



НОУ ДПО «Институт системно-деятельностной педагогики»
Издательство «БИНОМ. Лаборатория знаний»



ФЕДЕРАЛЬНАЯ ИННОВАЦИОННАЯ ПЛОЩАДКА МИНИСТЕРСТВА ПРОСВЕЩЕНИЯ РФ
МЕЖДУНАРОДНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ПРОЕКТ ИНСТИТУТА СДП



ЦИКЛ КОНСУЛЬТАЦИЙ ПО ПРОГРАММЕ МАТЕМАТИКИ «УЧУСЬ УЧИТЬСЯ» Л.Г. ПЕТЕРСОН



ОНЛАЙН-КОНСУЛЬТАЦИЯ № 12 «6 КЛАСС. УРОКИ 122–127»

Ведущий:

Грушевская Лилия Аркадьевна,
методист Института
системно-деятельностной педагогики



январь, 2020 года

Примерное поурочное планирование

122	Понятие логического следования	ОНЗ	1
123	Отрицание следования	ОНЗ	1
124	Обратные утверждения	ОНЗ	1
125	Следование и равносильность	ОНЗ	1
126	Следование и равносильность	Р	1
127	Следование и свойства предметов	ОНЗ	1



ЧАСТЬ 3 • ГЛАВА 3

РАЦИОНАЛЬНЫЕ ЧИСЛА

§ 5. Логическое следование

- п. 1 Понятие логического следования.
- п. 2 Отрицание следования.
- п. 3 Обратное утверждение.
- п. 4 Следование и равносильность.
- п. 5 Следование и свойства предметов.

ЦЕЛИ

ОСНОВНЫЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ЦЕЛИ:

- Познакомить с понятиями логического следования и его отрицания, обратного утверждения, характеристического свойства (признака).

МЕТАПРЕДМЕТНЫЕ ЦЕЛИ:

- Формировать УУД

ПОДГОТОВИТЕЛЬНЫЙ ПЕРИОД

5 класс

Равносильные предложения

Два предложения, означающие одно и то же, называют **равносильными**, например:

$$a > b$$

равносильно

$$b < a$$

Для обозначения равносильных предложений используют **знак равносильности**: \Leftrightarrow

$$a > b$$

\Leftrightarrow

$$b < a$$

Знак \Leftrightarrow читают:

*...равносильно...
...тогда и только тогда...
...в том и только том случае...
...если и только если...*

ПОДГОТОВИТЕЛЬНЫЙ ПЕРИОД

5 класс

Определения

Определение – это предложение, в котором разъясняется значение новых слов.

Признак определения

В определении смысл «*нового*» объясняется через «*старое*».

Квантор существования

Квантор существования – **Э**. Читают: *существует*.

ПОДГОТОВИТЕЛЬНЫЙ ПЕРИОД

6 класс

Отрицанием называется логическая операция, в результате которой из высказывания A получается высказывание «не A ».

Обозначение и чтение отрицания высказывания

$\neg A \Leftrightarrow$ не A
неверно, что A
 A не имеет места

Закон исключенного третьего

Одно из высказываний « A » и «не A » является истинным, а второе – ложным.

A истинно $\Leftrightarrow \neg A$ ложно

A ложно $\Leftrightarrow \neg A$ истинно

ПОДГОТОВИТЕЛЬНЫЙ ПЕРИОД

6 класс

Отрицание общего высказывания есть высказывание о существовании.

Высказывание	Вид высказывания
A	общее
не A	о существовании

Отрицание высказывания о существовании есть общее высказывание

Высказывание	Вид высказывания
A	о существовании
не A	общее

ПОДГОТОВИТЕЛЬНЫЙ ПЕРИОД

6 класс

\forall (квантор общности) – это символ, который используют для сокращенной записи общих высказываний.

Читают: «для любого», «для каждого», «для всякого».

\exists (квантор существования) – это символ, который используют для сокращенной записи высказываний о существовании.

Читают: «существует такой, что ...».

Алгоритм записи высказываний с помощью кванторов

1. Ввести обозначение для переменной и записать ее после знака квантора.
2. Ввести обозначение для множества, в котором эта переменная принимает значения, указать ее принадлежность данному множеству и поставить двоеточие.
3. Записать высказывание на математическом языке.

