



ФЕДЕРАЛЬНАЯ ИННОВАЦИОННАЯ ПЛОЩАДКА МИНИСТЕРСТВА ПРОСВЕЩЕНИЯ РФ  
МЕЖДУНАРОДНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ПРОЕКТ ИНСТИТУТА СДП

## ЦИКЛ КОНСУЛЬТАЦИЙ ПО ПРОГРАММЕ МАТЕМАТИКИ «УЧУСЬ УЧИТЬСЯ» Л.Г. ПЕТЕРСОН



### ОНЛАЙН-КОНСУЛЬТАЦИЯ № 13 «6 КЛАСС. УРОКИ 128–138»

Ведущий:

*Грушевская Лилия Аркадьевна,*  
методист Института  
системно-деятельностной педагогики



20 февраля, 2020 года



## ЧАСТЬ 3

# ГЛАВА 4 ГЕОМЕТРИЯ

## § 1. Геометрические фигуры на плоскости

- п. 1 Что такое геометрия? Рисунки и определения геометрических понятий.
- п. 2 Классификация геометрических фигур.
- п. 3 Задачи на построение.
- п. 4 Замечательные точки в треугольнике.

# ЦЕЛИ

## ОСНОВНЫЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ЦЕЛИ:

- Систематизировать знания о геометрических фигурах.
- Познакомить с простейшими построениями циркулем и линейкой.
- Выработать навыки работы с линейкой, угольником, транспортиром, циркулем.

## МЕТАПРЕДМЕТНЫЕ ЦЕЛИ:

- Формировать УУД



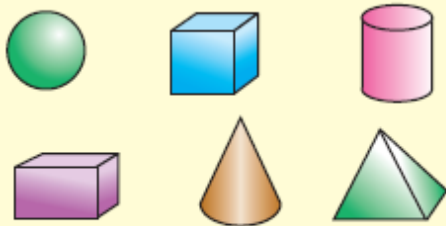
# Особенности изучения

- В начальной школе шло довольно обширное накопление геометрических сведений.
- В течение 5 – 6 классов учащиеся знакомились с важнейшими свойствами фигур (самостоятельная исследовательская деятельность детей).
- Изученные понятия логики позволяют изучать геометрический материал на качественно более высоком уровне, по сравнению с традиционным досистематическим курсом геометрии.
- В главе « Геометрия» обобщаются и сопоставляются свойства фигур, обсуждается вопрос об их классификации, идет работа по выдвижению гипотез на основании введенных определений, наблюдений и измерений.
- Основной образовательной задачей является повторение и систематизация материала, изученного за год. Но чтобы повторение не было «скучным» его «приправляют» геометрическим материалом.

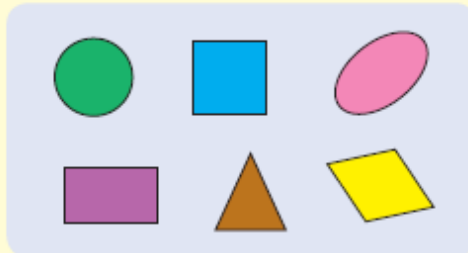
# ПОДГОТОВИТЕЛЬНЫЙ ПЕРИОД

## Начальная школа

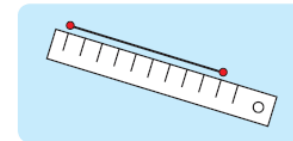
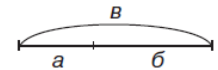
### ПРОСТРАНСТВЕННЫЕ ФИГУРЫ



### ПЛОСКИЕ ФИГУРЫ



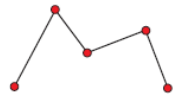
### Отрезок и его части



$$\begin{aligned} \underline{a} + \underline{b} &= \underline{b} \\ \underline{b} + \underline{a} &= \underline{b} \\ \underline{b} - \underline{a} &= \underline{b} \\ \underline{b} - \underline{b} &= \underline{a} \end{aligned}$$

### Ломаная линия

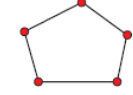
**Незамкнутая**  
ломаная линия



**Замкнутая**  
ломаная линия



### Многоугольник



треугольник

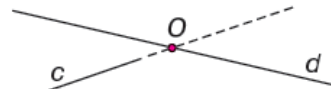
четырёхугольник

пятиугольник

Стороны многоугольника не пересекаются.

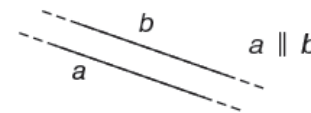
### Пересекающиеся и параллельные прямые

**Пересекающиеся** прямые имеют одну общую точку.  
**Параллельные** прямые не пересекаются, сколько их ни продолжай.



Прямые  $c$  и  $d$

пересекаются в точке  $O$

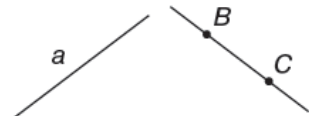


Прямые  $a$  и  $b$  параллельны

### Точка. Прямая и кривая линии

$A$

точка  $A$

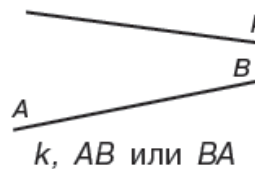


прямые  $a$  и  $BC$



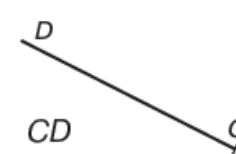
кривая  $b$

### ПРЯМАЯ



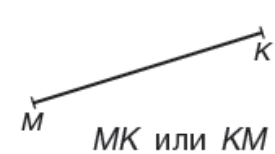
$k$ ,  $AB$  или  $BA$

### ЛУЧ



$CD$

### ОТРЕЗОК



$MK$  или  $KM$

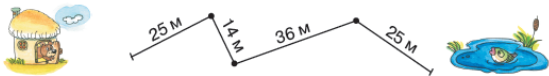
# ПОДГОТОВИТЕЛЬНЫЙ ПЕРИОД

## Начальная школа

### Длина ломаной. Периметр

На рисунке показан путь от домика медвежонка до озера. Это **ломаная линия**.

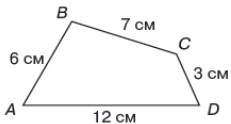
Длина пути равна  $25 + 14 + 36 + 25 = 100$  (м).



**Длиной ломаной** называют сумму длин всех её звеньев. Замкнутая ломаная линия образует **многоугольник**. Его стороны не пересекаются. Сумму длин всех сторон многоугольника называют **периметром**.

Например, периметр четырёхугольника  $ABCD$  равен

$$6 + 7 + 3 + 12 = 28 \text{ (см)}$$



### Плоскость

Плоские поверхности предметов имеют края. У **плоскости** края нет. Её можно продолжить во всех направлениях.



плоская поверхность



плоскость

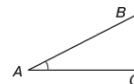


### Угол

Два луча с общим началом разбивают плоскость на две части. Меньшую из этих частей будем называть **углом**.



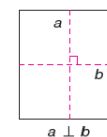
На рисунке изображён угол, образованный лучами  $AB$  и  $AC$ . Он отмечен дугой.



Точка **A** – вершина угла  
Лучи **AB** и **AC** – стороны угла  
Записывают:  $\angle BAC$  или  $\angle A$

### Прямой угол. Перпендикулярные прямые

Если сложить прямоугольный лист бумаги пополам, а потом ещё раз пополам, то получится **прямой угол**. Прямые **a** и **b** образуют при пересечении прямой угол. Такие прямые называют **перпендикулярными**. Пишут:  $a \perp b$



$$a \perp b$$



угольник



прямой угол

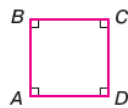
Прямые углы удобно находить и строить с помощью **угольника**.

### Прямоугольник. Квадрат

**Прямоугольник** – это четырёхугольник, у которого все углы прямые. **Квадрат** – это прямоугольник, у которого все стороны равны.



$$AB = CD, BC = AD$$



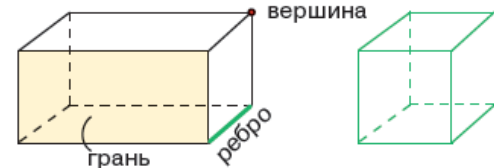
$$AB = BC = CD = AD$$

Противоположные стороны прямоугольника равны. Большую сторону называют **длиной**, а меньшую – **шириной**.

### Прямоугольный параллелепипед

Коробка, ящик, шкаф, кубики и многие другие предметы имеют форму **прямоугольного параллелепипеда**.

У прямоугольного параллелепипеда 6 граней, 8 вершин и 12 рёбер.



**Куб** тоже является прямоугольным параллелепипедом, но особым – у него все рёбра равны.

# ПОДГОТОВИТЕЛЬНЫЙ ПЕРИОД

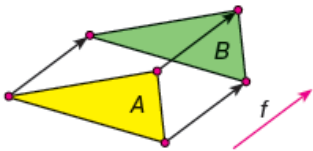
## Начальная школа

### Виды углов



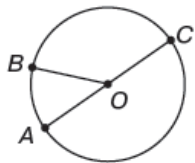
### Перемещение фигур на плоскости

1. Выбрать опорные точки данной фигуры.
2. Переместить опорные точки указанным способом.
3. Достроить по полученным точкам всю фигуру.



$f$  – правило преобразования фигуры  $A$  в фигуру  $B$ .

### Окружность

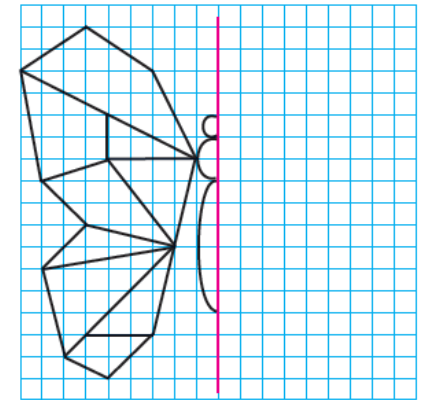
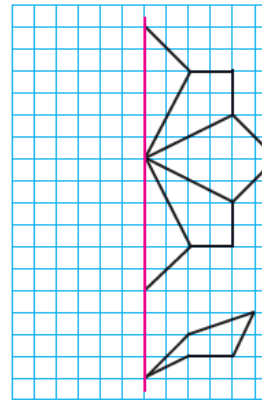


**Окружность** – граница круга.  
Точка  $O$  – **центр** окружности.  
Отрезки  $OA$ ,  $OB$ ,  $OC$  – **радиусы**.  
Отрезок  $AC$  – **диаметр**.



