



ФЕДЕРАЛЬНАЯ ИННОВАЦИОННАЯ ПЛОЩАДКА МИНИСТЕРСТВА ПРОСВЕЩЕНИЯ РФ
МЕЖДУНАРОДНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ПРОЕКТ ИНСТИТУТА СДП



**ЦИКЛ КОНСУЛЬТАЦИЙ ПО ПРОГРАММЕ МАТЕМАТИКИ
«УЧУСЬ УЧИТЬСЯ» Л.Г. ПЕТЕРСОН**

**ОНЛАЙН-КОНСУЛЬТАЦИЯ № 7
«8 КЛАСС. УРОКИ 35–40»**



Ведущий: Баханова Ольга Васильевна,
методист Института системно-деятельностной педагогики
bakhanova@sch2000.ru





ПЛАНИРОВАНИЕ

8 класс (3 ч в неделю (102 ч))

Л.Г. Петерсон, Н.Х. Агаханов, А.Ю. Петрович,
О.К. Подлипский, М.В. Рогатова, Б.В. Трушин

Глава 4. Квадратичная функция (28 ч)

§ 1. Квадратные уравнения (18 ч)

35	4.1.1	Квадратные уравнения в реальных процессах. Неполные квадратные уравнения и их решение.	ОНЗ
36	4.1.2	Формулы корней квадратного уравнения.	ОНЗ
37	4.1.2	Формулы корней квадратного уравнения.	ОНЗ
38	4.1.2	Формулы корней квадратного уравнения. С–11	Р
39	4.1.3	Решение уравнений, сводящихся к квадратным.	ОНЗ
40	4.1.3	Решение уравнений, сводящихся к квадратным. С–12	Р

ЧАСТЬ 2

ГЛАВА 4 Квадратичная функция

§ 1. Квадратные уравнения

5 класс

ПРОПЕДЕВТИКА



Задача 3.

Найти значение x , для которого выполняется равенство $x(x + 3) = 70$.

$$x(x + 3) = 70, \quad x \in \mathbb{N} \quad \text{МЕТОД ПРОБ И ОШИБОК}$$

$$\text{Если } x = 6, \text{ то } 6(6 + 3) = 70, \quad 54 = 70 \text{ (Н).}$$

$$\text{Если } x = 7, \text{ то } 7(7 + 3) = 70, \quad 70 = 70 \text{ (В).}$$

$$\text{Если } x = 8, \text{ то } 8(8 + 3) = 70, \quad 88 = 70 \text{ (В).}$$

Доказательство: Если $x < 7$, то $x(x + 3) < 70$.

Если $x > 7$, то $x(x + 3) > 70$.

ЧАСТЬ 2

ГЛАВА 4 Квадратичная функция

§ 1. Квадратные уравнения



6 класс

394 Найди корень уравнения (устно): $7x(x - 1,8) = 0$

59 Реши уравнение методом *проб и ошибок*:

а) $x^2 = 4$; б) $x^2 = -1$; в) $x^2 + 9 = 0$; г) $x^2 - 25 = 0$.

81 а) Реши уравнение методом *проб и ошибок*: $x(x + 12) = 64$, $x \in N$.

92 Найди множество натуральных корней уравнения методом *проб и ошибок*:

а) $x(x + 8) = 33$; б) $3x^2 - 14x - 15 = 0$.

67* Найди целые корни уравнения методом *проб и ошибок*: б) $x^4 + x^2 = 20$;

ЧАСТЬ 2

ГЛАВА 4 Квадратичная функция

§ 1. Квадратные уравнения



7 класс

359 Решите уравнение:

а) $x^2 - 16 = 0$;

в) $-4z^2 + 64 = 0$;

д) $49z^2 = 1$;

б) $100 - y^2 = 0$;

г) $625 - 25a^2 = 0$;

е) $81m^2 = 9$.

498 Решите уравнение, используя разложение многочлена на множители:

а) $x^2 + 3x = 0$;

е) $c(3c - 1) - 2(3c - 1) = 0$;

б) $6y^2 - y = 0$;

ж) $2d(5d + 3) + 3(5d + 3) = 0$;

в) $8z - 12z^2 = 0$;

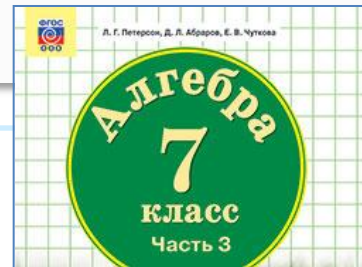
з) $5m(m - 4) - 4(4 - m) = 0$;



ЧАСТЬ 2

ГЛАВА 4 Квадратичная функция

§ 1. Квадратные уравнения



7 класс

546 Решите уравнение:

а) $(x^2 - 5x) + 5 - x = 0$;

д) $r^2 - 6r - 7 = 0$;

и) $c^2 - 3c + 2 = 0$;

б) $(y^2 + 3y) - 4y - 12 = 0$;

е) $s^2 + 3s - 4 = 0$;

к) $d^2 + d - 20 = 0$;

673 Разложите трёхчлен на множители, выделяя полный квадрат:

а) $x^2 + 8x - 20$;

в) $a^2 - 2,5a - 6$;

д) $2c^2 - 5c - 3$;

б) $y^2 - 9y + 20$;

г) $b^2 - 4,5b - 9$;

е) $3d^2 - 5d - 2$.

761 Решите уравнения:

а) $c^2 - 6c - 27 = 0$;

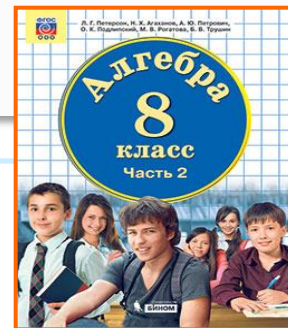
б) $z^2 + 3z - 28 = 0$;

в) $d^2 + d - 42 = 0$.

ЧАСТЬ 2

ГЛАВА 4 Квадратичная функция

§ 1. Квадратные уравнения



ЦЕЛИ

§ 1. Квадратные уравнения

- 1) Сформировать *понятия квадратного уравнения*, полного и неполного квадратного уравнения; умение определять коэффициенты квадратных уравнений;
- 2) уточнить и систематизировать способы решения *неполных* квадратных уравнений;
- 3) сформировать умение решать неполные квадратные уравнения;
- 4) вывести *формулы корней квадратного уравнения* и сформировать умение их использовать;
- 5) сформировать умение решать уравнения, сводящиеся к квадратным, *методом замены переменной*;
- 6) сформировать понятие *биквадратного* уравнения.

§ 1. Квадратные уравнения

п. 1. Квадратные уравнения в реальных процессах.

Неполные квадратные уравнения и их решение.

УРОК 35_ОНЗ

Определения.

Квадратным уравнением с переменной x называется уравнение вида $ax^2 + bx + c = 0$, где a, b, c – некоторые числа, $a \neq 0$.

Если b или c (одновременно, либо по отдельности) будут равны нулю, то уравнение называют **неполным квадратным уравнением**.

$$\begin{aligned} ax^2 + c &= 0 \\ ax^2 + bx &= 0 \\ ax^2 &= 0 \end{aligned}$$

Случай решения неполных квадратных уравнений.

Коэффициенты			Неполное квадратное уравнение	Решение
$a \neq 0$	$b \neq 0$	$c = 0$	$ax^2 + bx = 0 \Leftrightarrow x(ax + b) = 0$	$x_1 = 0$ и $x_2 = -\frac{b}{a}$
$a \neq 0$	$b = 0$	$c \neq 0$	$ax^2 + c = 0 \Leftrightarrow x^2 = -\frac{c}{a}$	1) Если числа a и c одного знака, то \emptyset . 2) Если числа a и c разных знаков, то $x_{1,2} = \pm \sqrt{-\frac{c}{a}}$.
		$c = 0$	$ax^2 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 0$	$x = 0$

Открывают учащиеся



§ 1. Квадратные уравнения

п. 1. Квадратные уравнения в реальных процессах.

Неполные квадратные уравнения и их решение.

МОТИВАЦИЯ К УЧЕБНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ

УРОК 35_ОНЗ



Для того чтобы усовершенствовать ум, надо больше размышлять, чем заучивать.

Рене Декарт (1596–1650),
французский математик, философ, физик



УРАВНЕНИЯ

ПРОБНОЕ ДЕЙСТВИЕ

ЧТО НЕ ЗНАЕМ

ЦЕЛЬ ПЛАН

РАЗМЫШЛЯЕМ, ДЕЙСТВУЕМ

ОТКРЫВАЕМ НОВОЕ

§ 1. Квадратные уравнения

п. 1. Квадратные уравнения в реальных процессах.

Неполные квадратные уравнения и их решение.

АКТУАЛИЗАЦИЯ ЗНАНИЙ И ФИКСАЦИЯ ЗАТРУДНЕНИЯ В ПРОБНОМ ДЕЙСТВИИ



УРОК 35_ОНЗ

174 Расположите значения выражений в порядке возрастания:

Е	$(-1)^2$
---	----------

Н	$(\sqrt{2})^2$
---	----------------

И	$\sqrt{5}$
---	------------

У	-2^2
---	--------

Р	-1^2
---	--------

Е	$\sqrt{(-3)^2}$
---	-----------------

А	$-\left(\frac{1}{10}\right)^2$
---	--------------------------------

Н	$\left(\frac{1}{2}\right)^2$
---	------------------------------

В	$\left(\frac{1}{3}\right)^2$
---	------------------------------



УРАВНЕНИЕ

КОРЕНЬ
УРАВНЕНИЯ

РЕШИТЬ
УРАВНЕНИЕ

1) Сформулируйте определение получившегося понятия. Приведите примеры.