Отрицание общего высказывания есть высказывание о существовании:

$$\neg [\forall x P(x)] \Leftrightarrow \exists [\neg P(x)]$$

Отрицание высказывания о существовании есть общее высказывание:

$$\neg [\exists x P(x)] \Leftrightarrow \forall [\neg P(x)]$$

§ 5 ЛОГИЧЕСКОЕ СЛЕДОВАНИЕ

Новые понятия

- Логическое следование.
- Обратное утверждение.
- Признак понятия (характеристическое свойство).

Новые способы действий

- Запись и чтение логического следования.
- Запись и чтение отрицания следования.
- Построение утверждения обратного данному.
- Способы чтения знака равносильности.

Новое знание

Понятие логического следования.

Актуализация знаний

При каких значениях переменной верно математическое предложение:

а) $|x| \leq 4$; $x = \{ \underline{\hspace{2cm}} \}$; в) $x^3 = -27$, $x = \underline{\hspace{2cm}}$

б) $\frac{3}{5} < \frac{x}{5} \leq \frac{4}{5}$, $x = \{ \underline{\hspace{2cm}} \}$; г) $x^2 = x^3$, $x = \{ \underline{\hspace{2cm}} \}$.

1) Упрости выражение и найди его значение:

а) $3,62 + b - 5,16 + 4b$, если $b = 0,2$

б) $2\frac{1}{4} + 3a - 6\frac{1}{3} - 4(2,5b - 1,5a)$, если $a = \frac{1}{12}$, $b = \frac{1}{60}$

2) Проверь, верно ли высказывание:

а) если $x < y$, то $x - y < 0$, _____, в) если $x = \frac{1}{y}$, то $xy = 1$, _____

б) если $x > 1$, то $x^3 < 1$, _____, г) если $x = -6$, то $|x| = -6$, _____

Пробное задание

Попробуй записать на математическом языке верные предложения из предыдущего задания

Если $x < y$, то $x - y < 0$ если $x = \frac{1}{y}$, то $xy = 1$

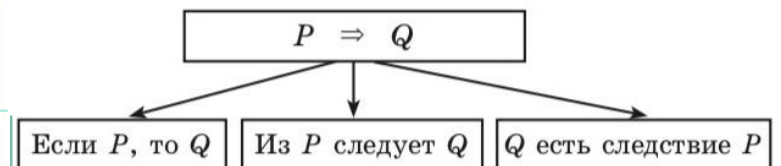
Эталон

Логическим следованием называют предложение вида «Из P следует Q ».

P – это условие Q , а Q – заключение, или следствие P .

Логическое следование является высказыванием общего вида.

Запись и чтение логического следования





п. 1 Понятие логического следования

Урок 122 (ОНЗ)

Применение нового знания

231

Сформулируй предложения, используя глагол «следует»:

- а) *если* животное млекопитающее, *то* оно кормит детей молоком;
- б) *если* вода превратилась в лед, *то* её температура меньше или равна нулю.

а) животное млекопитающее \Rightarrow оно кормит детей молоком

б) вода превратилась в лед \Rightarrow её температура меньше или равна нулю

п. 1 Понятие логического следования

Урок 122 (ОНЗ)

№ 231 Прочитай предложения и назови условие и заключение. Что ты замечаешь?

а) *Если* натуральное число оканчивается на 0, *то* оно кратно 5.

б) *Если* число кратно 5, *то* оно оканчивается на 0.

в) *Если* сумма цифр натурального числа делится на 3, *то* и само число делится на 3.

г) *Если* число делится на 3, *то* и сумма его цифр делится на 3.

д) *Если* каждое слагаемое делится на некоторое число, *то* их сумма тоже делится на это число.

е) *Если* сумма чисел делится на некоторое число, *то* и каждое слагаемое делится на это число.

Условие	Заключение
а) число оканчивается на 0	оно кратно 5
б) число кратно 5	оно оканчивается на 0
в) сумма цифр числа делится на 3	само число делится на 3
г) число делится на 3	сумма его цифр делится на 3
д) каждое слагаемое делится на некоторое число	их сумма тоже делится на это число
е) сумма чисел делится на некоторое число	каждое слагаемое делится на это число

п. 1 Понятие логического следования

Урок 122 (ОНЗ)

233

Прочитай высказывания и определи, истинны они или ложны. В каких высказываниях условие и заключение поменялись местами?

а) n кратно 8 $\Rightarrow n$ кратно 4;

в) $a > b \Rightarrow b < a$;

б) n кратно 4 $\Rightarrow n$ кратно 8;

г) $a \leq b \Rightarrow b \geq a$.

а) истинно, так как 8 кратно 4;

б) ложно, например, $n = 28$;

в) истинно;

г) истинно.



