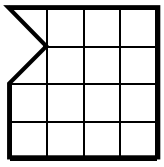
Один из вариантов – на рисунке.



© НОУ ДПО «Институт системно-деятельностной педагогики», www.sch2000.ru

Дополнительные задания

5. Помоги роботу



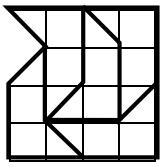
Задумчивый робот Штинк нашел на полке лист железа странной формы. Робот хочет разделить его на пять равных кусков, чтобы подарить их своим друзьям. Помоги роботу справиться с задачей.

Подсказка

Найди площадь фигуры и узнай площадь одного куска.

Решение

Один из возможных вариантов решения — на рисунке.



© НОУ ДПО «Институт системно-деятельностной педагогики», www.sch2000.ru