Циркуль

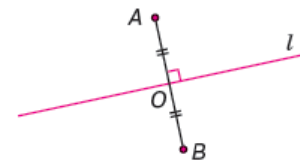
- 11\* Перенеси в тетрадь по точкам половину фигуры. Дорисуй вторую половину и раскрась.



### Симметрия относительно прямой

Точки  $A$  и  $B$  **симметричны** относительно прямой  $l$ , если отрезок  $AB$ :

- 1) перпендикулярен прямой  $l$ ;
- 2) пересекает прямую  $l$  в своей середине.



$$AB \perp l$$

$$AO = OB$$



Прямая  $l$  – **ось симметрии**.

# ПОДГОТОВИТЕЛЬНЫЙ ПЕРИОД

## Начальная школа

**Прямоугольным треугольником** называют треугольник, один из углов которого является прямым.

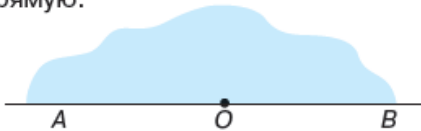


$AB, BC$  – катеты  
 $AC$  – гипотенуза



### Развёрнутый угол

**Развёрнутым** углом называют угол, стороны которого образуют прямую.

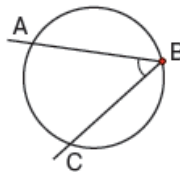


$\angle AOB$  – развёрнутый

стороны  $OA$  и  $OB$   
образуют прямую

Угол, вершина которого принадлежит окружности, а стороны пересекают окружность, называется **вписанным углом**.

$\angle ABC$  – вписанный угол

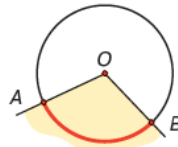


### Центральный угол

Угол, вершина которого совпадает с центром окружности, называется **центральным углом**.

$\angle AOB$  – центральный угол.

На рисунке выделена дуга  $AB$  окружности, на которую *опирается* центральный  $\angle AOB$ .

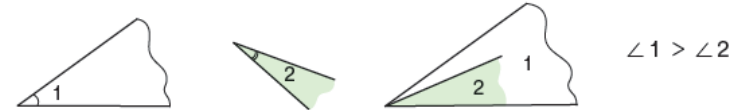


### Сравнение углов

Два угла можно сравнить с помощью наложения. Их надо наложить так, чтобы сторона первого угла совпала со стороной второго угла. Если при этом и две другие стороны совпадут, то углы **равны**.



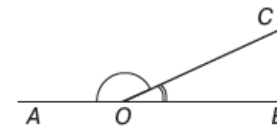
Если же две другие стороны не совпадут, то меньше угол, сторона которого оказалась внутри другого угла.



### Смежные углы

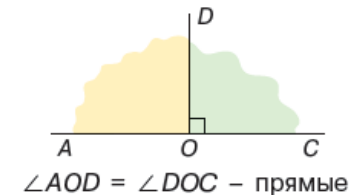
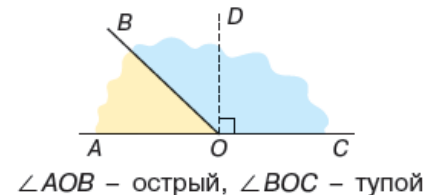
**Смежными** углами называют два угла, у которых одна сторона общая, а две другие образуют прямую.

$\angle AOC$  и  $\angle COB$  – смежные



- 1) сторона  $OC$  – общая
- 2) стороны  $OA$  и  $OB$  образуют прямую

Прямой угол равен половине развёрнутого угла. Если один из смежных углов острый, то второй – тупой.





# ПОДГОТОВИТЕЛЬНЫЙ ПЕРИОД

## 5 класс

825

Прочитай определения и назови определяемые понятия. Какие «старые», известные понятия используются для определений? Сделай чертежи.

- 1) Отрезком называется часть прямой, ограниченная двумя точками. Эти точки принадлежат отрезку и называются его концами.
- 2) Ломаной называется фигура, которая состоит из точек плоскости и последовательно соединяющих их отрезков таких, что никакие два отрезка с общим концом не лежат на одной прямой и конец каждого предыдущего отрезка совпадает с началом следующего.
- 3) Каждый из отрезков, составляющих ломаную, называется звеном ломаной, а концы этих отрезков – вершинами ломаной.
- 4) Замкнутая ломаная линия без самопересечений называется многоугольником, а её звенья – сторонами многоугольника.
- 5) Четырёхугольником называется многоугольник с четырьмя сторонами.
- 6) Прямоугольником называется четырёхугольник, у которого все углы прямые.
- 7) Квадратом называется прямоугольник, у которого все стороны равны.
- 8) Многоугольник называется правильным, если у него все стороны равны и все углы равны.

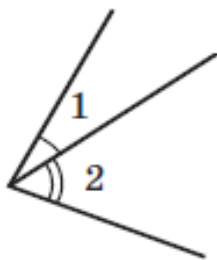


# ПОДГОТОВИТЕЛЬНЫЙ ПЕРИОД

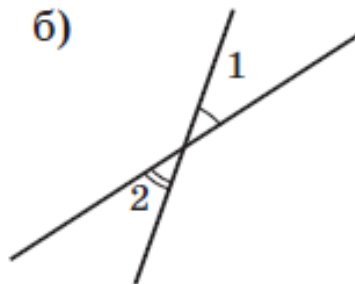
## 5 класс

**838** Пользуясь определением смежных углов, докажи, что углы 1 и 2 на рисунках не являются смежными. Есть ли на этих рисунках вертикальные углы?

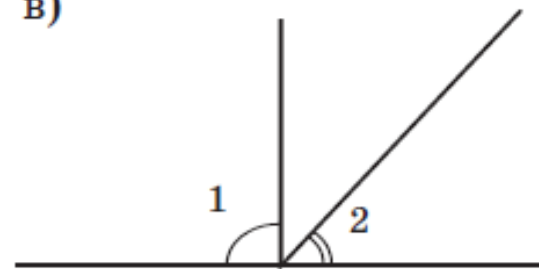
а)



б)



в)



**839** 1) Начерти угол, равный  $30^\circ$ . Построй угол, смежный данному, и измерь его величину. Что ты замечаешь? Повтори эксперимент ещё 2 раза для углов другой величины и сформулируй *гипотезу*.  
2) Выполни то же задание для вертикальных углов.

# ПОДГОТОВИТЕЛЬНЫЙ ПЕРИОД

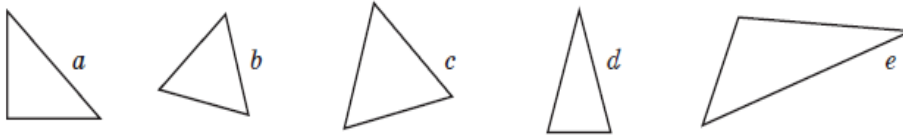
## 5 класс

### 845 Математическое исследование

Прочитай и осмысли определения. Пользуясь ими, выполни задания.

**I** Треугольник называется равносторонним, если все его стороны имеют одинаковую длину.

1) Укажи все равносторонние треугольники на рисунке:



2) Всякий ли треугольник является равносторонним? Начерти несколько равносторонних треугольников и измерь их углы. Сформулируй гипотезу.

3) Начерти равносторонний треугольник и соедини отрезками середины его сторон. Что ты наблюдаешь? Повтори эксперимент ещё несколько раз. Сформулируй гипотезу.

**II** Треугольник называется равнобедренным, если хотя бы две из его сторон имеют одинаковую длину.

1) Укажи на рисунке все равнобедренные треугольники:

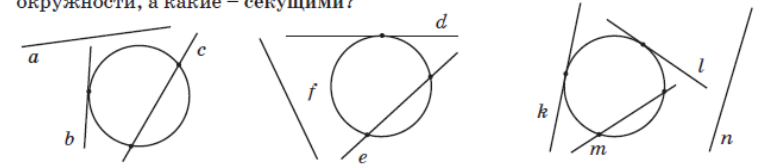


2) Является ли равнобедренный треугольник равносторонним? Является ли равносторонний треугольник равнобедренным?

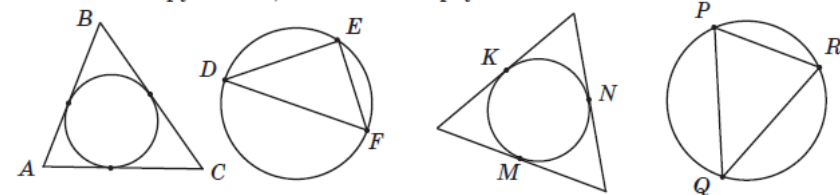
3) Построй диаграмму Эйлера–Венна для множеств  $A$ ,  $B$  и  $C$ , где  $A$  – множество всех треугольников,  $B$  – множество равнобедренных треугольников и  $C$  – множество равносторонних треугольников.

846 Исходя из значений слов в русском языке, отгадай по рисункам значения математических терминов и сформулируй свои варианты соответствующих определений.

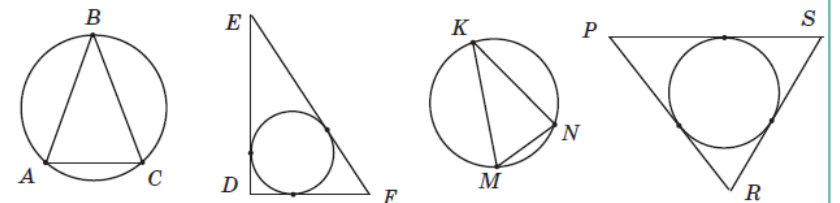
а) Какие из прямых, изображенных на рисунке, являются касательными к окружности, а какие – секущими?



б) На каких рисунках изображен треугольник, вписанный в окружность, а на каких – окружность, вписанная в треугольник?



в) На каких рисунках изображен треугольник, описанный вокруг окружности, а на каких – окружность, описанная вокруг треугольника?