п. 1 Понятие логического следования

Урок 122 (ОНЗ)

234 Сформулируй высказывания с использованием союза «если..., то...» и запиши их на математическом языке.

- а) Число, противоположное отрицательному, положительно.
- б) Произведение правильных дробей является правильной дробью.
- в) Параллельные прямые не пересекаются.
- г) Вертикальные углы равны.

а) Если число отрицательное, то число, ему противоположное, положительное.
 $a < 0 \Rightarrow -a > 0$.

б) Если дроби правильные, то их произведение — правильная дробь.

$$\frac{a}{b} < 1, \frac{c}{d} < 1 \Rightarrow \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} < 1$$

в) Если прямые параллельны, то они не пересекаются.

a, b — параллельны $\Rightarrow a, b$ — не пересекаются.

г) Если углы вертикальные, то они равны.

$\angle A; \angle B$ вертикальные $\Rightarrow \angle A = \angle B$.



Задачи повышенного уровня сложности

№ 245* Запиши в десятичной системе счисления числа:

1010101_2 , 1212_3 , 3210_4 , 4040_5 , 20406_7 , 1234_{12} , 500_{56} .

$$1010101_2 = 1 \cdot 2^6 + 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^0 = 64 + 16 + 4 + 1 = 85$$

$$1212_3 = 1 \cdot 3^3 + 2 \cdot 3^2 + 1 \cdot 3^1 + 2 \cdot 3^0 = 27 + 18 + 3 + 2 = 50$$

$$3210_4 = 3 \cdot 4^3 + 2 \cdot 4^2 + 1 \cdot 4^1 + 0 \cdot 4^0 = 192 + 32 + 4 + 0 = 228$$

$$4040_5 = 4 \cdot 5^3 + 4 \cdot 5^1 = 500 + 20 = 520$$

$$20406_7 = 2 \cdot 7^4 + 4 \cdot 7^2 + 6 \cdot 7^0 = 4802 + 196 + 6 = 5004$$

$$1234_{12} = 1 \cdot 12^3 + 2 \cdot 12^2 + 3 \cdot 12^1 + 4 \cdot 12^0 = 1728 + 288 + 36 + 4 = 2056$$

$$500_{56} = 5 \cdot 56^2 = 15\,680$$



п. 2 Отрицание следования

Урок 123 (ОНЗ)

Новое знание

Способ записи отрицания следования.

Актуализация знаний

1) Определи, какие высказывания являются высказываниями о существовании (\exists), а какие общими (\forall) и проверь их истинность:

а) A : все лягушки зеленые

б) A : $\exists a, a \in \mathbb{Z}: a^2 + 3a = 0$

в) A : $\forall b, b \in \mathbb{N}: b^3 \geq 0$

2) Построй на математическом языке отрицания данных высказываний



п. 2 Отрицание следования

Урок 123 (ОНЗ)

Актуализация знаний

Определи истинность следований:

а) *Если* на улице идет дождь, *то* наступила осень

б) $x < 0 \Rightarrow x^3 > 0$ в) $x^2 = y^2 \Rightarrow x = y$

Пробное задание

Записать на математическом языке утверждение:
«Не верно, что сумма правильных дробей является правильной дробью».



п. 2 Отрицание следования

Урок 123 (ОНЗ)

Эталон

Отрицанием следования называют предложение вида «Из P не следует Q ».

$$\neg(P \Rightarrow Q) \text{ или } \overline{P \Rightarrow Q}$$

Неверно, что из P следует Q

Из P не следует Q

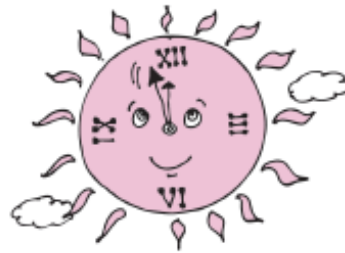
Отрицание логического следования есть высказывание **о существовании**.

Чтобы опровергнуть следование, достаточно привести пример, для которого условие P истинно, а заключение Q ложно (контрпример).

Применение нового знания

246 Переформулируй предложения, используя глагол «следует». Построй отрицания:

- а) Если светит солнце, то вода в реке тёплая.
- б) Человек, знающий нотную грамоту, умеет играть на скрипке.
- в) Стрелки часов совмещаются в полдень.
- г) Любая неправильная дробь больше единицы.
- д) Все углы четырёхугольника прямые.
- е) Если площади фигур равны, то равны и сами фигуры.