2) Сформулируйте определение корня уравнения. Выясните, какие числа из множества $A = \{-6; -\sqrt{2}; 0; \sqrt{2}; 6; 8\}$ являются корнями уравнений:

а) $x(x - 6) = 0$;

б) $x(x - 8) = 0$;

в) $x^2 = 0$;

г) $x^2 = 36$;

д) $x^2 = 2$.

§ 1. Квадратные уравнения

п. 1. Квадратные уравнения в реальных процессах.

Неполные квадратные уравнения и их решение.

АКТУАЛИЗАЦИЯ ЗНАНИЙ И ФИКСАЦИЯ ЗАТРУДНЕНИЯ В ПРОБНОМ ДЕЙСТВИИ



УРОК 35_ОНЗ

1 вариант

176 Даны уравнения:

а) $x^2 + 2x + 7 = 0$,

$3x + 1 = 0$,

$4 + 5x = 0$;

б) $-x - 3 = 0$,

$-x^2 - x - 1 = 0$,

$2 - x = 0$;

в) $0,7x - 14 = 0$,

$1,2x + 60 = 0$,

$0,2x^2 - 0,1x + 32 = 0$.

- 1) Определите, какое уравнение в каждом столбике является «лишним».
- 2) Запишите эти уравнения в общем виде. Как бы вы предложили назвать уравнения данного вида? Почему? Дайте определение уравнений указанного вида.
- 3) Сравните свое определение с определением на с. 45 учебника.

Определение. Квадратным уравнением с переменной x называется уравнение вида $ax^2 + bx + c = 0$, где a, b, c – некоторые числа, $a \neq 0$.

§ 1. Квадратные уравнения

п. 1. Квадратные уравнения в реальных процессах.

Неполные квадратные уравнения и их решение.

2 вариант

Составить математическую модель



УРОК 35_ОНЗ

Задача 1.

Садовый участок имеет форму прямоугольника. Длина участка на 9,5 м больше его ширины, а его площадь составляет 2,1 сотки. Сколько метров сетки нужно приобрести для ограждения этого участка, если на калитку планируется отвести 1 м?



Задача 2.

На прямой линии, проходящей через центр Земли и Луны, найти точку, в которой сила притяжения к Земле равна силе притяжения к Луне (то есть найти расстояния от искомой точки до центров Земли и Луны). Известно, что расстояние между центрами Земли и Луны равно $3,84 \cdot 10^5$ км, а масса Земли в 81 раз больше массы Луны.



§ 1. Квадратные уравнения

п. 1. Квадратные уравнения в реальных процессах.

Неполные квадратные уравнения и их решение.

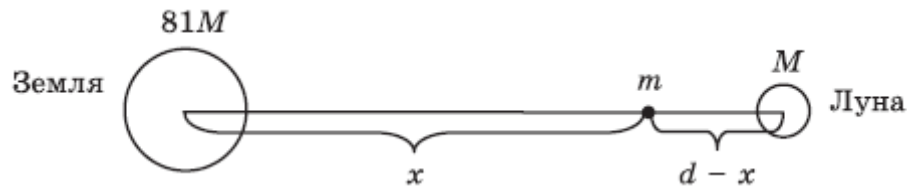
2 вариант

Составить математическую модель



$$\begin{cases} x(x + 9,5) = 210, \\ x > 0 \end{cases} \longrightarrow \boxed{P - ?}$$

$$\boxed{x^2 + 9,5x - 210 = 0}$$



$$\gamma \frac{81Mm}{x^2} = \gamma \frac{Mm}{(d-x)^2} \longrightarrow \boxed{x - ?}$$

$$\boxed{80x^2 - 162 \cdot (384 \cdot 10^3) x + 81 \cdot (384 \cdot 10^3)^2 = 0}$$

§ 1. Квадратные уравнения

п. 1. Квадратные уравнения в реальных процессах.

Неполные квадратные уравнения и их решение.

УРОК 35_ОНЗ

177 Назовите коэффициенты квадратных уравнений:

а) $10x^2 + x - 0,2 = 0$; б) $2x^2 + 14x = 0$; в) $0,2x^2 - 1 = 0$; г) $x^2 = 0$.

Что общего у всех этих квадратных уравнений? Чем отличаются три последних уравнения от первого? Как бы вы предложили назвать уравнения данного вида? Сопоставьте свой вариант с общепринятым названием, указанным на с. 45 учебника.

Если b или c (одновременно, либо по отдельности) будут равны нулю, то уравнение называют **неполным квадратным уравнением**.

$$ax^2 + c = 0$$
$$ax^2 + bx = 0$$
$$ax^2 = 0$$

ЗАДАНИЕ НА ПРОБНОЕ ДЕЙСТВИЕ

Решите неполное квадратное уравнение в общем виде.

ЗАТРУДНЕНИЕ?





§ 1. Квадратные уравнения

п. 1. Квадратные уравнения в реальных процессах.

Неполные квадратные уравнения и их решение.

УРОК 35_ОНЗ

ВЫЯВЛЕНИЕ МЕСТА И ПРИЧИНЫ ЗАТРУДНЕНИЯ

Почему возникло затруднение? Что пока не знаешь?

ЦЕЛЬ. ПЛАН ВЫХОДА ИЗ ЗАТРУДНЕНИЯ

Средства: учебник № 178, № 179 , таблица.

ПЛАН:

1. Выполнить № 178, 179.
2. Уточнить способы решения неполных квадратных уравнений.
3. Заполнить таблицу.
4. Проверить себя по учебнику на стр. 46

Коэффициенты			Неполное квадратное уравнение	Решение
$a \neq 0$	$b \neq 0$	$c = 0$	$ax^2 + bx = 0 \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow \dots\dots\dots = 0$	$x_1 = \dots\dots\dots$ и $x_2 = \dots\dots\dots$
$a \neq 0$	$b = 0$	$c \neq 0$	$ax^2 + c = 0 \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow x^2 = \dots\dots$	1) Если числа a и c одного знака, то $\dots\dots\dots$ 2) Если числа a и c разных знаков, то $x_{1,2} = \dots\dots\dots$
		$c = 0$	$ax^2 = 0 \Leftrightarrow x^2 = \dots\dots$	$x = \dots\dots$

§ 1. Квадратные уравнения

п. 1. Квадратные уравнения в реальных процессах.

Неполные квадратные уравнения и их решение.

УРОК 35_ОНЗ

ПЕРВИЧНОЕ ЗАКРЕПЛЕНИЕ С ПРОГОВАРИВАНИЕМ ВО ВНЕШНЕЙ РЕЧИ

СЦЕНАРИИ
УРОКОВ

WWW.SCH2000.RU

Случай решения неполных квадратных уравнений.

Коэффициенты			Неполное квадратное уравнение	Решение
$a \neq 0$	$b \neq 0$	$c = 0$	$ax^2 + bx = 0 \Leftrightarrow x(ax + b) = 0$	$x_1 = 0$ и $x_2 = -\frac{b}{a}$
$a \neq 0$	$b = 0$	$c \neq 0$	$ax^2 + c = 0 \Leftrightarrow x^2 = -\frac{c}{a}$	1) Если числа a и c одного знака, то \emptyset . 2) Если числа a и c разных знаков, то $x_{1,2} = \pm \sqrt{-\frac{c}{a}}$.
		$c = 0$	$ax^2 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 0$	$x = 0$

Фронтально

В парах:

САМ:

180 Решите уравнение:

а) $4x^2 = 0$;

б) $4x^2 + 4 = 0$;

в) $4x^2 - 4 = 0$.

181 Решите уравнение:

а) $4x^2 + x = 0$;

б) $x^2 + 4x = 0$;

в) $x^2 - 9x = 0$.

§ 1. Квадратные уравнения

п. 1. Квадратные уравнения в реальных процессах.

Неполные квадратные уравнения и их решение.

ВКЛЮЧЕНИЕ В СИСТЕМУ ЗНАНИЙ И ПОВТОРЕНИЕ

УРОК 35_ОНЗ

182

Решите уравнение, используя подходящую замену переменной:

а) $x^4 - 3x^2 = 0$;

б) $5x^4 + 3x^2 = 0$;

в) $3x^2 - |x| = 0$;

г) $2x^2 + 8|x| = 0$.

б) $5x^4 + 3x^2 = 0$.

Пусть $x^2 = a$.

Тогда решим уравнение относительно a :

$$5a^2 + 3a = 0 \Leftrightarrow a(5a + 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ a = -\frac{3}{5} \end{cases}$$

Выполним обратную замену

1 случай: $x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0$.

2 случай: $x^2 = -\frac{3}{5}$, тогда $x \in \emptyset$, так как $x^2 \geq 0$ при $x \in \mathbf{R}$.

Ответ: $\{0\}$.

§ 1. Квадратные уравнения

п. 1. Квадратные уравнения в реальных процессах.

Неполные квадратные уравнения и их решение.

ВКЛЮЧЕНИЕ В СИСТЕМУ ЗНАНИЙ И ПОВТОРЕНИЕ

УРОК 35_ОНЗ

π

184 Вынесите за скобки множитель a :

а) $2ax^2 + 3ax + 4a$; б) $ax^2 + ax + a$; в) $ax^2 + ax + 1$; г) $ax^2 + bx + c$.

Решение: в) $ax^2 + ax + 1 = a(x^2 + x + \frac{1}{a})$; г) $ax^2 + bx + c = a(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a})$.

183 Решите уравнение:

а) $(-4x)^2 = 0$; в) $(3x + 3)^2 = 36$; д) $(1 - x)^2 = 2$; ж) $(1 - 5x)^2 = -49$;

На какие группы можно разбить эти уравнения?