## § 1 Геометрические фигуры на плоскости

- Формирование опыта работы с определениями геометрических фигур и понимание необходимости определенной последовательности введения определений известных им фигур.
- Формирование представления о разбиении множества геометрических фигур на классы.
- Знакомство с основными задачами на построение с помощью циркуля и линейки (описание с общепринятыми обозначениями; без проведения доказательства) показывает учащимся красоту геометрических построений.
- Применение изученных способов построений осуществляется в пункте «Замечательные точки в треугольнике».

**Основная цель: заинтересовать изучением геометрии**

### **Новое знание**

Способ построения определений, составные части определения.

### **Актуализация знаний**

1. 1) Запиши основные понятия, которые используются для определения луча, угла:



- 2) Из пункта (1) выпиши геометрические понятия, которые являются *основными*:

- 3) Заполни пропуски:

**Определение геометрического понятия содержит:**

- 1) « \_\_\_\_\_ » – определяемое понятие;
- 2) « \_\_\_\_\_ » – известные понятия и их свойства, с помощью которых объясняется новое понятие.

# п. 1 Рисунки и определения геометрических понятий

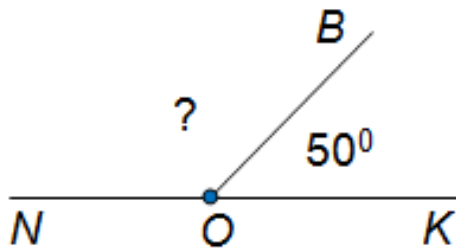
## Урок 128 (ОНЗ)

### Актуализация знаний

2.

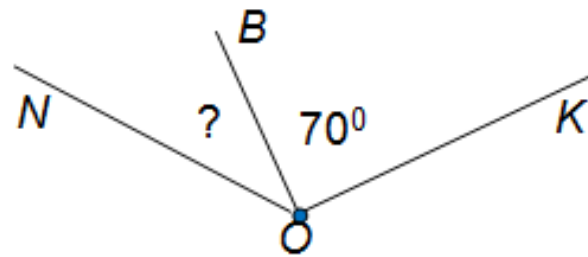
1) Найди значения неизвестных углов, опираясь на связь между целым и частями целого:

а)  $\angle NOB =$  \_\_\_\_\_

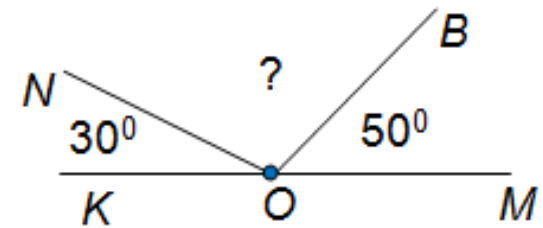


б)  $\angle NOB =$  \_\_\_\_\_

$\angle NOK = 110^\circ$



в)  $\angle NOB =$  \_\_\_\_\_



2) Выпиши смежные углы \_\_\_\_\_



# п. 1 Рисунки и определения геометрических понятий

## Урок 128 (ОНЗ)

### *Пробное действие*

Построить определение понятия «смежные углы» и установить, на какие понятия оно опирается.

Составь **план** достижения цели. Для составления плана можно использовать данные шаги, пронумеровав их в правильном порядке:

- Определить, на какие известные понятия будет опираться новое определение.
- Проанализировать задание 2 (1, 2). Определить общие свойства *смежных* углов по построению.
- Составить алгоритм построения определения нового понятия.
- Применить алгоритм построения определения геометрического понятия для определения понятия смежных углов.

# п. 1 Рисунки и определения геометрических понятий

## Урок 128 (ОНЗ)

### Реализация цели

#### Алгоритм построения определений геометрических понятий

1. Установить, с помощью какого \_\_\_\_\_ понятия можно определить \_\_\_\_\_ понятие.
2. Перечислить \_\_\_\_\_ данного понятия и выделить среди них характеристические свойства.
3. Составить \_\_\_\_\_ понятия (если требуется, записать его на математическом языке с помощью знака \_\_\_\_\_).



1. Угол, общая сторона, прямая.
2. Два угла имеют общую сторону, сумма градусных мер двух углов равна \_\_\_\_\_.
3. \_\_\_\_\_ углы – это два угла, одна сторона у которых \_\_\_\_\_, а две другие образуют \_\_\_\_\_.





# п. 1 Рисунки и определения геометрических понятий

Урок 128 (ОНЗ)

## Эталон

Определение геометрического понятия содержит:

- 1) «*новое*» – определяемое понятие;
- 2) «*старое*» – известные понятия и их свойства, с помощью которых объясняется новое понятие.

Понятия, которые принимаются без определения, называются **основными**.

Понятия *точка, прямая, плоскость* являются основными геометрическими понятиями.



# п. 1 Рисунки и определения геометрических понятий

Урок 128 (ОНЗ)

**Эталон**

## Алгоритм построения определений геометрических понятий

- 1) Установить, с помощью какого известного понятия можно определить новое понятие.
- 2) Перечислить свойства данного понятия и выделить среди них характеристические свойства.
- 3) Составить определение понятия (если требуется, записать его на математическом языке с использованием знака  $\Leftrightarrow$ ).

# п. 1 Рисунки и определения геометрических понятий

## Урок 128 (ОНЗ)

### Применения нового знания

*В № 325 – 329 по определениям сделай рисунки, назови определяемые понятия и понятия, на которые они опираются. Построй логическую последовательность введения этих определений и установи, в каких случаях её можно изменить, а в каких – нет.*

- 325** а) Средней линией треугольника называется отрезок, соединяющий середины двух его сторон.
- б) Треугольником называется фигура, состоящая из трёх точек, не лежащих на одной прямой, и трёх отрезков, соединяющих эти точки. Точки называются вершинами треугольника, а отрезки – его сторонами.
- в) Отрезок, соединяющий вершину треугольника с серединой противоположной стороны, называется медианой треугольника.
- г) Отрезком называется часть прямой, ограниченная двумя точками. Эти точки принадлежат отрезку и называются его концами.

**Решение:**

г)  $\longrightarrow$  б)  $\begin{matrix} \nearrow & \text{а)} \\ \searrow & \text{в)} \end{matrix}$

# п. 1 Рисунки и определения геометрических понятий

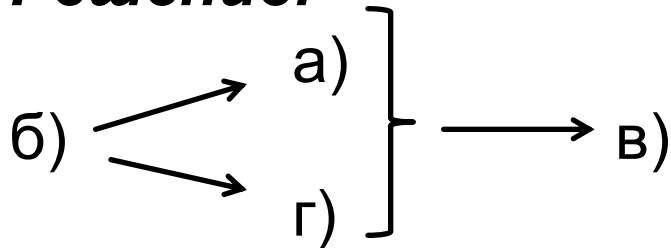
## Урок 128 (ОНЗ)

### Применения нового знания

326

- а) Два луча с общим началом, составляющие прямую, называются дополнительными лучами.
- б) Лучом называется часть прямой, ограниченная только одной точкой. Эта точка принадлежит лучу и называется его началом.
- в) Два угла называются вертикальными, если стороны одного из них являются дополнительными лучами для сторон другого.
- г) Углом называется геометрическая фигура, образованная двумя лучами с общим началом. Лучи называются сторонами угла, а их общее начало – вершиной угла.

**Решение:**

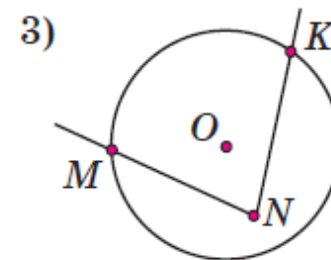
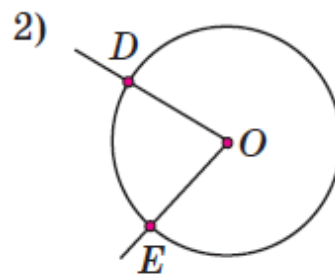
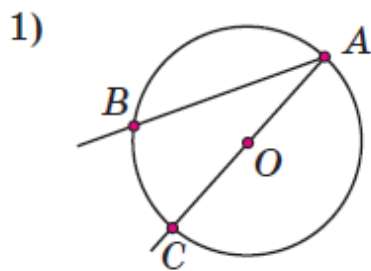


# п. 1 Рисунки и определения геометрических понятий

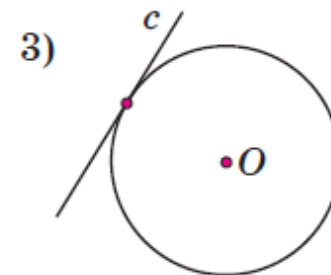
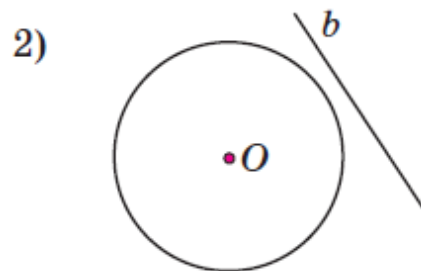
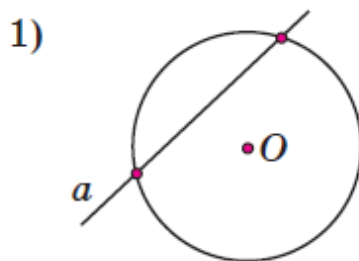
## Урок 128 (ОНЗ)

### Применения нового знания

**332** Как ты считаешь, какой из нарисованных углов называют *центральной*? Почему? Проверь по справочнику. Нарисуй несколько центральных углов окружности и сформулируй определение этого понятия.



**333** Какую из прямых на рисунке можно назвать *касательной* к окружности, а какую – *секущей*? Почему? Предложи свои варианты определений касательной и секущей и сделай рисунки. Сравни свои определения с определениями этих понятий в справочнике.