- а) Из того, что светит солнце, следует, что вода в реке теплая.
Из того, что светит солнце, не следует, что вода в реке теплая.
- б) Из того, что человек знает нотную грамоту, следует, что он умеет играть на скрипке.
Из того, что человек знает нотную грамоту, не следует, что он умеет играть на скрипке.
- в) Из того, что стрелки часов совместились, следует, что наступил полдень.
Из того, что стрелки часов совместились, не следует, что наступил полдень.
- г) Из того, что дробь неправильная, следует, что она больше единицы.
Из того, что дробь неправильная, не следует, что она больше единицы.
- д) Из того, что фигура четырёхугольник, следует, что у нее все углы прямые.
Из того, что фигура четырёхугольник, не следует, что у нее все углы прямые.
- е) Из того, что площади фигур равны, следует, что сами фигуры равны.
Из того, что площади фигур равны, не следует, что сами фигуры равны.

п. 2 Отрицание следования

Урок 123 (ОНЗ)

247 Переведи высказывания с математического языка на русский. Найди ложные высказывания и построь их отрицания. Обоснуй свой ответ.

а) $x^2 = y^2 \Rightarrow x = y$;

д) $n > 5 \Rightarrow n \geq 6 \ (n \in N)$;

б) $m^2 = n^2 \Rightarrow m = n \ (m, n \in N)$;

е) $x > 5 \Rightarrow x \geq 6$;

в) $x^2 = y^2 \Rightarrow |x| = |y|$;

ж) $m \in N, n \in N \Rightarrow m - n \in N$;

г) $|x| = |y| \Rightarrow x = y$;

з) $x^2 \in Q \Rightarrow x \in Q$.

а) Из того, что квадраты чисел равны, следует, что сами числа равны; ложное утверждение.

$$x^2 = y^2 \Rightarrow x = y$$

б) Из того, что квадраты натуральных чисел равны, следует, что сами числа равны; истинное утверждение.

в) Из того, что квадраты чисел равны, следует, что равны их модули; истинное утверждение.

г) Из того, что модули чисел равны, следует, что сами числа равны; ложное утверждение.

$$\neg (|x| = |y| \Rightarrow x = y)$$

д) Из того, что натуральное число больше 5, следует, что оно не меньше 6; истинное утверждение.

е) Из того, что число больше 5, следует, что оно не меньше 6; ложное утверждение,

$$\neg (x > 5 \Rightarrow x \geq 6)$$

ж) Из того, что числа натуральные, следует, что их разность натуральное число, ложное утверждение.

$$\neg (m \in N, n \in N \Rightarrow m - n \in N)$$

з) Из того, что квадрат числа рациональное число, следует, что само число рациональное; истинное утверждение.

п. 2 Отрицание следования

Урок 123 (ОНЗ)

248 а) Назови *тему* и *рему* высказываний. Что общего в высказываниях и чем они отличаются?

1. Квадрат является прямоугольником.
2. Прямоугольник является квадратом.

б) Сформулируй данные высказывания с помощью глагола «следует». Что ты замечаешь?

в) Найди ложное высказывание и построй его отрицание.



а) Тема

1. квадрат
2. прямоугольник

Объекты одинаковые, заключение и условие поменялись местами.

- б) 1. Из того, что четырехугольник квадрат, следует, что он прямоугольник.
2. Из того, что четырехугольник прямоугольник, следует, что он квадрат.

в) Из того, что четырехугольник прямоугольник, не следует, что он квадрат.

Рема

- прямоугольник
квадрат

п. 2 Отрицание следования

Урок 123 (ОНЗ)

249 Запиши высказывания на математическом языке с помощью знака \Rightarrow . Найди ложные высказывания, построй отрицания и обоснуй их истинность.

а) Если первое число меньше второго, а второе – меньше третьего, то первое число меньше третьего.

б) Если первое число на 5 меньше второго, а второе – на 5 меньше третьего, то первое число на 5 меньше третьего.

в) Если первое число кратно второму, а второе – кратно третьему, то первое число кратно третьему.

г) Если первое число в 2 раза больше второго, а второе – в 2 раза больше третьего, то первое число в 2 раза больше третьего.

Что ты замечаешь?