190* Один из корней уравнения $x^2 + ax + b = 0$ равен $1 + \sqrt{3}$. Найдите a и b , если известно, что они рациональны.

$$1 + 2\sqrt{3} + 3 + a(1 + \sqrt{3}) + b = 0 \Leftrightarrow 4 + a + b = -(2 + a)\sqrt{3}.$$

Решение: Если $a \neq -2$, то правая часть равенства иррациональна, а левая рациональна. Значит, $a = -2$, $b = -4 - a = -2$.

Ответ: $a = b = -2$

§ 1. Квадратные уравнения

п. 1. Квадратные уравнения в реальных процессах.

Неполные квадратные уравнения и их решение.

УРОК 35_ОНЗ

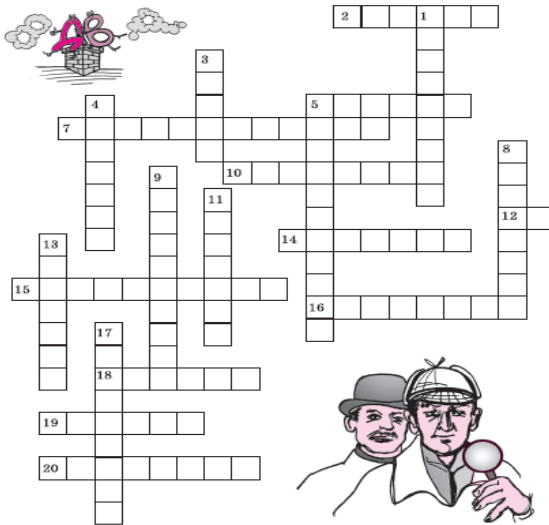
189

Разгадайте кроссворд:

По горизонтали:

2. Расстояние от начала отсчёта до точки, обозначающей данное число. 5. Двенадцать. 7. Название условия B , если высказывание $A \Rightarrow B$ истинно. 10. Утверждение: «Элемент t принадлежит множеству M в том и только в том случае, когда для t выполняется условие B . то есть $t \in M \Leftrightarrow B$ ». 12. 100 м^2 . 14. $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.

■ ■ ■



Домашнее
задание
п. 4.4.1,
№ 185;
№ 186;
№ 187
(2 уравнения
по выбору);
№ 189
(по желанию)

§ 1. Квадратные уравнения

п. 2. Формулы корней квадратного уравнения.

Новое знание на уроке

УРОК 36_ОНЗ

Алгоритм решения квадратных уравнений

1. Если можно, упростить уравнение, разделив все его коэффициенты на их общий числовой множитель.
2. Выписать значения коэффициентов a , b и c полученного уравнения.
3. Вычислить дискриминант уравнения по формуле $D = b^2 - 4ac$.
4. Сравнить значение дискриминанта с нулем.
5. Воспользоваться таблицей:

$D < 0$	$D = 0$	$D > 0$
Уравнение не имеет корней	Вычислить корень уравнения по формуле: $x = -\frac{b}{2a}$	Вычислить корни уравнения по формулам: $x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} \text{ и } x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}$

6. Записать ответ

§ 1. Квадратные уравнения

п. 2. Формулы корней квадратного уравнения.

АКТУАЛИЗАЦИЯ ЗНАНИЙ И
ФИКСАЦИЯ ЗАТРУДНЕНИЯ В ПРОБНОМ ДЕЙСТВИИ

САМОПРОВЕРКА ДОМАШНЕЙ РАБОТЫ_1 мин



КВАДРАТНОЕ УРАВНЕНИЕ

НЕПОЛНОЕ КВАДРАТНОЕ УРАВНЕНИЕ
И ЕГО РЕШЕНИЯ

Решение:

191 Выделите полный квадрат двучлена:

а) $x^2 - 6x + 8$, $x^2 + 18x - 19$;

б) $x^2 + x - \frac{3}{4}$, $4x^2 + 3x - 1$;

в) $x^2 + 2bx + 1$, $ax^2 + x + 1$, $a \neq 0$.



а) $x^2 - 6x + 8 = (x - 3)^2 - 1$,

б) $x^2 + x - \frac{3}{4} = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - 1$,

в) $x^2 + 2bx + 1 = (x + b)^2 + 1 - b^2$,

$x^2 + 18x - 19 = (x + 3)^2 - 100$;

$4x^2 + 3x - 1 = 4\left(x + \frac{3}{8}\right)^2 - \frac{25}{16}$

либо $4x^2 + 3x - 1 = \left(2x + \frac{3}{4}\right)^2 - \frac{25}{16}$

$ax^2 + x + 1 = a\left(x - \frac{1}{2a}\right)^2 + \frac{4a-1}{4a}$

$= a\left(x - \frac{1}{2a}\right)^2 - \frac{1-4a}{4a}$, $a \neq 0$.

Для чего можно использовать умение выделять полный квадрат?

§ 1. Квадратные уравнения

п. 2. Формулы корней квадратного уравнения.

АКТУАЛИЗАЦИЯ ЗНАНИЙ И ФИКСАЦИЯ ЗАТРУДНЕНИЯ В ПРОБНОМ ДЕЙСТВИИ



УРОК 36_ОНЗ

192 Сколько корней имеет уравнение (a – некоторое заданное число)?

а) $x^2 = 0$;

в) $x^2 = \frac{1}{25}$;

д) $x^2 = \frac{1}{a^2}$;

б) $x^2 = 6$;

г) $x^2 = -\frac{1}{25}$;

е) $x^2 = \frac{-4}{|a|}$.

От чего зависит количество корней в этих уравнениях?
Какие случаи возможны?

193 Решите последовательно уравнения:

а) $x - 2 = -\frac{1}{2}$;

б) $(x - 2)^2 = \frac{1}{4}$;

в) $4(x - 2)^2 - 1 = 0$;

г) $4x^2 - 16x + 15 = 0$.

Какое преобразование помогло свести последнее квадратное уравнение к известному случаю?



§ 1. Квадратные уравнения

п. 2. Формулы корней квадратного уравнения.

ЗАДАНИЕ НА ПРОБНОЕ ДЕЙСТВИЕ

УРОК 36_ОНЗ

Решите квадратное уравнение $3x^2 + 5x - 2 = 0$ за 2 минуты.

ЗАТРУДНЕНИЕ?



ВЫЯВЛЕНИЕ МЕСТА И ПРИЧИНЫ ЗАТРУДНЕНИЯ

Почему возникло затруднение? Что пока не знаешь?

ЦЕЛЬ. ПЛАН ВЫХОДА ИЗ ЗАТРУДНЕНИЯ

Средства: учебник, карточка с пропусками, таблица.

ПЛАН:

1. Решить квадратное уравнение в общем виде № 194, опираясь на способ, выявленный при решении № 193 (карточка с пропусками);
2. Проанализировать решение, сделать вывод.
3. Обобщить способ решения полных квадратных уравнений, заполнив таблицу (при необходимости воспользоваться текстом в учебнике на стр. 52 – 54).

§ 1. Квадратные уравнения

п. 2. Формулы корней квадратного уравнения.

УРОК 36_ОНЗ

РЕАЛИЗАЦИЯ ПЛАНА

①

194

Используя результаты выполнения предыдущего задания, решите в общем виде уравнение $ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0$. При необходимости воспользуйтесь следующим планом:

1. Выделить полный квадрат двучлена в левой части.
2. После переноса дробного выражения вправо разделить обе части на старший коэффициент a . Выяснить, от чего будет зависеть количество корней полученного уравнения.
3. Предложить название для числа $b^2 - 4ac$. Сопоставить своё предложение с названием этого числа на с. 52.
4. Продолжить решение квадратного уравнения, рассмотрев три случая: дискриминант отрицателен ($D < 0$); дискриминант равен нулю ($D = 0$); дискриминант положителен ($D > 0$).

Сравните свои результаты с формулами на с. 52.

§ 1. Квадратные уравнения

п. 2. Формулы корней квадратного уравнения.

РЕАЛИЗАЦИЯ ПЛАНА

1

1. Выделить полный квадрат двучлена в:

$$ax^2+bx+c = a(x^2 + \dots x) + c = a(x^2 + 2 \cdot x \cdot \frac{b}{2a} + (\frac{b}{2a})^2 - (\frac{b}{2a})^2) + c = a(x + \frac{b}{2a})^2 - \frac{b^2}{4a} + c =$$

$$= a(x + \dots)^2 - \frac{\dots - \dots}{4a}.$$

2. После переноса дробного выражения коэффициент a :

$$a(x + \dots)^2 - \frac{\dots - \dots}{4a} = 0 \Leftrightarrow a(x + \dots$$

Выяснить, от чего будет зависеть количество

Во-первых, количество корней зависит

равенства, то есть от дроби $\frac{\dots - \dots}{4}$.

■ ■ ■

1. Выделить полный квадрат двучлена в левой части:

$$ax^2+bx+c = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x\right) + c = a\left(x^2 + 2 \cdot x \cdot \frac{b}{2a} + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \left(\frac{b}{2a}\right)^2\right) + c = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2}{4a} + c =$$

$$= a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a}.$$

2. После переноса дробного выражения вправо разделить обе части на старший коэффициент a :

$$a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a} = 0 \Leftrightarrow a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a} \Leftrightarrow \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

Выяснить, от чего будет зависеть количество корней полученного уравнения?

Во-первых, количество корней зависит от знака числа, стоящего справа от знака

равенства, то есть от дроби $\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$.

■ ■ ■



§ 1. Квадратные уравнения

п. 2. Формулы корней квадратного уравнения.

УРОК 36_ОНЗ

РЕАЛИЗАЦИЯ ПЛАНА

- ② При решении квадратного уравнения надо выяснить знак числа D (дискриминанта) Дискриминант вычисляется по формуле. Далее находить корни квадратного уравнения по формулам.