# п. 1 Рисунки и определения геометрических понятий

## Урок 129 (Р)

### Самостоятельная работа

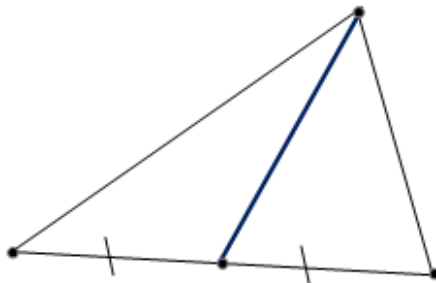
1. По определению геометрического понятия сделай построение. Запиши определяемые понятия и понятия, на которые они опираются:

*«Треугольник, имеющий две равные стороны, называется равнобедренным треугольником».*

«Новое» понятие: \_\_\_\_\_

«Старые» понятия \_\_\_\_\_

2. По построению запиши определение понятия *медианы треугольника* и построй логическую последовательность введения этого определения:



\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

3\* Реши уравнение:

а)  $0,5x - \frac{x}{8} = 6$

б)  $0,2(3x + 4) = -0,1(3 - 6x)$



## Задачи повышенного уровня сложности

**№ 349\*** Сколько диагоналей можно провести в четырёхугольнике? А в треугольнике, пятиугольнике, шестиугольнике,  $n$ -угольнике?

В  $n$ -угольнике можно провести  $\frac{(n-3)n}{2}$  диагоналей. Для вывода данной формулы можно воспользоваться формулой нахождения количества отрезков, которыми можно соединить  $n$  точек.

**№ 350\*** Сколько возникает на окружности дуг, если на ней поставлены две точки? А если точек 3, 4, 10,  $n$ ?

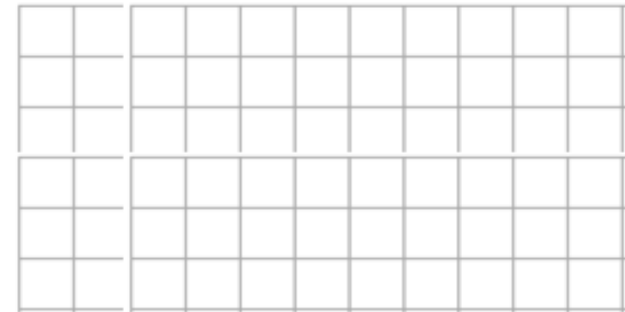
Если поставлено  $n$  точек, то возникает  $n$  дуг.

### Новое знание

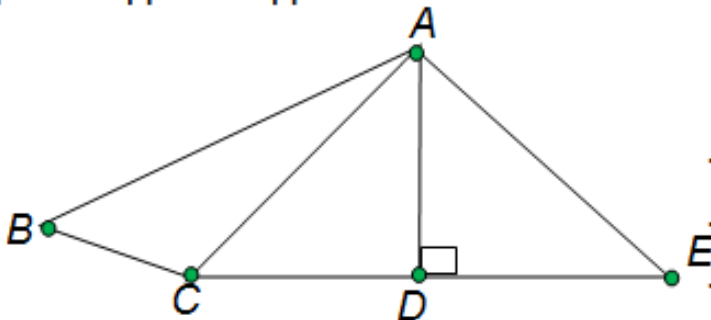
Свойства геометрических фигур, позволяющие проводить классификацию геометрических фигур.

### Актуализация знаний

1) Разбей множество натуральных чисел на группы. Назови эти группы. Нарисуй диаграмму Эйлера-Венна.



2) Вспомни виды углов. Запиши, пользуясь рисунком, по одному (или более) примеру для каждого вида.



---

---

---

---



### **Пробное действие**

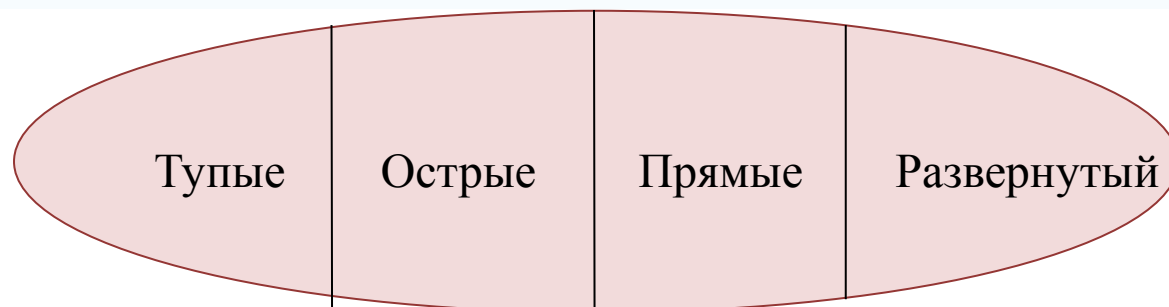
Провести классификацию видов углов, построить диаграмму Эйлера–Венна.

### **Эталон**

Разбиение множества на части, при котором каждый элемент попадает ровно в одну часть, называется **классификацией**.

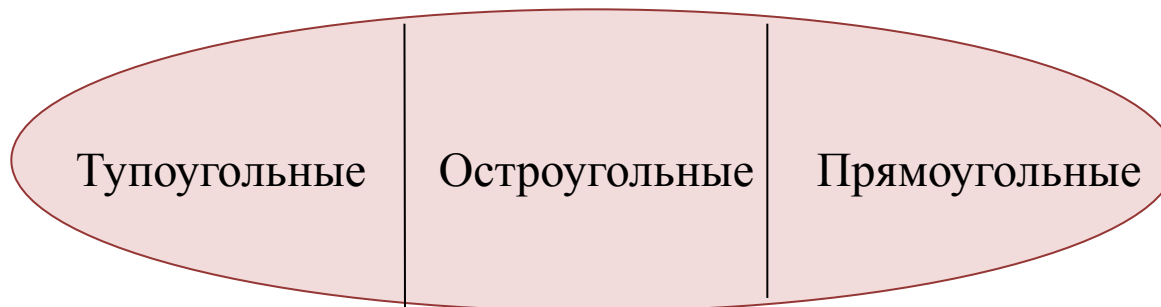
Части  $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$  множества  $A$ , полученные в результате разбиения, называют **классами**.

Свойство, в соответствии с которым множество разбивается на классы, называют **основанием классификации**.



### Применение нового знания

- 352** а) Начерти в тетради произвольный треугольник и определи вид его углов.  
б) Сколько острых, сколько прямых и сколько тупых углов может иметь треугольник? Сделай рисунки.  
в) На какие классы можно разбить множество треугольников по виду углов? Как они называются? Является ли это разбиение классификацией? Почему? Нарисуй соответствующую диаграмму Эйлера–Венна.

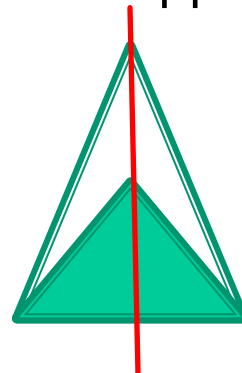


### Применение нового знания

- 353** а) Треугольник называется равнобедренным, если две его стороны равны. Запиши определение равнобедренного треугольника с помощью знака  $\Leftrightarrow$ . На какие понятия опирается это определение?
- б) Равные стороны равнобедренного треугольника называются боковыми, а третья сторона называется основанием. Нарисуй в тетради несколько равнобедренных треугольников с одним и тем же основанием. Где расположены их вершины? Сформулируй *гипотезу*.

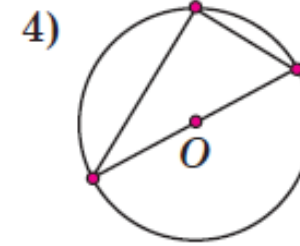
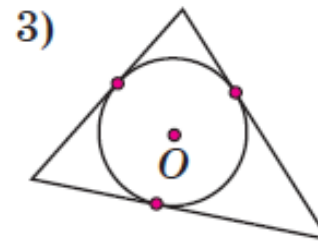
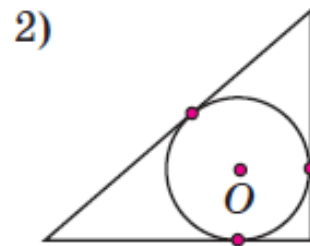
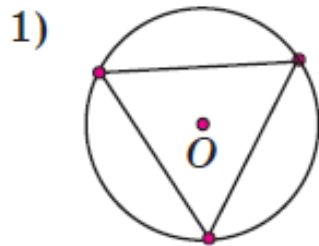
### Решение:

а)  $\triangle ABC$  – равнобедренный  $\Leftrightarrow$  две стороны треугольника равны ( $BA = BC$ )



### Применение нового знания

**361** Какие из окружностей на рисунке являются *вписанными* в треугольник, а какие – *описанными* около него? Выяви существенные признаки вписанной и описанной окружностей и предложи свой вариант определений ЭТИХ ПОНЯТИЙ.

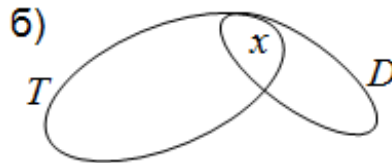
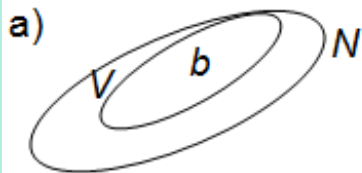


### Новое знание

Понятие подклассов.

### Актуализация знаний

С помощью диаграмм Венна проиллюстрированы высказывания. Запиши их на математическом языке.



Зачеркни *неверные* высказывания о существовании треугольников:

- а) Существует равнобедренный прямоугольный треугольник.
- б) Существует равносторонний прямоугольный треугольник.
- в) Существует равнобедренный тупоугольный треугольник.
- г) Существует равносторонний тупоугольный треугольник.
- д) Существует равносторонний остроугольный треугольник.
- е) Существует равнобедренный остроугольный треугольник.