а) $a < b, b < c \Rightarrow a < c$ (И);

б) $b - a = 5, c - b = 5 \Rightarrow c - a = 5$ (Л), $\neg (b - a = 5, c - b = 5 \Rightarrow c - a = 5);$

в) $a = bk, b = mc \Rightarrow a = nc$ (И);

г) $a = 2b, b = 2c \Rightarrow a = 2c$ (Л), $\neg (a = 2b, b = 2c \Rightarrow a = 2c).$



Задачи повышенного уровня сложности

№ 257* Запиши числа 9, 25, 32, 75, 100 в системе счисления с основанием $d = 2$.

$$9_{10} = 1001_2$$

$$25_{10} = 11001_2$$

$$32_{10} = 100000_2$$

$$\begin{array}{r} 9 \\ \underline{8} \\ 1 \end{array} \begin{array}{l} 2 \\ 4 \\ \underline{4} \\ 0 \end{array} \begin{array}{l} 2 \\ 2 \\ 2 \\ \underline{2} \\ 0 \end{array} \begin{array}{l} 2 \\ 2 \\ 2 \\ 1 \\ 0 \end{array}$$

$$75_{10} = 100101_2$$

$$100_{10} = 1100100_2$$



п. 3 Обратное утверждение

Урок 124 (ОНЗ)

Новое знание

Понятие обратного утверждения

Актуализация знаний

1) Переведи высказывания с математического языка на русский (синим цветом подчеркни условие, красным – следствие):

а) $m < 12 \Rightarrow n \geq 3$

б) $a \perp b \Rightarrow b \perp a$

2) Переведи высказывания с русского языка на математический и в полученных предложениях синим цветом подчеркни условие, красным – следствие:

а) если n больше или равно 3, то m меньше 12.

б) если прямая b перпендикулярна прямой a , то прямая a перпендикулярна прямой b .



п. 3 Обратное утверждение

Урок 124 (ОНЗ)

Пробное задание

Попробуй построить утверждение, обратное данному:
«Если в треугольнике две стороны равны, то он равнобедренный»

Эталон

Предложение «Если Q , то P » ($Q \Rightarrow P$) называется **обратным** к предложению «Если P , то Q » ($P \Rightarrow Q$).

Утверждения $P \Rightarrow Q$ и $Q \Rightarrow P$ называются **взаимно обратными**.



п. 3 Обратное утверждение

Урок 124 (ОНЗ)

Эталон

Правило построения утверждения, обратного данному

- 1) Чтобы построить утверждение, обратное данному, можно в данном утверждении поменять местами **условие** и **заключение**.
- 2) Чтобы построить утверждение, обратное данному, можно в данном утверждении поменять местами **тему** и **рему**.



п. 3 Обратное утверждение

Урок 124 (ОНЗ)

Применение нового знания

258 Найди в предложении условие и заключение и построй утверждение, обратное данному.

- а) Если сумма цифр числа делится на 9, то число делится на 9.
- б) Если число кратно 3 и 5, то оно кратно 15.
- в) Если дробь сократима, то её числитель и знаменатель имеют общий делитель, отличный от 1.
- г) Если дробь правильная, то числитель дроби меньше её знаменателя.

а) Если сумма цифр числа делится на 9, то число делится на 9.
Если число делится на 9, то сумма цифр числа делится на 9.

б) Если число кратно 3 и 5, то оно кратно 15.
Если число кратно 15, то оно кратно 3 и 5.

в) Если дробь сократима, то ее числитель и знаменатель имеют общий делитель, отличный от 0.

Если числитель и знаменатель дроби имеют общий делитель, отличный от 0, то дробь сократима.

г) Если дробь правильная, то числитель дроби меньше ее знаменателя.
Если числитель дроби меньше ее знаменателя, то дробь правильная.

п. 3 Обратное утверждение

Урок 124 (ОНЗ)

259 Переведи высказывания с математического языка на русский. Запиши на математическом языке и прочитай обратные высказывания:

а) $n \leq 5 \Rightarrow n < 6, n \in N$;

б) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow ad = bc \ (a, b, c, d \neq 0)$;

в) $\text{НОД}(a, b) = 1 \Rightarrow \text{НОК}(a, b) = ab$;

г) $a \parallel b \Rightarrow b \parallel a$;

д) $xy = 0 \Rightarrow x = 0 \text{ или } y = 0$;

е) $x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n = 0 \Rightarrow x_1 = 0, \text{ или } x_2 = 0, \text{ или } \dots, \text{ или } x_n = 0$.



а) Если натуральное число не больше 5, то оно меньше 6.

$$n < 6 \Rightarrow n \leq 5, n \in N$$

Если натуральное число меньше 6, то оно не больше 5.