③ **Алгоритм решения квадратных уравнений**

1. Если можно, упростить уравнение, разделив все его коэффициенты на их общий числовой _____.
2. Выписать значения коэффициентов a , b и c полученного уравнения.
3. Вычислить дискриминант уравнения по формуле $D = \underline{\hspace{2cm}}$.
4. Сравнить значение дискриминанта с нулем.
5. Воспользоваться таблицей:

$D < 0$	$D = 0$	$D > 0$
Уравнение _____ имеет _____ корней	Вычислить корень уравнения по формуле: $x = \underline{\hspace{2cm}}$	Вычислить корни уравнения по формулам: $x_1 = \underline{\hspace{2cm}}$ и $x_2 = \underline{\hspace{2cm}}$

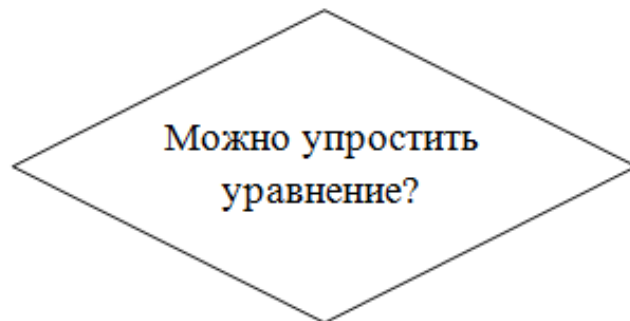
6. Записать ответ.

УРОК 36_ОНЗ

РЕАЛИЗАЦИЯ ПЛАНА



СЦЕНАРИИ УРОКОВ
WWW.SCH2000.RU



Разделить все его коэффициенты на их общий числовой множитель?

Выписать значения коэффициентов a , b и c полученного уравнения.

Вычислить корни уравнения по формулам:

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} \text{ и } x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}$$

Вычислить дискриминант уравнения по формуле

$$D = b^2 - 4ac.$$

Вычислить корень уравнения по формуле:

$$x = -\frac{b}{2a}$$

Нет корней

Да

Да

Да

Нет

Нет

Нет

$D < 0$

$D = 0$

§ 1. Квадратные уравнения

п. 2. Формулы корней квадратного уравнения.

УРОК 36_ОНЗ

ПЕРВИЧНОЕ ЗАКРЕПЛЕНИЕ С ПРОГОВАРИВАНИЕМ ВО ВНЕШНЕЙ РЕЧИ

Задание на пробное действие (2 мин!?)

198 Решите квадратное уравнение:

а) $6x^2 - x - 1 = 0$;

б) $-x^2 + 8x - 16 = 0$;

в) $3x^2 - 5x + 1 = 0$;

г) $2x^2 - 12x + 12 = 0$;

д) $x^2 - x + 1 = 0$;

е) $2x - x^2 - 6 = 0$.

В парах

САМ

Фронтально

$$3x^2 + 5x - 2 = 0$$

1. Упростить уравнение $3x^2 + 5x - 2 = 0$ нельзя.
2. Выписать значения коэффициентов a , b и c : $a = 3$, $b = 5$ и $c = -2$.
3. Вычислить дискриминант уравнения по формуле $D = b^2 - 4ac$:
 $D = 5^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-2) = 25 + 24 = 49$.
4. Сравнить значение дискриминанта с нулем:
 $D = 49 > 0$, два корня.
5. Найти корни по формулам $x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}$ и $x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}$:

$$x_1 = \frac{-5 + \sqrt{49}}{2 \cdot 3}; \quad x_2 = \frac{-5 - \sqrt{49}}{2 \cdot 3};$$

$$x_1 = \frac{1}{3}; \quad x_2 = -2.$$

6. Ответ: $\left\{-2; \frac{1}{3}\right\}$.



§ 1. Квадратные уравнения

п. 2. Формулы корней квадратного уравнения.

ВКЛЮЧЕНИЕ В СИСТЕМУ ЗНАНИЙ И ПОВТОРЕНИЕ

УРОК 36_ОНЗ

π 203 Запишите высказывания на математическом языке с помощью кванторов общности (\forall) и существования (\exists). Докажите истинные высказывания, для ложных – постройте их отрицания.

- а) Среди корней уравнения $6x^2 - 96 = 0$ есть отрицательное число.
б) Все корни уравнения $144 - x^2 = 0$ кратны 6.
в) Каждый корень уравнения $x^2 - 10 = 0$ имеет делитель, равный 5.

Решение: а) $\exists m < 0: m \in M$ (M – множество корней уравнения $6x^2 - 96 = 0$).
Высказывание верно, так как среди корней уравнения действительно есть отрицательное число:

$$6x^2 - 96 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 16 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = -4. \end{cases}$$

205 Решите системы неравенств:

а)
$$\begin{cases} 3x - 5 \geq 4 \\ 9 - 2x > -3 \end{cases}$$

б)
$$\begin{cases} 3 - 3x \geq -2 \\ 4x - 3 > 2 \\ 6 + x \leq 4x + 2 \end{cases}$$

Домашнее задание
п. 4.4.2 (до стр.54),
№ 195 (а, б, в, г), № 208,
№ 203 (д, е)

§ 1. Квадратные уравнения

п. 2. Формулы корней квадратного уравнения.

Новое знание на уроке

УРОК 37_ОНЗ

Алгоритм решения квадратных уравнений ($b = 2k$)

1. Если можно, упростить уравнение, разделив все его коэффициенты на их общий числовой множитель.
2. Выписать значения коэффициентов a , b и c полученного уравнения.
Если $b = 2k$ (четное число), то вычислить $k = b \div 2$.
3. Вычислить дискриминант уравнения по формуле $D_1 = k^2 - ac$.
4. Сравнить значение дискриминанта с нулем.
5. Воспользоваться таблицей:

$D_1 < 0$	$D_1 = 0$	$D_1 > 0$
Уравнение не имеет корней	Вычислить корень уравнения по формуле: $x = -\frac{k}{a}$	Вычислить корни уравнения по формулам: $x_1 = \frac{-k + \sqrt{D_1}}{a} \text{ и } x_2 = \frac{-k - \sqrt{D_1}}{a}$

6. Записать ответ.

§ 1. Квадратные уравнения

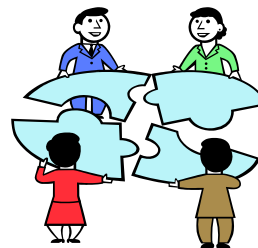
п. 2. Формулы корней квадратного уравнения.

АКТУАЛИЗАЦИЯ ЗНАНИЙ И
ФИКСАЦИЯ ЗАТРУДНЕНИЯ В ПРОБНОМ ДЕЙСТВИИ

САМОПРОВЕРКА ДОМАШНЕЙ РАБОТЫ_2 мин



- Что повторяли, выполняя задание?
- Если есть затруднения, то – в чем?



УРОК 37_ОНЗ

КВАДРАТНОЕ УРАВНЕНИЕ

АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ КВАДРАТНОГО
УРАВНЕНИЯ

РЕШЕНИЕ НЕПОЛНОГО
КВАДРАТНОГО УРАВНЕНИЯ

ПЕРЕВОД НА МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ЯЗЫК,
ОТРИЦАНИЕ ВЫСКАЗЫВАНИЙ



§ 1. Квадратные уравнения

п. 2. Формулы корней квадратного уравнения.

ЗАДАНИЕ НА ПРОБНОЕ ДЕЙСТВИЕ

УРОК 37_ОНЗ

Решите квадратное уравнение $5x^2 - 4x - 1 = 0$ за 1 минуту!

ЗАТРУДНЕНИЕ?



ВЫЯВЛЕНИЕ МЕСТА И ПРИЧИНЫ ЗАТРУДНЕНИЯ

Почему возникло затруднение? Что пока не знаешь?

ЦЕЛЬ. ПЛАН ВЫХОДА ИЗ ЗАТРУДНЕНИЯ

Средства: учебник, карточка с пропусками, таблица.

- ПЛАН:**
1. Выполнить задание № 199 (1) из учебника и спрогнозировать, как увиденная особенность повлияет на ход решения квадратного уравнения
 2. Обобщить способ решения полных квадратных уравнений, выполнив № 199 (2) и заполнив пропуски на карточке.
 3. Уточнить алгоритм решения полных квадратных уравнений с учетом их особенности и сопоставить его с общепринятым эталоном.



§ 1. Квадратные уравнения

п. 2. Формулы корней квадратного уравнения.

УРОК 37_ОНЗ

РЕАЛИЗАЦИЯ ПЛАНА

①

199

1) Сравните второй коэффициент данных уравнений, что в них общего?

а) $x^2 - 2x - 8 = 0$; б) $x^2 + 8x + 7 = 0$; в) $3x^2 - 6x + 11 = 0$; г) $4x^2 + 4x + 1 = 0$.

②

2) Запишите эти уравнения в общем виде. Выведите формулу корней квадратного уравнения с чётным коэффициентом b .

1. Запишите квадратное уравнение в общем виде: $\dots x^2 + \dots x + \dots = 0$.

2. Запишите на математическом языке, что число b четное: $b = \dots \cdot k$.

3. Выразите D через k : $D = \dots^2 - \dots = \dots - \dots$

4. Выразите корни квадратного уравнения через k :

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-\dots \pm \sqrt{\dots - \dots}}{2a} = \frac{-\dots \pm \sqrt{\dots(\dots - \dots)}}{2a} = \frac{\dots(-\dots \pm \sqrt{\dots - \dots})}{2a}$$

$$= \frac{-\dots \pm \sqrt{\dots - \dots}}{\dots}$$

5. Запишите формулу «преобразованного» дискриминанта: $D_1 = \dots^2 - \dots$

6. Сопоставьте свою работу с подробным образцом, предложенным учителем.