### Пробное задание

Нарисовать диаграмму Венна, на которой надо показать взаимосвязь между множеством всех треугольников, множеством равнобедренных и множеством равносторонних треугольников

### Эталон

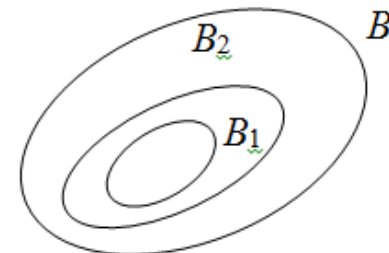
Подмножества классов называют подклассами.

$$B_1 \subset B_2 \subset B$$

$B_1$  – подкласс  $B_2$  и  $B$

$B_2$  – подкласс  $B$

*Общие свойства объектов одного и того же класса распространяются только на его подклассы и не распространяются на другие классы.*

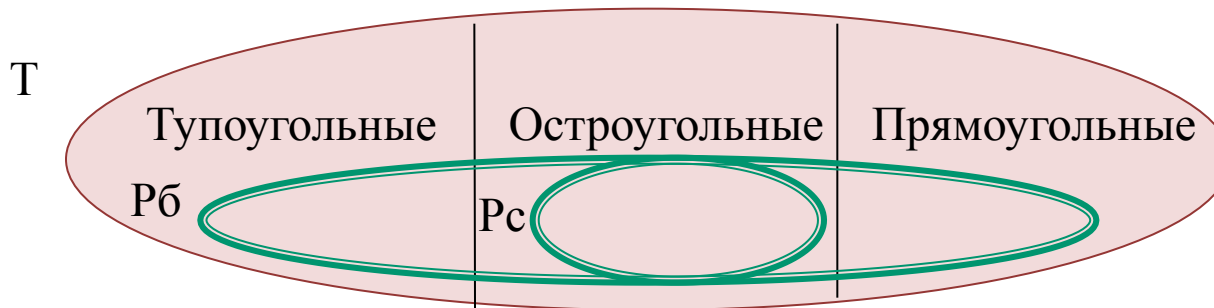


### Применение нового знания

356

а) Может ли быть треугольник равнобедренным и тупоугольным? А равнобедренным и прямоугольным? Сделай рисунки.

б) Нарисуй в тетради диаграмму Эйлера–Венна, показывающую классификацию треугольников по виду углов. Покажи, как располагаются на ней подмножества равнобедренных и равносторонних треугольников. Какие сочетания видов треугольников возможны?





## п. 2 Классификация геометрических фигур

Урок 131 (ОНЗ)

### Применение нового знания

- 357** а) Начерти равнобедренный треугольник  $ABC$  ( $AB = BC$ ) и измерь транспортиром углы при основании  $AC$ . Что ты замечаешь? Сформулируй *гипотезу*.
- б) Начерти равнобедренный треугольник  $ABC$  ( $AB = BC$ ) и проведи медиану к его основанию  $AC$ . Что ты замечаешь? Сформулируй *гипотезу*.  
Как ты считаешь, на какие виды треугольников можно распространить построенные гипотезы? Обоснуй свой ответ.



### Применение нового знания

**358** а) Построй отрезок  $AB$ , равный 5 см. Затем проведи две дуги радиусом 4 см и центрами в точках  $A$  и  $B$  до их пересечения в точке  $C$ . Соедини точки  $A$ ,  $B$  и  $C$  отрезками и определи вид треугольника  $ABC$ .

Измерь с помощью транспортира углы получившегося треугольника. Что ты замечаешь? Сформулируй *гипотезу*. На какие виды треугольников её можно распространить?

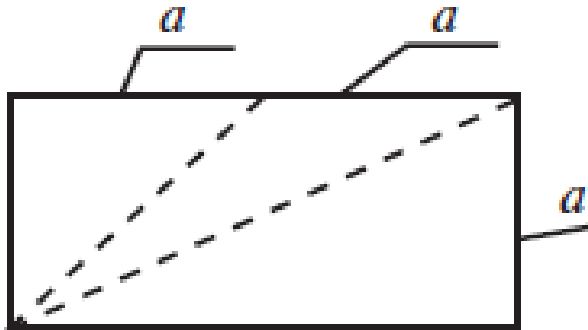
**359** Сколько общих точек могут иметь прямая и окружность? Рассмотрю все возможные случаи и сделай рисунки. Является ли это разбиение классификацией?

**360** Прямая называется касательной к окружности, если она имеет с этой окружностью одну общую точку. Начерти прямую, касательную к окружности, и проведи радиус в точку касания. Что ты замечаешь? Сформулируй *гипотезу*. Можно ли распространить её на секущие к окружности? Почему?

## Задачи повышенного уровня сложности

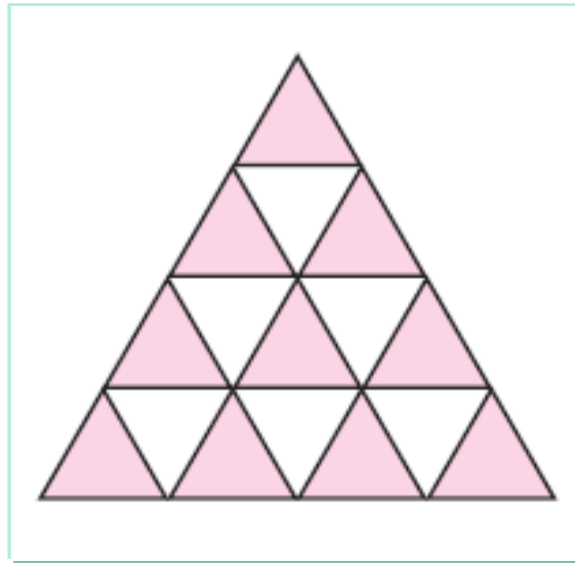
**№ 375\*** Дан прямоугольник, длины сторон которого относятся как 2 : 1. Разрежь его на части так, чтобы из них можно было составить:

- а) равнобедренный прямоугольный треугольник;
- б) равнобедренный тупоугольный треугольник;
- в) равнобедренный остроугольный треугольник.



## Задачи повышенного уровня сложности

**№ 376\*** Сколько равносторонних треугольников ты видишь на рисунке?

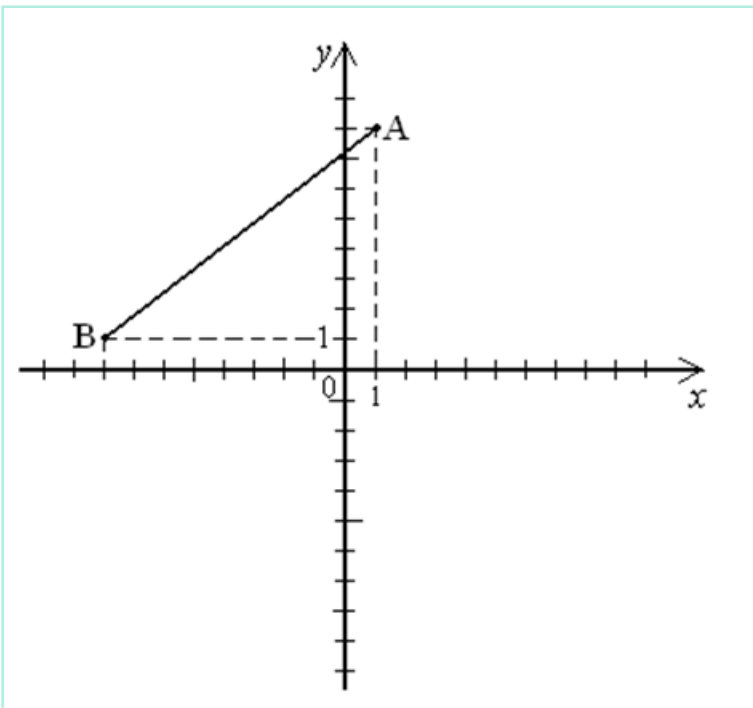


$$16 + 6 + 3 + 1 = 26$$

#### **Новое знание**

Алгоритм построение отрезка, равного данному отрезку.

#### **Актуализация знаний**

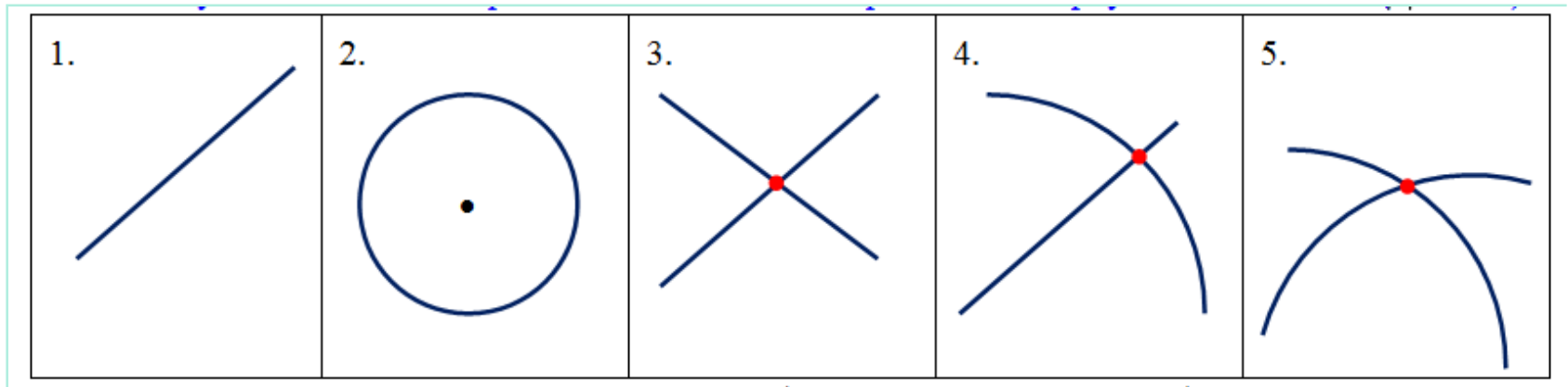


Построй отрезок  $A_1B_1$ , симметричный отрезку  $AB$ , относительно оси  $Oy$ . Сравни длины отрезков и запиши результат.

### *Актуализация знаний*

1) Подумай, какие основные фигуры можно построить с помощью линейки, на которой нет шкалы с делениями, и с помощью циркуля. Построй их.

2) Обведи основные операции, которые выполняются циркулем и линейкой. Если у тебя нет таких построений, дорисуй их .





## п. 3 Задачи на построение

### Урок 132 (ОНЗ)

#### Пробное задание

Построить с помощью линейки без делений и циркуля отрезок, равный отрезку  $AB$ .

#### План

Проверить полученный алгоритм построения отрезка, равного данному, по эталону.

Прочитать, проанализировать шаги алгоритма построения отрезка, равного данному.

Установить логическую последовательность шагов алгоритма.

Применить полученный алгоритм для выполнения задания

#### Шаги алгоритма

построения отрезка, равного данному

- Отрезок, соединяющий две построенные точки, – искомый.
- Построить прямую, обозначить ее.
- Отметить на прямой произвольную точку, обозначить ее.
- Провести окружность с центром в выбранной точке и радиусом, равным длине данного отрезка.
- Найти и обозначить точку пересечения окружности с прямой.