б) Если дробь $\frac{a}{b}$ равна дроби $\frac{c}{d}$, то произведение a на d равно произведению c на b .

$$ad = bc \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{c}{d} \ (a, b, c, d \neq 0)$$

Если произведение a на d равно произведению c на b , то дробь $\frac{a}{b}$ равна дроби $\frac{c}{d}$.

в) Если наибольший общий делитель чисел равен 1, то наименьшее общее кратное этих чисел равно их произведению.

$$\text{НОК}(a; b) = a \cdot b \Rightarrow \text{НОД}(a; b) = 1$$

Если наименьшее общее кратное чисел равно их произведению, то наибольший общий делитель этих чисел равен 1.

г) Если прямая a параллельна прямой b , то прямая b параллельна прямой a .

$$b \parallel a \Rightarrow a \parallel b$$

Если прямая b параллельна прямой a , то прямая a параллельна прямой b .

д) Если произведение двух чисел равно 0, то одно из чисел равно 0.

$$x = 0 \text{ или } y = 0 \Rightarrow xy = 0$$

Если одно из чисел равно 0, то произведение этих чисел равно 0.

е) Если произведение чисел равно 0, то один из множителей равен 0.

$$x_1 = 0 \text{ или } x_2 = 0 \text{ или } \dots, \text{ или } x_n = 0 \Rightarrow x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n = 0$$

Если один из множителей в произведении равен 0, то произведение этих чисел равно 0.

п. 3 Обратное утверждение

Урок 124 (ОНЗ)

260 Запиши высказывания на математическом языке. Докажи, что обратные к ним высказывания ложны, и построй их отрицания.

- Если число меньше или равно 5, то оно меньше 6.
- Если число кратно 40, то оно кратно 4 и 10.
- Если числа равны, то равны и квадраты этих чисел.
- Если числа равны, то равны и модули этих чисел.
- Две параллельные прямые лежат в одной плоскости.
- Две перпендикулярные прямые имеют общую точку.

а) $a \leq 5 \Rightarrow a < 6$

$a < 6 \Rightarrow a \leq 5$; (Л) $a = 5,5$;
 $\neg (a < 6 \Rightarrow a \leq 5)$.

б) n кратно 40 $\Rightarrow n$ кратно 4 и 10

n кратно 4 и 10 $\Rightarrow n$ кратно 40 (Л) $n = 100$;
 n кратно 4 и 10 $\Rightarrow n$ кратно 40.

в) $a = b \Rightarrow a^2 = b^2$

$a^2 = b^2 \Rightarrow a = b$ (Л) $a = 2, b = -2$;
 $a^2 = b^2 \Rightarrow a = b$.

г) $a = b \Rightarrow |a| = |b|$

$|a| = |b| \Rightarrow a = b$;
 $\neg (|a| = |b| \Rightarrow a = b)$.

д) $a \parallel b \Rightarrow a, b \subset \alpha$

$a, b \subset \alpha \Rightarrow a \parallel b$ (Л)
прямые, принадлежащие одной плоскости
могут пересекаться;
 $\neg (a, b \subset \alpha \Rightarrow a \parallel b)$.

е) $a \perp b \Rightarrow a$ и b имеют общую точку

a и b имеют общую точку $\Rightarrow a \perp b$ (Л)
прямые, имеющие общую точку
не всегда перпендикулярны;
 $\neg (a$ и b имеют общую точку $\Rightarrow a \perp b)$.

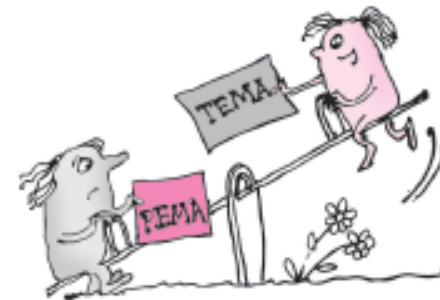
п. 3 Обратное утверждение

Урок 124 (ОНЗ)

261

Для данных общих высказываний построй обратные высказывания. Найди ложные высказывания, построй их отрицания и обоснуй истинность построенных отрицаний.

- Любое натуральное число больше или равно 1.
- Все числа, кратные 10, оканчиваются на 0.
- Треугольник является многоугольником.
- Квадрат является прямоугольником.
- Сумма противоположных чисел равна 0.
- Произведение взаимно обратных чисел равно 1.



а) Если число больше или равно 1, то оно натуральное. (Л)

Из того, что число больше или равно 1, не следует, что оно натуральное. (1,2)

б) Если число оканчивается на 0, оно делится на 10. (И)

в) Многоугольник является треугольником. (Л)

Не верно, что многоугольник является треугольником. (Квадрат)

г) Прямоугольник является квадратом. (Л)

Не всякий прямоугольник является квадратом.