§ 1. Квадратные уравнения

п. 2. Формулы корней квадратного уравнения.

УРОК 37_ОНЗ

РЕАЛИЗАЦИЯ ПЛАНА

② Проверяют по подробному образцу или по ученику стр. 54

③

Алгоритм решения квадратных уравнений ($b = 2k$)

1. Если можно, упростить уравнение, разделив все его коэффициенты на их общий числовой множитель.
2. Выписать значения коэффициентов a , b и c полученного уравнения.
Если $b = 2k$ (четное число), то вычислить $k = b : 2$.
3. Вычислить дискриминант уравнения по формуле $D_1 = k^2 - ac$.
4. Сравнить значение дискриминанта с нулем.
5. Воспользоваться таблицей:

$D_1 < 0$	$D_1 = 0$	$D_1 > 0$
Уравнение не имеет корней	Вычислить корень уравнения по формуле: $x = -\frac{k}{a}$	Вычислить корни уравнения по формулам: $x_1 = \frac{-k + \sqrt{D_1}}{a} \text{ и } x_2 = \frac{-k - \sqrt{D_1}}{a}$

6. Записать ответ.

← БЛОК-СХЕМА



§ 1. Квадратные уравнения

п. 2. Формулы корней квадратного уравнения.

УРОК 37_ОНЗ

ПЕРВИЧНОЕ ЗАКРЕПЛЕНИЕ С ПРОГОВАРИВАНИЕМ ВО ВНЕШНЕЙ РЕЧИ

Задание на пробное действие (1 мин!?)

199

а) $x^2 - 2x - 8 = 0$;

б) $x^2 + 8x + 7 = 0$;

в) $3x^2 - 6x + 11 = 0$;

г) $4x^2 + 4x + 1 = 0$.

САМ

Фронтально

В парах

$$5x^2 - 4x - 1 = 0$$

- Упростить уравнение $5x^2 - 4x - 1 = 0$ нельзя.
- 1) Выписать значения коэффициентов a , b и c : $a = 5$, $b = -4$ и $c = -1$.
2) $b = 2k \Leftrightarrow k = \frac{b}{2}$; $k = \frac{-4}{2} = -2$
- Вычислить дискриминант уравнения по формуле $D_1 = k^2 - ac$:
 $D_1 = (-2)^2 - 5 \cdot (-1) = 4 + 5 = 9$.
- Сравнить значение дискриминанта с нулем: $D_1 = 9 > 0$, два корня.
- Найти корни по формулам $x_1 = \frac{-k + \sqrt{D_1}}{a}$ и $x_2 = \frac{-k - \sqrt{D_1}}{a}$:

$$x_1 = \frac{-(-2) + \sqrt{9}}{5} \quad x_2 = \frac{-(-2) - \sqrt{9}}{5}$$

$$x_1 = 1; \quad x_2 = -\frac{1}{5}$$

Ответ: $\left\{-\frac{1}{5}; 1\right\}$.

§ 1. Квадратные уравнения

п. 2. Формулы корней квадратного уравнения.

ВКЛЮЧЕНИЕ В СИСТЕМУ ЗНАНИЙ И ПОВТОРЕНИЕ

УРОК 37_ОНЗ

201 Решите уравнение:

а) $y^2 + 1 = -2,5y$;

б) $x(x - 3) = 10$;

в) $3(x^2 - 2x + 4) - 2 = 4(x + 2)$;

г) $(2x - 2)(3 - x) + (x + 2)^2 = 5(x + 3)(3 - x) - 31$.

Ответ: $\left\{ \frac{5 - \sqrt{19}}{3}; \frac{5 + \sqrt{19}}{3} \right\}$.

202 Решите уравнение:

а) $3x^2 - 5\pi x + 6\pi^2 = 0$:

б) $9x^2 - 6\sqrt{5}x + 2 = 0$:

в) $x^2 + 3\sqrt{2}x + 4 = 0$.

Ответ: $\left\{ \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{3}; \frac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{3} \right\}$.

206 Решите совокупность неравенств:

а) $\begin{cases} 2x - 4 \geq 0 \\ -5x - 1 < 14 \end{cases}$;

б) $\begin{cases} 4x - 4 > 8 \\ 5x - 5 < 10 \\ -x + 1 \geq 2 \end{cases}$.

Домашнее задание
п. 4.4.2,
№ 195 (д, е, ж, з – по D_1);
№ 209(а, в);
№ 210 (а или б по выбору).
№ 212* (по желанию)

§ 1. Квадратные уравнения

п. 2. Формулы корней квадратного уравнения.

ВКЛЮЧЕНИЕ В СИСТЕМУ ЗНАНИЙ И ПОВТОРЕНИЕ

УРОК 37_ОНЗ

212*

Даны действительные числа x, y, z . Докажите, что одно из чисел $x^2 + 2xy + z^2$, $y^2 + 2yz + x^2$, $z^2 + 2zx + y^2$ неотрицательно.

Предположим противное.

Пусть все три числа отрицательны

$$x^2 + 2xy + z^2 < 0, y^2 + 2yz + x^2 < 0, z^2 + 2xz + y^2 < 0$$

Тогда их сумма также должна быть меньше нуля.

$$\text{Но } (x^2 + 2xy + z^2) + (y^2 + 2yz + x^2) + (z^2 + 2xz + y^2) =$$

$$= \underline{x^2 + 2xy + y^2} + \underline{y^2 + 2yz + z^2} + \underline{z^2 + 2xz + x^2} =$$

$$= (x + y)^2 + (y + z)^2 + (z + x)^2 \geq 0$$

Получили противоречие.

Одно из чисел неотрицательно, чтд.



§ 1. Квадратные уравнения

УРОК 38_P

п. 2. Формулы корней квадратного уравнения.

Вариант 1

СР № 1

С-11

Обязательная часть

1. Решите неполное квадратное уравнение:

а) $4x^2 + 3x = 0$;

б) $64 - x^2 = 0$;

в) $x^2 + 9 = 0$.

2. Решите квадратное уравнение:

а) $5x^2 + 8x - 4 = 0$;

б) $7x^2 + 3x + 1 = 0$;

в) $9x^2 - 6x + 1 = 0$.

Дополнительная часть

1. Решите уравнение: $2(x+3)(x-3) + x^2 = (x-1)^2 - 15$.

2. Решите уравнение, найдите сумму и произведение его корней: $\frac{1}{2}x^2 - 5x + 9 = 0$

Предметные: Тренировать умения решать неполные квадратные уравнения, применять формулы для решения полных квадратных уравнений.

§ 1. Квадратные уравнения

п. 2. Формулы корней квадратного уравнения.

АКТУАЛИЗАЦИЯ ЗНАНИЙ И ФИКСАЦИЯ ЗАТРУДНЕНИЯ ПРИ ВЫПОЛНЕНИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

УРОК 38_Р

Проверка домашней работы. Работа в группах

1. Работа по подробным образцам (*организаторы групп проговаривают места и причины затруднения, которые возникли в ДР у членов группы (если затруднения были)*). **3 мин.**



Формулы для решения квадратного уравнения.

.Если есть затруднения, организаторы должны:

- 1) назвать места и причины возникших затруднений;
- 2) ответить на вопрос: работа в группе была направлена на «созидание»?

2. Установите соответствие между уравнением и свойством корней

Решение неполных квадратных уравнений.

?!






§ 1. Квадратные уравнения

п. 2. Формулы корней квадратного уравнения.

АКТУАЛИЗАЦИЯ ЗНАНИЙ И ФИКСАЦИЯ ЗАТРУДНЕНИЯ
ПРИ ВЫПОЛНЕНИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

УРОК 38_Р

Решение неполных квадратных уравнений. 

А. $4x^2 - 1 = 0$

Б. $4x^2 - x = 0$

В. $2 - x^2 = 0$

Г. $4x^2 = 0$

Д. $x^2 + 4 = 0$

1. Корни равны.

2. Сумма корней равна $\frac{1}{4}$.

3. Сумма корней равна 0, а произведение равно (-2).

4. Не имеет решения.

5. Разность большего и меньшего корня равна 1.

3. Обсудите в группах, сколько способов можно применить для решения уравнения, какие эталоны при этом будут использоваться: $4x^2 + 12x + 9 = 0$?

3 способа: 

- алгоритм решения полного квадратного уравнения;
- алгоритм решения квадратного уравнения с четным коэффициентом;
- применение формулы квадрата двучлена с тем, чтобы перейти к решению неполного квадратного уравнения ($a \neq 0, b = 0, c = 0$).

А.5, Б.2, В.3, Г.1, Д.4

ПРИНЦИП ВАРИАТИВНОСТИ



§ 1. Квадратные уравнения

п. 2. Формулы корней квадратного уравнения.

УРОК 38_Р

АКТУАЛИЗАЦИЯ ЗНАНИЙ И ФИКСАЦИЯ ЗАТРУДНЕНИЯ
ПРИ ВЫПОЛНЕНИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

2. Самостоятельная работа №1
Самопроверка по образцу:

Самоконтроль и
фиксация результата

<i>Вариант 1</i>		
<i>Обязательная часть</i>		
1. а) $-0,75; 0$; б) $-8; 8$; в) \emptyset .		
2. а) $-2; 0,4$; б) \emptyset ; в) $\frac{1}{3}$.		

ЛОКАЛИЗАЦИЯ ЗАТРУДНЕНИЯ

3. Сопоставляю с подробным решением и его обоснованием (выявляю **место** и **причину** ошибки).
4. Фиксирую результат: «+», «?» .