## п. 3 Задачи на построение

### Урок 132 (ОНЗ)

#### Эталоны

#### Алгоритм построения отрезка, равного данному отрезку

1. Построить прямую, обозначить её.
2. Отметить на прямой произвольную точку, обозначить её.
3. Провести окружность с центром в выбранной точке и радиусом, равным длине данного отрезка.
4. Найти и обозначить точку пересечения окружности с прямой.
5. Отрезок, соединяющий две построенные точки, – искомый.

#### Условные обозначения:

$A, B$  – точки  $A, B$ ;

$[AB]$  – отрезок  $AB$ ;

$(AB)$  – прямая  $AB$ ;

$[AB)$  – луч  $AB$ ;

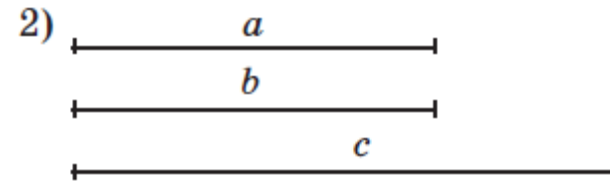
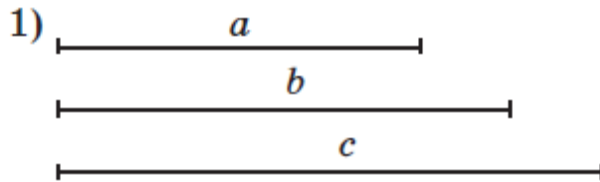
$a$  – прямая  $a$ ;

$[BA)$  – луч  $BA$ ;

$(O, r)$  – окружность с центром  $O$  и радиусом  $r$ .

### Применение нового знания

**378** Построй треугольник  $ABC$  по трём сторонам  $a$ ,  $b$  и  $c$  и определи вид этого треугольника:



Сколько можно построить различных (не равных между собой) треугольников с тремя данными сторонами? Всегда ли эта задача имеет решение?

### Алгоритм построения треугольника, равного данному треугольнику

1. Построить прямую, обозначить её.
2. На прямой взять произвольную точку, обозначить её.
3. На прямой от взятой точки построить отрезок, равный любой стороне треугольника, обозначить второй конец отрезка.
4. Провести окружности с центрами в концах построенного отрезка и радиусами, равными длине двух других сторон треугольника.
5. Найти и обозначить точку пересечения окружностей.
6. Треугольник, вершинами которого являются концы отрезка и точка пересечения окружностей, – искомый.





## п. 3 Задачи на построение

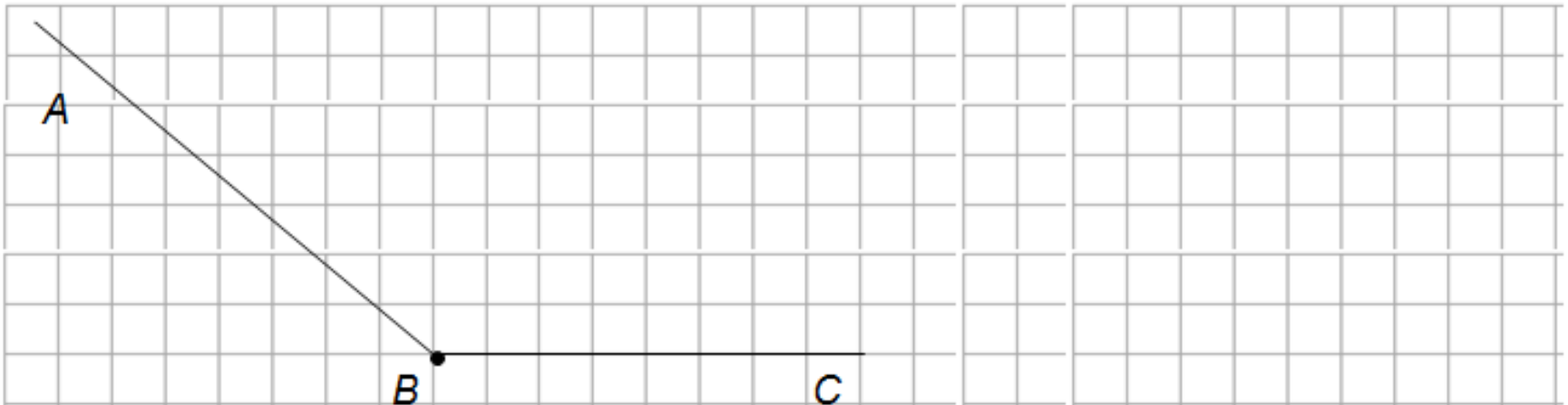
### Урок 133 (ОНЗ)

#### **Новое знание**

Алгоритм угла, равного данному углу.

#### **Актуализация знаний**

Измерь с помощью транспортира градусную меру  $\angle ABC$  и построй  $\angle DRT$ , равный  $\angle ABC$ .

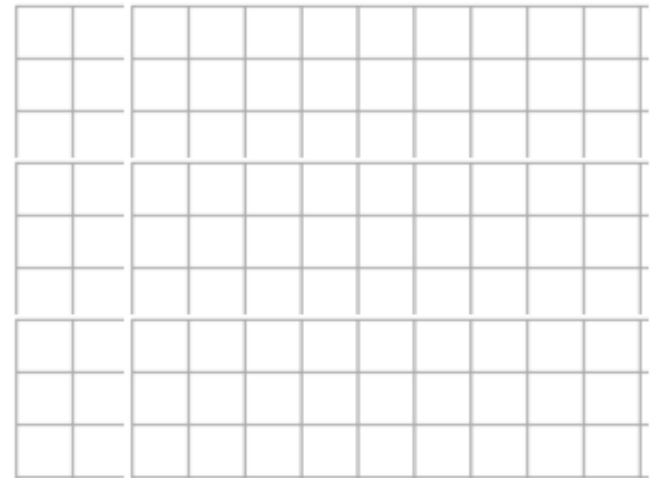


#### Пробное задание

Построить с помощью линейки без делений и циркуля  $\angle HPK$ , равный  $\angle ABC$  из предыдущего задания.

Шаги алгоритма построения угла, равного данному

- Угол, образованный двумя построенными лучами, – искомый.
- Провести окружность произвольного радиуса  $R_1$  с центром в вершине данного угла.
- Найти расстояние между точками пересечения окружности со сторонами угла –  $R_2$ .
- Построить произвольный луч.
- Построить окружность с центром в начале луча и радиусом  $R_1$ . Отметить точку ее пересечения с лучом.
- Построить еще одну окружность с центром в отмеченной точке и радиусом  $R_2$ .
- Через начало луча и точку пересечения двух последних окружности провести еще один луч.





## п. 3 Задачи на построение

### Урок 133 (ОНЗ)

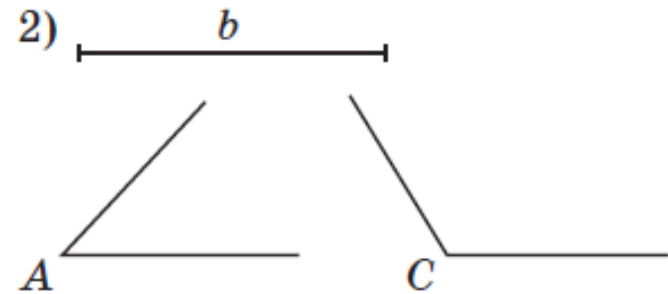
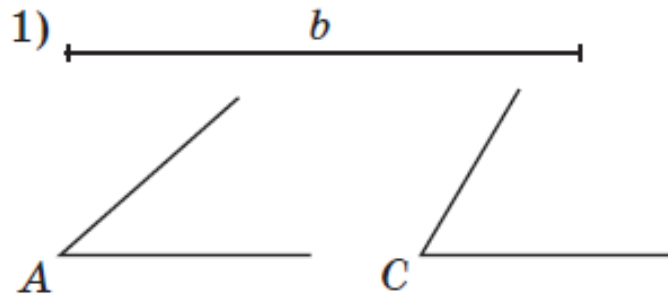
#### Эталоны

##### Алгоритм построения угла, равного данному углу

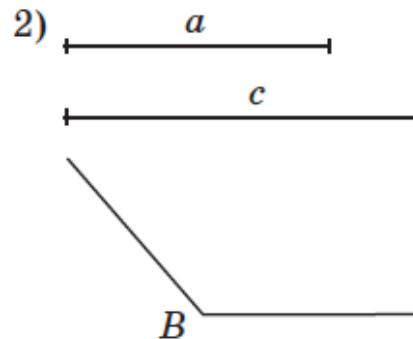
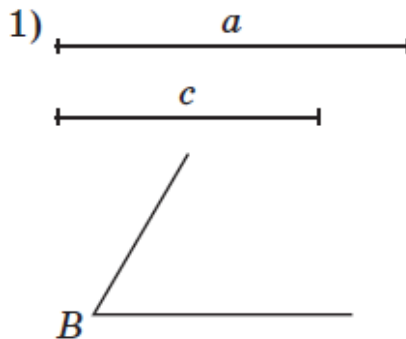
1. Построить произвольный луч.
2. Провести окружность произвольного радиуса  $R_1$  с центром в вершине данного угла.
3. Найти расстояние между точками пересечения окружности со сторонами данного угла –  $R_2$ .
4. Построить окружность с центром в начале луча и радиусом  $R_1$ .  
Отметить точку пересечения окружности с лучом.
5. Построить вторую окружность с центром в построенной точке (см. п. 4) и радиусом  $R_2$ .
6. Через начало луча и точку пересечения двух окружностей провести второй луч.
7. Угол, образованный двумя построенными лучами – искомый.

### Применение нового знания

**381** Построй треугольник  $ABC$  по стороне  $b$  и двум прилежащим к ней углам  $A$  и  $C$ . Сколько различных треугольников можно построить по этим данным? Определяется ли треугольник этими элементами единственным образом?