д) Если сумма равна 0, то числа противоположные. (И)

е) Если произведение чисел равно 1, то они взаимно обратные. (И)



п. 3 Обратное утверждение

Урок 124 (ОНЗ)

263 Найди взаимно обратные высказывания. С помощью каких союзов можно объединить их в одно предложение?

а) $a^2 = b^2 \Rightarrow |a| = |b|$;

в) $|a| = |b| \Rightarrow a^2 = b^2$;

б) $a^3 = b^3 \Rightarrow a = b$;

г) $a = b \Rightarrow a^3 = b^3$.

Взаимно обратные высказывания а) и в); б) и г).

Их можно объединить словами «тогда и только тогда»



Задачи повышенного уровня сложности

№ 281* Запиши числа 9, 25, 32, 75, 100 в системе счисления с основанием: а) $d = 3$; б) $d = 5$; в) $d = 9$; г) $d = 12$.

$$9_{10} = 100_3 = 14_5 = 10_9 = 9_{12}$$

$$25_{10} = 221_3 = 100_5 = 27_9 = 21_{12}$$

$$32_{10} = 1012_3 = 112_5 = 35_9 = 28_{12}$$

$$75_{10} = 2210_3 = 300_5 = 83_9 = 63_{12}$$

$$100_{10} = 10201_3 = 400_5 = 121_9 = 84_{12}$$



Задачи повышенного уровня сложности

№ 282* В классе учатся 24 мальчика и 32 девочки, а всего 100 человек. В какой системе счисления записаны все эти сведения, если система счисления одна и та же?

$24 + 32 = 100$, т.к. $2 + 4$ дает единицу нового разряда, результат дан в шестиричной системе счисления.



п. 4 Следование и равносильность

Урок 125 (ОНЗ)

Новое знание

Понятие равносильности

Актуализация знаний

1) Сформулируй устно данное высказывание с помощью слов «Если ..., то ...» и определи их истинность (И) или ложность (Л):

а) Любое натуральное число положительно.

б) Куб отрицательного числа меньше нуля.

в) Произведение двух отрицательных чисел положительно.

2) Построй обратные высказывания на математическом языке и определи их истинность (И) или ложность (Л).



п. 4 Следование и равносильность

Урок 125 (ОНЗ)

Актуализация знаний

Найди взаимно обратные высказывания. Подчеркните взаимно обратные высказывания, которые верны:

а) $xу < 0 \Rightarrow у : x < 0$;

в) $x^2 > 1 \Rightarrow x > 1$;

б) $у : x < 0 \Rightarrow xу < 0$;

г) $x > 1 \Rightarrow x^2 > 1$

Пробное задание

Определи, между какими логическими следованиями можно поставить знак равносильности (запиши номер, соответствующий такой паре логических следований):

№ 1. а) Если в треугольнике два угла равны, то такой треугольник равнобедренный.

б) Если треугольник равнобедренный, то в нем два угла равны.

№ 2. а) Если треугольник равносторонний, то в нем есть два равных угла.

б) Если в треугольнике есть два равных угла, то такой треугольник равносторонний.



п. 4 Следование и равносильность

Урок 125 (ОНЗ)

Эталон

Предложения P и Q **равносильны** *тогда и только тогда*, когда истинны следования $P \Rightarrow Q$ и $Q \Rightarrow P$.

$$(P \Leftrightarrow Q) \Leftrightarrow (P \Rightarrow Q \text{ и } Q \Rightarrow P)$$

Знак \Leftrightarrow можно прочитать:

равносильно

в том, и только в том случае

это значит

тогда и только тогда

если, и только если

необходимо и достаточно

Применение нового знания

283 Прочитай высказывания разными способами:

- а) $|x| < a \Leftrightarrow -a < x < a, (a > 0)$;
- б) $|x| > a \Leftrightarrow x > a$ или $x < -a, (a > 0)$;
- в) Число a на 7 меньше, чем число $b \Leftrightarrow a = b - 7$;
- г) Число n кратно 9 \Leftrightarrow Сумма цифр числа n кратна 9.



284 Запиши высказывания на математическом языке и прочитай два следования, которые объединены в каждом предложении.

- а) Число x в 2 раза больше, чем число y , тогда и только тогда, когда $x = 2y$.
- б) Для того чтобы число a было кратно 3, необходимо и достаточно, чтобы сумма цифр числа a была кратна 3.
- в) Вычесть из числа a число b – это значит найти такое число c , которое при сложении с b дает a .
- г) Квадрат числа x равен 9 в том и только в том случае, когда $x = 3$ или $x = -3$.