Пошаговая самопроверка по эталону для самопроверки

Формировать понимание того, что каждый ответственен за свой результат.



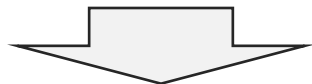
§ 1. Квадратные уравнения

п. 2. Формулы корней квадратного уравнения.

Деление класса на две группы

5. Если «+», выполняю задание более высокого уровня.

6. Проверяю свою работу.



УРОК 38_Р

Самопроверка по образцу:

1. $-2; 1.$

2. $5 - \sqrt{7}; 5 + \sqrt{7}; x_1 + x_2 = 10; x_1 \cdot x_2 = 18.$

Дополнительная часть

1. Решите уравнение: $2(x+3)(x-3) + x^2 = (x-1)^2 - 15.$

2. Решите уравнение, найдите сумму и произведение его корней:

$$: \frac{1}{2}x^2 - 5x + 9 = 0$$

Подробный образец?



§ 1. Квадратные уравнения

п. 2. Формулы корней квадратного уравнения.

Деление класса на две группы → 5. Если «?», выполняю работу над ошибками (проверяю себя).

6. Выполняю задания по выбору (проверяю себя).

Задания по выбору (тренировочные)

№ 1.

а) $5x^2 - 2x = 0;$
 $6x^2 + x = 0;$

б) $121 - x^2 = 0;$
 $x^2 - 10 = 0;$

в) $x^2 + 49 = 0;$
 $25 + x^2 = 0.$

№ 2.

а) $15x^2 - 8x + 1 = 0;$
 $5x^2 + 16x + 3 = 0;$

б) $3x^2 - 7x + 5 = 0;$
 $2x^2 + x + 10 = 0;$

в) $4x^2 + 12x + 9 = 0;$
 $81x^2 - 18x + 1 = 0.$

Образцы заданий по выбору

№ 1. а) $\{0; 0,4\};$

б) $\{-11; 11\};$

в) нет решений;

$\left\{-\frac{1}{6}; 0\right\};$

$\{-\sqrt{10}; \sqrt{10}\};$

нет решений.

№ 2. а) $D = 4$ или $D_1 = 1, \left\{\frac{1}{5}; \frac{1}{3}\right\};$

б) $D = -11$, нет решений;

в) $D = 0, \{-1,5\};$

$D = 196$ или $D_1 = 49, \left\{-3; -\frac{1}{5}\right\};$

$D = -79$, нет решений;

$D \neq 0, \left\{\frac{1}{9}\right\}.$

§ 1. Квадратные уравнения

п. 2. Формулы корней квадратного уравнения.

ВКЛЮЧЕНИЕ В СИСТЕМУ ЗНАНИЙ И ПОВТОРЕНИЕ



УРОК 38_Р

Вариант 2

Дополнительная часть

1. Решите уравнение: $(x + 1)^2 + 1 = x^2 - 5(x + 1)(x - 1)$.
2. Решите уравнение, найдите сумму и произведение его корней:

$$\frac{1}{4}x^2 + 3x + 2 = 0.$$

207

а) Дана функция

$$f(x) = \begin{cases} x^2, & \text{если } x \geq 0; \\ g(x), & \text{если } x < 0 \end{cases}$$

Задайте $g(x)$ так, чтобы функция $f(x)$ являлась нечётной.

Домашнее задание:
п. 4.4.1, 4.4.2
задания из карточки для
тренинга; дополнительные
задания,
№ 209 (б, г),
№ 207 (б),
№ 213* (по желанию)

§ 1. Квадратные уравнения

п. 2. Формулы корней квадратного уравнения.

ВКЛЮЧЕНИЕ В СИСТЕМУ ЗНАНИЙ И ПОВТОРЕНИЕ



УРОК 38_P

213*

На доске написали квадратное уравнение с положительным коэффициентом при x^2 . Каждую минуту на доске дописывают новое квадратное уравнение, причём у каждого следующего уравнения все три коэффициента на 1 больше соответствующих коэффициентов предыдущего. Докажите, что когда-нибудь на доске появится квадратное уравнение, не имеющее корней.

Пусть сначала на доске было написано уравнение $ax^2 + bx + c = 0$. Тогда через n минут будет выписано уравнение $(a+n)x^2 + (b+n)x + (c+n) = 0$ ($n \in \mathbb{N}$). Его дискриминант

$$D = (b+n)^2 - 4(a+n)(c+n) = -3n^2 + (2b - 4a - 4c)n + (b^2 - 4ac)$$

$D < 0$, если $|-3n^2| > |(2b - 4a - 4c)n + (b^2 - 4ac)|$.

Достаточно найти такой промежуток времени, чтобы

$$n > |2b - 4a - 4c| \text{ и } n > |b^2 - 4ac|$$

Поэтому на доске появится трехчлен, не имеющий корней.



§ 1. Квадратные уравнения

п. 3. Решение уравнений, сводящихся к квадратным.

Новые знания на уроке

УРОК 39_ОНЗ

Открывают ученики САМИ

Частные случаи уравнений, сводящихся к квадратным: биквадратное уравнения, уравнение второй степени, содержащее модуль переменной.

➤ **Общий способ решения уравнений, сводящихся к квадратным**

§ 1. Квадратные уравнения

п. 3. Решение уравнений, сводящихся к квадратным.

АКТУАЛИЗАЦИЯ ЗНАНИЙ И
ФИКСАЦИЯ ЗАТРУДНЕНИЯ В ПРОБНОМ ДЕЙСТВИИ

УРОК 39_ОНЗ

САМОПРОВЕРКА
ДОМАШНЕЙ РАБОТЫ
№ 209 (б, г)



Какие эталоны использовали при решении?



КВАДРАТНОЕ УРАВНЕНИЕ

АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ КВАДРАТНОГО
УРАВНЕНИЯ

РЕШЕНИЕ НЕПОЛНОГО
КВАДРАТНОГО УРАВНЕНИЯ



218

Представьте в виде квадрата:

а) 9; б) 5; в) m^4 ; г) n^8 ; д) a^6 . Какие определения, свойства вы использовали?

§ 1. Квадратные уравнения

п. 3. Решение уравнений, сводящихся к квадратным.

АКТУАЛИЗАЦИЯ ЗНАНИЙ И ФИКСАЦИЯ ЗАТРУДНЕНИЯ В ПРОБНОМ ДЕЙСТВИИ



УРОК 39_ОНЗ

220 Составьте пары из равносильных уравнений:

1) $(x^2)^2 = 81$; $x^4 = 81$; $x = 3$; $x = \pm 3$.

2) $|x|^2 = 2$; $x^2 = 2$; $|x| = 2$; $x = 2$.

3) $|x|^2 - 2|x| + 1 = 0$; $x^2 - 2x + 1 = 0$; $x^2 - 2|x| + 1 = 0$.

ПОНЯТИЕ
РАВНОСИЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Решение:

1) $(x^2)^2 = 81 \Leftrightarrow x^4 = 81$;

$(x^2)^2 = 81 \Leftrightarrow x = \pm 3$;

$x^4 = 81 \Leftrightarrow x = \pm 3$.

2) $|x|^2 = 2 \Leftrightarrow x^2 = 2$.

3) $|x|^2 - 2|x| + 1 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2|x| + 1 = 0$.

§ 1. Квадратные уравнения

п. 3. Решение уравнений, сводящихся к квадратным.

АКТУАЛИЗАЦИЯ ЗНАНИЙ И ФИКСАЦИЯ ЗАТРУДНЕНИЯ В ПРОБНОМ ДЕЙСТВИИ



УРОК 39_ОНЗ

221

1) Сопоставьте уравнения $x^4 - x^2 - 12 = 0$ и $t^2 - t - 12 = 0$. Что интересного вы замечаете? Алгоритм решения какого из этих уравнений вам уже известен? Предположите, как второе уравнение может помочь найти корни первого.

2) Предложите замену, которая приводит первое уравнение ко второму.

3) Попробуйте решить уравнение $x^4 - x^2 - 12 = 0$. Сравните свое решение с решением этого уравнения на с. 58.

1) Корни второго уравнения будут являться **квадратами** корней первого уравнения.

2) Пусть $x^2 = t$. Тогда решим уравнение относительно t .

$$t^2 - t - 12 = 0.$$

3) ... Так как $x^2 = t$, то, подставив значения t , решим два уравнения относительно x :

1) $x^2 = 4 \Leftrightarrow x = \pm 2$;

2) $x^2 = -3 \Leftrightarrow x \in \emptyset$.

Ответ: $\{-2; 2\}$.

СПОСОБ: ЗАМЕНА ПЕРЕМЕННОЙ $x^2 = t$ ($t \geq 0$)

§ 1. Квадратные уравнения

п. 3. Решение уравнений, сводящихся к квадратным.

АКТУАЛИЗАЦИЯ ЗНАНИЙ И ФИКСАЦИЯ ЗАТРУДНЕНИЯ В ПРОБНОМ ДЕЙСТВИИ



УРОК 39_ОНЗ

222 Запишите эти уравнения в общем виде:

$$x^4 - 2x^2 - 3 = 0; \quad 3x^4 + 8x^2 - 11 = 0; \quad \frac{2}{3}x^4 + \frac{5}{6}x^2 - \frac{7}{12} = 0; \quad x^4 - 3x^2 = 0.$$

Как бы вы предложили назвать уравнения данного вида? Почему? Дайте определение уравнений указанного вида. Сравните свое определение с определением на с. 58 учебника.