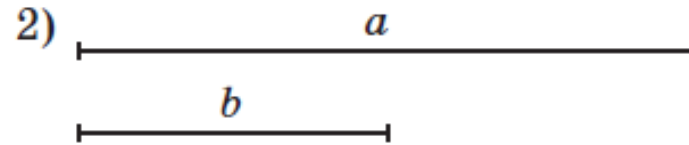
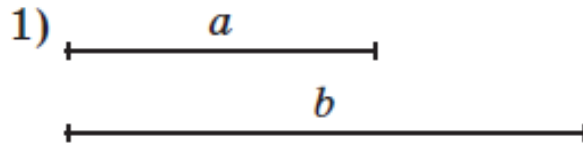


**383** Построй треугольник  $ABC$  по двум сторонам  $a$  и  $c$  и углу  $B$ , заключенному между ними. Однозначно ли определяется треугольник этими элементами?



### Применение нового знания

**382** Построй треугольник  $ABC$  по двум сторонам  $a$  и  $b$  и углу  $A$ , прилежащему к стороне  $b$ . Является ли решение однозначным?



**384** Проанализируй решение задач № 378–383 и сформулируй *гипотезу*: из равенства каких элементов двух треугольников следует равенство самих треугольников? Как можно назвать эти свойства равенства треугольников? Можно ли считать твою гипотезу верной для любых треугольников? Почему?



# п. 3-4 Задачи на построение.

## Замечательные точки в треугольнике

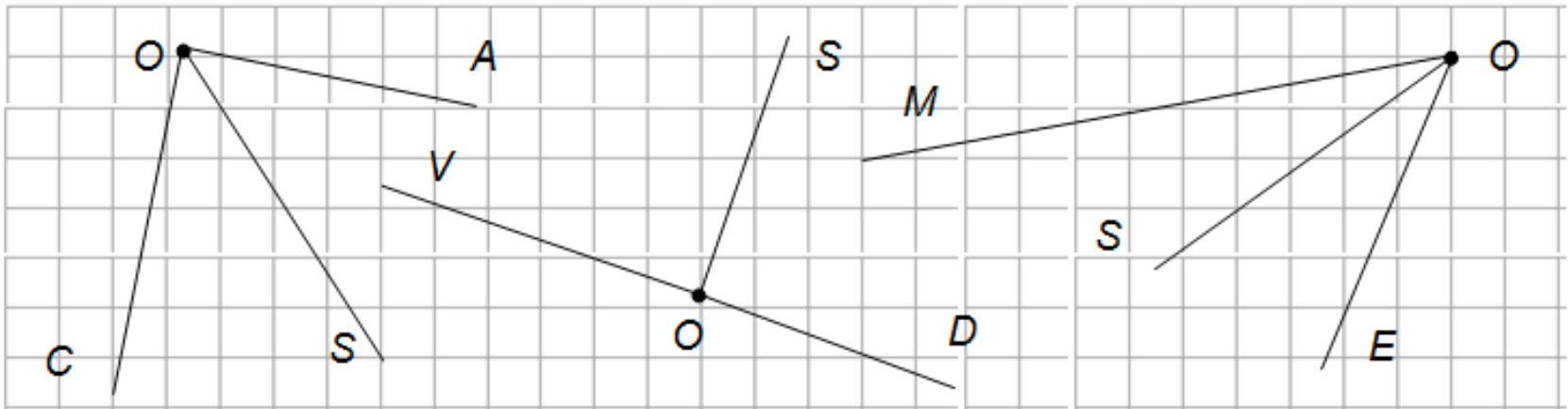
### Урок 134 (ОНЗ)

### Новое знание

Алгоритм построения биссектрисы угла.

### Актуализация знаний

Запиши, какое общее свойство у луча  $OS$ . \_\_\_\_\_



Как называется такой луч? \_\_\_\_\_

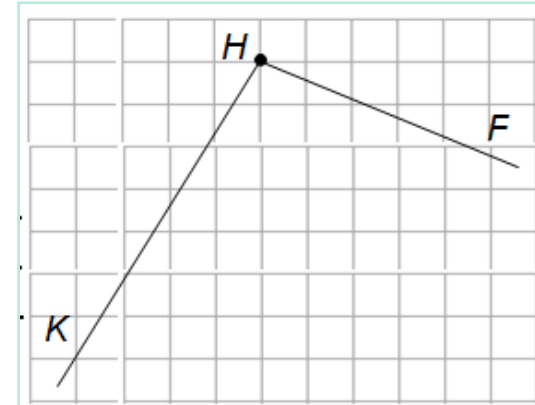
# п. 3-4 Задачи на построение.

## Замечательные точки в треугольнике

### Урок 134 (ОНЗ)

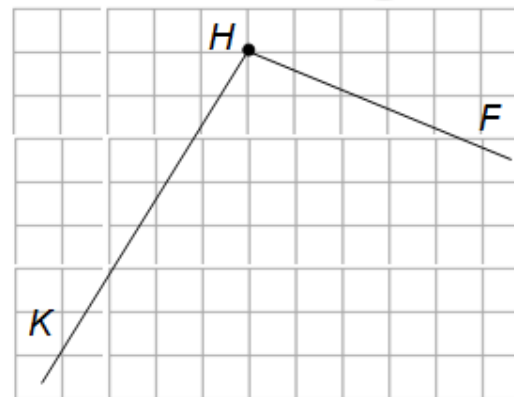
### Пробное задание

Попробуй построить с помощью линейки без делений и циркуля биссектрису  $\angle KHF$ .



#### Шаги алгоритма построения биссектрисы угла

- Провести луч с началом в вершине угла через найденную в предыдущем пункте точку – искомая биссектриса угла.
- Построить окружность произвольного радиуса с центром в вершине угла.
- Построить окружности с центрами в построенных точках и тем же радиусом.
- Найти и обозначить точку пересечения окружностей, принадлежащую углу.
- Найти и обозначить точки пересечения окружности со сторонами угла.





# п. 3-4 Задачи на построение.

## Замечательные точки в треугольнике

### Урок 134 (ОНЗ)

## Эталоны

### Алгоритм построения биссектрисы угла

1. Построить окружность произвольного радиуса с центром в вершине угла.
2. Найти и обозначить точки пересечения окружности со сторонами угла.
3. Построить окружности с центрами в построенных точках и тем же радиусом.
4. Найти и обозначить точку пересечения окружностей, принадлежащую углу.
5. Провести луч с началом в вершине угла через точку пересечения окружностей – искомая биссектриса угла.





# п. 3-4 Задачи на построение.

## Замечательные точки в треугольнике

### Урок 134 (ОНЗ)

#### **Применение нового знания**

№ 385 Построй биссектрисы углов  $A$ ,  $B$  и  $C$  треугольника  $ABC$ , если треугольник  $ABC$ :

а) остроугольный; б) прямоугольный; в) тупоугольный. Что ты замечаешь? Сформулируй *гипотезу*.

#### **Эталоны**

***Биссектрисы углов треугольника пересекаются в центре вписанной окружности.***

Построй произвольный отрезок  $AB$ . Раздели отрезок пополам с помощью циркуля и линейки.

#### **Алгоритм построения середины отрезка**

1. Построить две равные окружности с центрами в концах отрезка и радиусом, большим половины отрезка.
2. Обозначить точки пересечения окружностей.
3. Провести прямую через точки пересечения окружностей.
4. Обозначить точку пересечения прямой и отрезка, — искомая точка.



# п. 3-4 Задачи на построение.

## Замечательные точки в треугольнике

### Урок 135 (ОНЗ)

### **Новое знание**

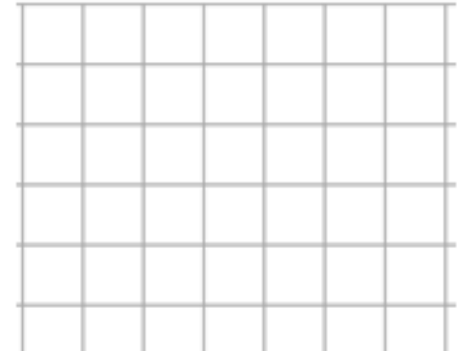
Алгоритм построения прямой, перпендикулярной данной и проходящей через точку на прямой.

### **Актуализация знаний**

1) Допиши характеристическое свойство перпендикулярных прямых.

Две прямые называются перпендикулярными, если они пересекаются \_\_\_\_\_

2) Выполни рисунок перпендикулярных прямых с помощью угольника.



# п. 3-4 Задачи на построение.

## Замечательные точки в треугольнике

### Урок 135 (ОНЗ)

## Актуализация знаний

Установи соответствие между описанием и переводом на русский язык. По рисунку определи, истинно или ложно описание.

Окружность с центром в точке  $D$  и радиусом  $DA$ .

Прямые  $m$  и  $k$  перпендикулярны

Окружность с центром в точке  $M$  и окружность с центром в точке  $D$  пересекаются в точке  $E$ .

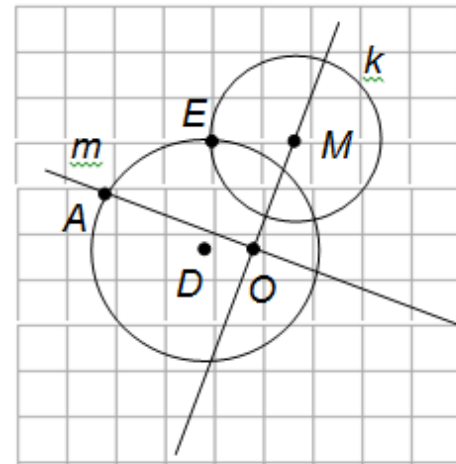
Точка  $D$  лежит на прямой  $m$ .

Прямая  $k$  проходит через точку  $M$ .

Точка  $O$  лежит на окружности с центром в точке  $D$  и радиусом  $DE$ .

Прямые  $m$  и  $k$  пересекаются в точке  $A$ .

Окружность с центром в точке  $D$  и радиусом  $DE$  пересекается с прямой  $m$  в точке  $A$ .