ПОНЯТИЕ: биквадратное уравнение $ax^4 + bx^2 + c = 0$ ($a \neq 0$)

- 223**
- 1) Сопоставьте уравнения $5x^2 - 6|x| + 1 = 0$ и $5t^2 - 6t + 1 = 0$. Что интересного вы замечаете? Алгоритм решения какого из этих уравнений вам уже известен? Предположите, как второе уравнение может помочь найти корни первого.
 - 2) Какой приём поможет перейти от первого уравнения ко второму?
 - 3) Попробуйте решить уравнение $5x^2 - 6|x| + 1 = 0$. Сравните свое решение с решением этого уравнения на с. 61.

СПОСОБ: уравнение $ax^2 + b|x| + c = 0$ ($a \neq 0$) - ЗАМЕНА ПЕРЕМЕННОЙ $|x| = t$ ($t \geq 0$)

§ 1. Квадратные уравнения

п. 3. Решение уравнений, сводящихся к квадратным.

ЗАДАНИЕ НА ПРОБНОЕ ДЕЙСТВИЕ

УРОК 39_ОНЗ

Решите уравнение $(2x^2 - x + 2)^2 - 30x^2 + 15x + 6 = 0$

$$((2x^2 - x + 2)^2 - 15(2x^2 - x + 2) + 36 = 0)$$



ЗАТРУДНЕНИЕ ?



ВЫЯВЛЕНИЕ МЕСТА И ПРИЧИНЫ ЗАТРУДНЕНИЯ

ЦЕЛЬ. ПЛАН ВЫХОДА ИЗ ЗАТРУДНЕНИЯ

Средства: № 221, № 222, № 223 , карта с шагами алгоритма, учебник

ПЛАН:

1. Какой способ объединяет решение уравнений № 221, № 222, № 223?
2. Сформулировать и упорядочить шаги, которые повторяются при решении этих заданий.
3. Сравнить с методом, предложенным в учебнике.



§ 1. Квадратные уравнения

п. 3. Решение уравнений, сводящихся к квадратным.

РЕАЛИЗАЦИЯ ПЛАНА ①, ②

УРОК 39_ОНЗ

Метод замены переменной для решения уравнений, сводящихся к _____



- ① Решить полученное уравнение (уравнения) относительно «старой» переменной.
- ② Определить, какое выражение нужно обозначить новой переменной, чтобы получить квадратное уравнение.
- ③ Решить полученное уравнение относительно новой переменной.
- ④ Вернуться к «старой» переменной, приравняв выражение, выбранное в пункте 1, к найденным значениям новой переменной.

§ 1. Квадратные уравнения

п. 3. Решение уравнений, сводящихся к квадратным.

РЕАЛИЗАЦИЯ ПЛАНА ①, ②, ③

УРОК 39_ОНЗ

Метод замены переменной для решения уравнений, сводящихся к квадратным



- ④ Решить полученное уравнение (уравнения) относительно «старой» переменной.
- ① Определить, какое выражение нужно обозначить новой переменной, чтобы получить квадратное уравнение.
- ② Решить полученное уравнение относительно новой переменной.
- ③ Вернуться к «старой» переменной, приравнявая выражение, выбранное в пункте 1, к найденным значениям новой переменной.

§ 1. Квадратные уравнения

п. 3. Решение уравнений, сводящихся к квадратным.

РЕАЛИЗАЦИЯ ПЛАНА

Возвращаемся к заданию на пробное действие

$$(2x^2 - \underline{x} + 2)^2 - 30x^2 + 15x + 6 = 0$$

$$(2x^2 - \underline{x} + 2)^2 - 15(2x^2 - \underline{x}) + 6 = 0$$

$$(2x^2 - \underline{x} + 2)^2 - 15(2x^2 - \underline{x} + 2 - 2) + 6 = 0$$

$$(2x^2 - \underline{x} + 2)^2 - 15(2x^2 - \underline{x} + 2) + 30 + 6 = 0$$

$$(2x^2 - \underline{x} + 2)^2 - 15(2x^2 - x + 2) + 36 = 0$$

① Пусть $2x^2 - x + 2 = m$, тогда получим уравнение:

② $m^2 - 15m + 36 = 0$

$$D = (-15)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 36 = 225 - 144 = 81$$

$$m_1 = 12; m_2 = 3$$

③ Вернемся к «старой» переменной:

④ $2x^2 - x + 2 = 12$ или ④ $2x^2 - x + 2 = 3.$

...

...

Ответ: $\{-2; -0,5; 1; 2,5\}.$



УРОК 39_ОНЗ

Доводы, до которых человек додумывается сам, обычно убеждают его больше, нежели те, которые пришли ему в голову другим путём.

Блез Паскаль (1623–1662),
французский математик, физик,
литератор, философ



§ 1. Квадратные уравнения

п. 3. Решение уравнений, сводящихся к квадратным.

УРОК 39_ОНЗ

ПЕРВИЧНОЕ ЗАКРЕПЛЕНИЕ С ПРОГОВАРИВАНИЕМ ВО ВНЕШНЕЙ РЕЧИ

226 Решите биквадратное уравнение:

а) $5x^4 - 8x^2 + 3 = 0$; б) $x^4 - 2x^2 - 8 = 0$; в) $x^4 - 2x^2 + 8 = 0$; г) $2x^4 + 9x^2 - 5 = 0$.

Фронтально:
№ 226 (а);

229 Решите уравнение:

а) $x^8 - 17x^4 + 16 = 0$;

б) $(x^2 - 2x)^2 + 3x^2 - 6x + 2 = 0$;

в) $x - \sqrt{x} - 12 = 0$.

В парах:
№ 229 (а)

САМ:
№ 229 (б)

ЭТАЛОНЫ
ОТКРЫТЫ !

§ 1. Квадратные уравнения

п. 3. Решение уравнений, сводящихся к квадратным.

ВКЛЮЧЕНИЕ В СИСТЕМУ ЗНАНИЙ И ПОВТОРЕНИЕ

УРОК 39_ОНЗ

Пример 4, стр. 60

Камень падает без начальной скорости на дно вертикальной шахты. Определить глубину шахты, если звук от удара камня о её дно слышен через 6 секунд. Скорость звука в воздухе считать равной 330 м/с, сопротивлением воздуха при падении камня пренебречь.

$$h = \frac{gt_1^2}{2} \quad t_1 = \sqrt{\frac{2h}{g}} \quad t_2 = \frac{h}{v} \quad \frac{h}{v} + \sqrt{\frac{2h}{g}} = 6$$

$$\frac{h}{330} + \sqrt{\frac{2h}{9,8}} = 6 \quad \frac{x^2}{330} + \sqrt{\frac{2}{9,8}}x - 6 = 0 \Leftrightarrow x^2 + \sqrt{\frac{2}{9,8}} \cdot 330x - 330 \cdot 6 = 0$$

1) $\sqrt{h} = 12,3 \Leftrightarrow h = (12,3)^2 \approx 151$ метр.

2) $\sqrt{h} = -161,3$. Уравнение не имеет решения, так как значение арифметического квадратного корня по определению не может быть отрицательным.

Ответ: глубина шахты приблизительно равна 151 м.

§ 1. Квадратные уравнения

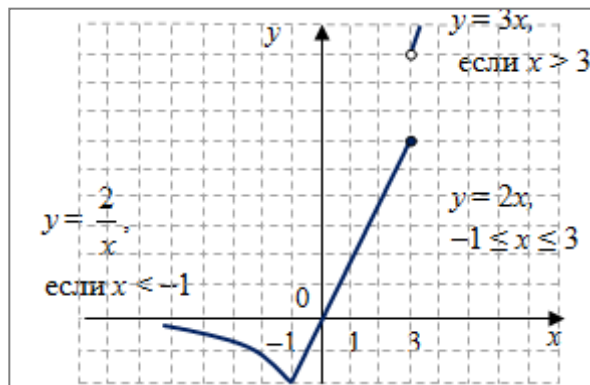
п. 3. Решение уравнений, сводящихся к квадратным.

ВКЛЮЧЕНИЕ В СИСТЕМУ ЗНАНИЙ И ПОВТОРЕНИЕ

УРОК 39_ОНЗ

234 Постройте график функции:

$$а) y = \begin{cases} 3x, & \text{если } x > 3; \\ 2x, & \text{если } -1 \leq x \leq 3; \\ \frac{2}{x}, & \text{если } x < -1 \end{cases}$$



$$б) y = \begin{cases} -\frac{2}{x}, & \text{если } x \geq 2; \\ x, & \text{если } 0 \leq x \leq 2; \\ x + 2, & \text{если } x < 0 \end{cases}$$

Домашнее задание:
п.4.1.3.,
№ 235 (б);
№ 236 (в);
№ 237
(г – по желанию?);
№ 234 (б).

ИЛИ



ВКЛЮЧЕНИЕ В СИСТЕМУ ЗНАНИЙ И ПОВТОРЕНИЕ

233 Решите уравнения. Вычислите сумму или произведение корней уравнения.

а) $(x - 3)(2x + 5) = 0$; $x_1 + x_2 \rightarrow \text{П}$ н) $(x + 6)(3x - 5) = 0$; $x_1 \cdot x_2 \rightarrow \text{М}$

б) $(x + 3)^2 - 9 = 0$; $x_1 + x_2 \rightarrow \text{У}$ о) $(x - 5)^2 - 17 = 0$; $x_1 \cdot x_2 \rightarrow \text{К}$

в) $x^2 - 15 = 0$; $x_1 + x_2 \rightarrow \text{С}$ п) $x^2 - 8 = 0$; $x_1 \cdot x_2 \rightarrow \text{Р}$

г) $x^2 - 7x + 6 = 0$; $x_1 + x_2 \rightarrow \text{О}$ р) $2x^2 - x - 1 = 0$; $x_1 \cdot x_2 \rightarrow \text{Х}$

д) $x^2 + 5x - 6 = 0$; $x_1 + x_2 \rightarrow \text{Ж}$ с) $0,1x^2 + 0,6x + 0,5 = 0$; $x_1 \cdot x_2 \rightarrow \text{Т}$

е) $-x^2 - 2x + 8 = 0$; $x_1 + x_2 \rightarrow \text{Е}$ т) $x^2 - 6x + 2 = 0$; $x_1 \cdot x_2 \rightarrow \text{Ы}$

ж) $5x^2 - 11x + 2 = 0$; $x_1 + x_2 \rightarrow \text{З}$ у) $x^2 + 3\sqrt{5}x - 9 = 0$; $x_1 \cdot x_2 \rightarrow \text{Л}$

0	0,5	7	-8	$2\frac{1}{3}$	5	-2	7	0,6	3	6	9	$1\frac{2}{3}$	5	-2	0	$2\frac{1}{3}$

Сопоставив каждому результату букву, прочитайте обращение немецкого поэта Готхольда Лессинга (XVIII в.) к своим ученикам. А у вас есть свой девиз в учебной работе?

Домашнее задание:

...

№ 233

(н, о, п, р, с, т).

«Спорьте,
заблуждайтесь,
ошибайтесь, но,
ради бога,
размышляйте, и
хотя криво, да
сами!»





§ 1. Квадратные уравнения

п. 3. Решение уравнений, сводящихся к квадратным.

Вариант 1

СР № 1

С-12

УРОК 40_Р

Обязательная часть

1. Решите уравнение:

а) $x^4 - 6x^2 + 8 = 0$;

б) $3x^2 + |x| - 4 = 0$.

2. Решите уравнение: $(x^2 + 3x)^2 + 7x^2 + 21x + 10 = 0$.

Дополнительная часть

1. Решите уравнение: $x + 7\sqrt{x} - 18 = 0$.

2. Решите уравнение: $(x-3)^4 - 2x^2 + 12x - 21 = 0$.

Предметная цель: тренировать умение решать уравнения, сводящиеся к квадратным

Метапредметная цель: тренировать умение осуществлять самопроверку работы по эталону для самопроверки, выявлять и корректировать ошибки на основе установления их причины («что я не умею»).



§ 1. Квадратные уравнения

п. 3. Решение уравнений, сводящихся к квадратным.

УРОК 40_P

СР № 1

С-12

Вариант 2

Обязательная часть

1. Решите уравнение:

а) $x^4 - 12x^2 + 27 = 0$; б) $4x^2 + 3|x| - 1 = 0$.

2. Решите уравнение: $(x^2 - 5x)^2 + 17x^2 - 85x + 66 = 0$.

Дополнительная часть

1. Решите уравнение: $x + \sqrt{x} - 12 = 0$.

2. Решите уравнение: $(x - 1)^4 - 4x^2 + 8x - 16 = 0$.

2. Самостоятельная работа №1
Самопроверка по образцу:



Вариант 1

Обязательная часть

1. а) $-0,75$; 0 ; б) -8 ; 8 ; в) \emptyset .

2. а) -2 ; $0,4$; б) \emptyset ; в) $\frac{1}{3}$.

Вариант 2

Обязательная часть

1. а) 0 ; $\frac{4}{7}$; б) -6 ; 6 ; в) \emptyset .

2. а) $-\frac{1}{9}$; 1 ; б) \emptyset ; в) $-\frac{1}{7}$.

§ 1. Квадратные уравнения

п. 3. Решение уравнений, сводящихся к квадратным.

УРОК 40_Р

3. Сопоставляю с подробным решением и его обоснованием (выявляю **место** и **причину** ошибки).
4. Фиксирую результат: «+», «?» .



Если «+»,
моя отметка «5»

- ⑤ РЕШАЮ ЗАДАНИЯ БОЛЕЕ ВЫСОКОГО УРОВНЯ
- ⑥ ПРОВЕРЯЮ СВОЮ РАБОТУ



Если «?»,
мне надо поработать

- ⑤ ВЫПОЛНЯЮ РАБОТУ НАД ОШИБКАМИ (ПРОВЕРЯЮ СЕБЯ)
- ⑥ ВЫПОЛНЯЮ ЗАДАНИЯ ПО ВЫБОРУ (ПРОВЕРЯЮ СЕБЯ)
- ⑦ САМОСТОЯТЕЛЬНУЮ РАБОТУ № 2 (ПРОВЕРЯЮ СЕБЯ)

Если «+»,
моя отметка «4»

Если «?»,
тренируюсь дома



§ 1. Квадратные уравнения

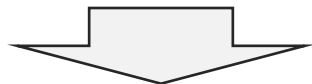
п. 3. Решение уравнений, сводящихся к квадратным.

УРОК 40_Р

Деление класса на две группы

5. Если «+», выполняю задание более высокого уровня.

6. Проверяю свою работу.



Дополнительная часть

1. Решите уравнение: $x + 7\sqrt{x} - 18 = 0$.

2. Решите уравнение: $(x-3)^4 - 2x^2 + 12x - 21 = 0$.

Самопроверка по образцу?

Подробный образец?

1. -2; 1.

2. $5 - \sqrt{7}$; $5 + \sqrt{7}$;

$x_1 + x_2 = 10$; $x_1 \cdot x_2 = 18$.

Личностная цель: формировать понимание того, что каждый ответственен за свой результат.

§ 1. Квадратные уравнения

п. 3. Решение уравнений, сводящихся к квадратным.

УРОК 40_Р

5. Если «?», выполняю работу над ошибками (проверяю себя).

6. Выполняю задания по выбору (проверяю себя).

ПОЭЛЕМЕНТНЫЙ ТРЕНИНГ

№ 1. Определите истинность утверждения:

а) $x^2 - 2x - 8 = 0$, $D = -28$, корней нет

б) $x^2 - 2x + 8 = 0$, $D = -28$, корней нет

№ 2. Корнями какого уравнения являются числа -2 ; 2 ?

А) $x^2 = -4$; В) $x^2 = 0$;

Б) $|x| = 2$; Г) $x^2 - 4x + 4 = 0$.

№ 3. Преобразуйте выражение, чтобы появилось повторяющееся выражение (подчеркни его):

а) $(x^2 + 3x)^2 + 8x^2 + 24x - 9$;

б) $(2x^2 - 3x)^2 + 10x^2 - 15x + 4$.



№ 226(б), 227 (б)

Самопроверка по образцу? Подробный образец?

№ 1.

а) ложно; б) истинно.

№ 2. Б.

№ 3.

а) $(\underline{x^2 + 3x})^2 + 8(\underline{x^2 + 3x}) - 9$;

б) $(\underline{2x^2 - 3x})^2 + 5(\underline{2x^2 - 3x}) + 4$.

Личностная цель: формировать понимание того, что каждый ответствен за свой результат.

§ 1. Квадратные уравнения

п. 3. Решение уравнений, сводящихся к квадратным.

УРОК 40_Р

ВКЛЮЧЕНИЕ В СИСТЕМУ ЗНАНИЙ И ПОВТОРЕНИЕ

229 Решите уравнение:

а) $x^8 - 17x^4 + 16 = 0$;

б) $(x^2 - 2x)^2 + 3x^2 - 6x + 2 = 0$;

в) $x - \sqrt{x} - 12 = 0$.

230 Решите уравнение:

$(x - 1)^4 - x^2 + 2x - 73 = 0$.

Домашнее задание: п. 4.1.3
доработка СР; дополнительные задания,
№ 235 (в), № 236 (г), № 237 (б, г – одно
по выбору), № 233 (?)



231

Решите уравнение $(x^2 - x + 1)^2 - 10(x + 3)(x - 4) = 109$.

232

Решите уравнение $4x^4 + 3x^3 + 32x + 24 = 0$.

$$(4x^4 + 32x) + (3x^3 + 24) = 0$$

$$4x(x^3 + 8) + 3(x^3 + 8) = 0$$

$$(x^3 + 8)(4x + 3) = 0$$

$$x^3 + 8 = 0 \quad \text{или} \quad 4x + 3 = 0$$

$$x^3 = -8 \qquad x = -0,75$$

$$x = -2$$

Ответ: $\{-2; -0,75\}$.



ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ

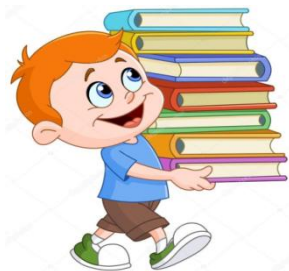
Подготовить вопросы и выслать
О.В. Бахановой (bakhanova@sch2000.ru)

Консультация № 8

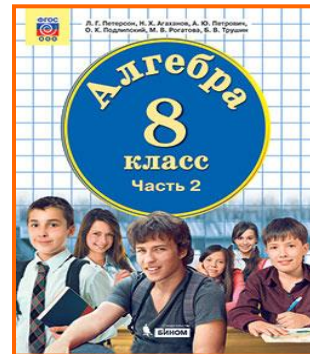
Уроки 41–47.

Глава 4. Квадратичная функция.

§ 1 Квадратные уравнения



24 ноября
16.30 – 17.45
Москва





БЛАГОДАРИМ ЗА СОТРУДНИЧЕСТВО!



www.sch2000.ru

Телефон
+7 (495) 797-89-77

E-mail:
info@sch2000.ru



**КОМАНДА ИНСТИТУТА
СИСТЕМНО-ДЕЯТЕЛЬНОСТНОЙ ПЕДАГОГИКИ**

НАШ АДРЕС: МОСКВА, УЛ. 5-ГО ЯМСКОГО ПОЛЯ, Д.9