- |   |   |
|---|---|
| <input type="checkbox"/> $m \perp k$ ;                | <input type="checkbox"/> $D \in m$ ;      |
| <input type="checkbox"/> $M \in k$ ;                  | <input type="checkbox"/> $m \cap k = A$ ; |
| <input type="checkbox"/> $r = DA, (D, r)$ ;           |   |
| <input type="checkbox"/> $(M, ME) \cap (D, DE) = E$ ; |   |
| <input type="checkbox"/> $(D, DE) \cap m = A$ ;       |   |
| <input type="checkbox"/> $O \in (D, DE)$ .            |   |

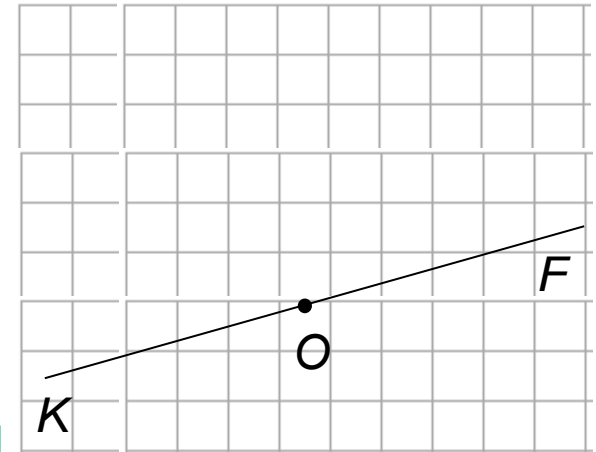
# п. 3-4 Задачи на построение.

## Замечательные точки в треугольнике

### Урок 135 (ОНЗ)

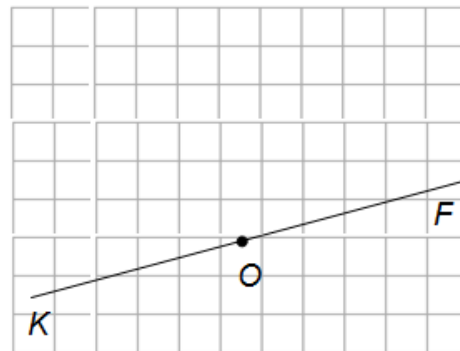
## Пробное задание

Попробуй построить с помощью линейки без делений и циркуля прямую, перпендикулярную прямой  $KF$ , проходящую через точку  $O$  на данной прямой.



Шаги алгоритма построения прямой, перпендикулярной данной и проходящей через точку на прямой

- Провести прямую через данную точку прямой и точку пересечения окружностей, – искомая прямая.
- Построить окружность произвольного радиуса с центром в данной точке.
- Найти и обозначить точку пересечения окружностей.
- Найти и обозначить точки пересечения окружности с прямой.
- Построить две равные окружности с центрами в построенных на прямой точках и радиусом больше половины отрезка, образованного этими точками.





# п. 3-4 Задачи на построение.

## Замечательные точки в треугольнике

### Урок 135 (ОНЗ)

## Эталоны

### **Алгоритм построения перпендикуляра, проходящего через точку на прямой**

1. Построить окружность произвольного радиуса с центром в данной точке.
2. Найти и обозначить точки пересечения окружности с прямой.
3. Построить две равные окружности с центрами в построенных на прямой точках и радиусом больше половины отрезка, образованного этими точками.
4. Найти и обозначить точку пересечения окружностей.
5. Провести прямую через данную точку прямой и точку пересечения окружностей, — искомая прямая.



# п. 3-4 Задачи на построение.

## Замечательные точки в треугольнике

### Урок 135 (ОНЗ)

#### ***Применение нового знания***

№ 386 Построй серединные перпендикуляры к сторонам  $a$ ,  $b$  и  $c$  треугольника  $ABC$ , если треугольник  $ABC$ :  
а) остроугольный; б) прямоугольный; в) тупоугольный.  
Что ты замечаешь? Сформулируй *гипотезу*.

#### ***Эталоны***

***Серединные перпендикуляры к сторонам треугольника пересекаются в центре описанной окружности.***



## п. 3-4 Задачи на построение.

# Замечательные точки в треугольнике

## Урок 136 (ОНЗ)

### **Новое знание**

Алгоритм построения прямой, перпендикулярной данной и проходящей через точку не принадлежащую прямой.

### **Эталоны**

#### **Алгоритм построения перпендикуляра, проходящего через точку, не лежащую на прямой**

1. Построить окружность с центром в данной точке и радиусом больше расстояния от данной точки до прямой.
2. Найти и обозначить точки пересечения окружности с прямой.
3. Построить две равные окружности с центрами в построенных на прямой точках и радиусом больше половины отрезка, образованного этими точками.
4. Найти и обозначить точку пересечения окружностей.
5. Провести прямую через данную точку, не лежащую на прямой, и точку пересечения окружностей, — искомая прямая.



# п. 3-4 Задачи на построение.

## Замечательные точки в треугольнике

### Урок 136 (ОНЗ)

### ***Применение нового знания***

№ 388 Построй высоты треугольника  $ABC$ , проведенные к сторонам  $a$ ,  $b$  и  $c$ , если треугольник  $ABC$ :

а) остроугольный; б) прямоугольный; в) тупоугольный.

Что ты замечаешь? Сформулируй *гипотезу*.

### ***Эталоны***

***Высоты треугольника (или их продолжения) пересекаются в ортоцентре.***



# п. 3-4 Задачи на построение.

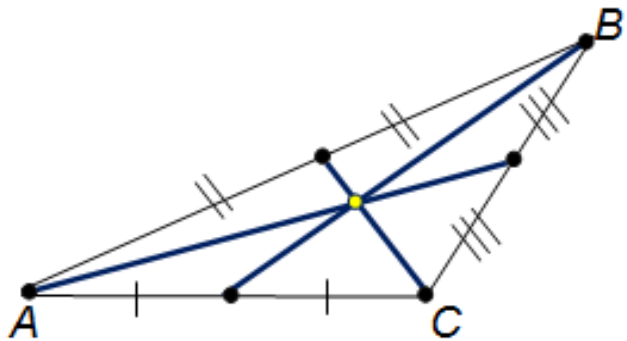
## Замечательные точки в треугольнике

### Урок 137 (ОНЗ)

#### Новое знание

Понятие центра тяжести, свойства центра тяжести, алгоритмы построения центра тяжести треугольника.

#### Актуализация знаний



Что общего в расположении всех отрезков в треугольнике  $ABC$ ? Запиши определение медианы треугольника, заполнив пропуски.

Медиана треугольника – это \_\_\_\_\_,  
который соединяет вершину треугольника с  
\_\_\_\_\_ противоположной стороны.



# п. 3-4 Задачи на построение.

## Замечательные точки в треугольнике

### Урок 137 (ОНЗ)

### **Пробное задание**

№ 387 Построй медианы сторон  $a$ ,  $b$  и  $c$  треугольника  $ABC$ , если треугольник  $ABC$ :

а) остроугольный; б) прямоугольный; в) тупоугольный.

Что ты замечаешь? Сформулируй *гипотезу*.

### **Эталоны**

***Медианы треугольника пересекаются в одной точке и делятся этой точкой в отношении 2 : 1, считая от вершины.***



# п. 3-4 Задачи на построение.

## Замечательные точки в треугольнике

### Урок 137 (ОНЗ)

## Применение нового знания

**419** Практическая работа.

Точка пересечения медиан является одновременно *центром тяжести* треугольника. Чтобы познакомиться с этим свойством, начерти на плотном листе картона произвольный треугольник  $ABC$  и найди точку  $O$  пересечения его медиан. Затем вырежь треугольник  $ABC$ , расположи его горизонтально и помести на вертикальный стержень (например, на острие карандаша или ручки) сначала в точке  $O$ , а потом в других точках. Что ты наблюдаешь?



## п. 4 Замечательные точки в треугольнике

Урок 138

**№ 416** Построй окружность, описанную около треугольника  $ABC$ , если треугольник  $ABC$ :

а) остроугольный; б) прямоугольный; в) тупоугольный.

**№ 417** Построй окружность, вписанную в треугольник  $ABC$ , если треугольник  $ABC$ :

а) остроугольный; б) прямоугольный; в) тупоугольный.

**№ 418** Построй ортоцентр треугольника  $ABC$ , если треугольник  $ABC$ :

а) остроугольный; б) прямоугольный; в) тупоугольный.



## Задачи повышенного уровня сложности

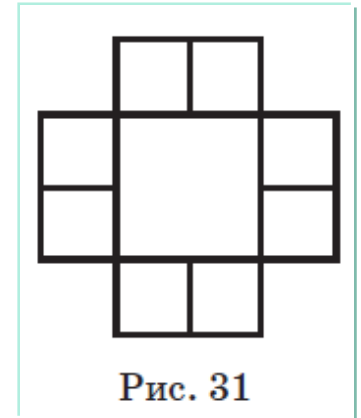
**№ 412\*** Найди площадь фигуры, составленной из 9 квадратов (рис. 31), если её периметр равен 32 см.

*Ответ:* 48 см<sup>2</sup>

**№ 413\***

Найди последнюю цифру числа  
111•222•333•444•555•666.

*Ответ:* произведение делится на 10, значит.  
Последняя цифра 0





## Задачи повышенного уровня сложности

**№ 414\*** В магазине после снижения цен на яблоки их продали за день на 50 % больше, чем продавали в день до снижения цен. Выручка за день возросла при этом на 12,5 %. На сколько процентов была снижена цена?

*Ответ:* цена была снижена на 25%

**№ 415\*** Прямоугольный кусок волшебной кожи («шагреневая кожа») исполняет любые желания своего владельца, но после каждого исполнения желания он уменьшается на половину своей длины и на одну треть ширины. После исполнения 5 желаний он имел площадь  $12 \text{ см}^2$ , а после двух желаний его ширина была 9 см. Какой была его длина после исполнения первого желания?

Составим уравнение, обозначив первоначальную длину за  $x$  см. После исполнения пяти желаний длина будет равна  $\frac{x}{32}$  см. Для исполнения пяти желаний ширина в 9 см изменится по указанному правилу еще три раза, т. е. будет равна  $\frac{8}{3}$  см.

Затем, подставляя найденное значение ширины в формулу площади, получим

$$\frac{x}{32} \cdot \frac{8}{3} = 12. \text{ Отсюда } x = 144.$$

*Ответ:* длина была 144 см.



# БЛАГОДАРИМ ЗА СОТРУДНИЧЕСТВО!



[www.sch2000.ru](http://www.sch2000.ru)

Телефон  
+7 (495) 797-89-77

E-mail:  
[info@sch2000.ru](mailto:info@sch2000.ru)



**КОМАНДА ИНСТИТУТА  
СИСТЕМНО-ДЕЯТЕЛЬНОСТНОЙ ПЕДАГОГИКИ**



НАШ АДРЕС: МОСКВА, УЛ. 5-ГО ЯМСКОГО ПОЛЯ, Д.9