п. 4 Следование и равносильность

Урок 125 (ОНЗ)

- 284** Запиши высказывания на математическом языке и прочитай два следования, которые объединены в каждом предложении.
- а) Число x в 2 раза больше, чем число y , тогда и только тогда, когда $x = 2y$.
 - б) Для того чтобы число a было кратно 3, необходимо и достаточно, чтобы сумма цифр числа a была кратна 3.
 - в) Вычесть из числа a число b – это значит найти такое число c , которое при сложении с b дает a .
 - г) Квадрат числа x равен 9 в том и только в том случае, когда $x = 3$ или $x = -3$.

- а) Число x в 2 раза больше, чем число $y \Leftrightarrow x = 2y$.
- б) Число $a : 3 \Leftrightarrow$ Сумма цифр числа $a : 3$.
- в) $a - b = c \Leftrightarrow a = b + c$.
- г) $x^2 = 9 \Leftrightarrow x = 3$ или $x = -3$.

п. 4 Следование и равносильность

Урок 125 (ОНЗ)

285 Докажи с помощью *контрпримера*, что следующие утверждения не являются равносильными:

а) $x^2 = 25$ и $x = 5$;

в) $|x| = 7$ и $x = 7$;

б) $x^2 = 16$ и $x = -4$;

г) $|x| < 9$ и $x < 2$.

а) $x = -5 \Rightarrow x^2 = 25$;

б) $x = 4 \Rightarrow x^2 = 16$;

в) $x = -7 \Rightarrow |x| = 7$;

г) $x = 3 \Rightarrow |x| < 9$.

286 Допиши предложения так, чтобы получились истинные высказывания ($a, b, c, d \neq 0$):

а) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow ad = \dots$;

в) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{b}{a} = \dots$;

б) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{a}{c} = \dots$;

г) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{a+b}{b} = \dots$

а) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow ad = bc$;

в) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{d}{c}$;

б) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a}{c} = \frac{b}{d}$;

г) $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$.

п. 4 Следование и равносильность

Урок 125 (ОНЗ)

288 Запиши решение уравнений, используя знак \Leftrightarrow :

а) $-0,5x + 3 = 0$;

в) $-x - 3x + 2x = 0,4$;

д) $-2x - 4 + x = -0,8$;

б) $-0,5x + 3 \cdot x = -5$;

г) $0,02x - x + 0,7x = -2,8$;

е) $0,6x - x + 2,5 = 1\frac{1}{2}$.

а) $-0,5x + 3 = 0 \Leftrightarrow -0,5x = -3 \Leftrightarrow x = 6$;

б) $-0,5x + 3 \cdot x = -5 \Leftrightarrow 2,5x = -5 \Leftrightarrow x = -2$;

в) $-x - 3x + 2x = 0,4 \Leftrightarrow -2x = 0,4 \Leftrightarrow x = -0,2$;

г) $0,02x - x + 0,7x = -2,8 \Leftrightarrow -0,28x = -2,8 \Leftrightarrow x = 10$;

д) $-2x - 4 + x = -0,8 \Leftrightarrow -x = -0,8 + 4 \Leftrightarrow -x = 3,2 \Leftrightarrow x = -3,2$;

е) $0,6x - x + 2,5 = 1\frac{1}{2} \Leftrightarrow -0,4x = 1,5 - 2,5 \Leftrightarrow -0,4x = -1 \Leftrightarrow x = 2,5$.



п. 4 Следование и равносильность

Урок 126 (Р)

Самостоятельная работа

1. Запиши высказывания на математическом языке.

Построй отрицание ложных высказываний и обоснуй их.

а) Если рациональное число меньше 1, то оно меньше или равно 0.

б) Если первое число в 3 раза больше второго, то второе в 3 раза меньше первого.

в) Если произведение двух чисел больше 0, то каждое из этих чисел является числом положительным.



п. 4 Следование и равносильность

Урок 126 (Р)

2. Запиши высказывания на математическом языке. Найди взаимно обратные высказывания и определи, являются ли они равносильными.

- а) Из равенства квадратов двух чисел следует равенство модулей этих чисел.
- б) Если произведение двух чисел делится на 11, то хотя бы одно из этих чисел делится на 11.
- в) Если модули двух чисел равны, то квадраты этих чисел равны.

3.* Запиши решение уравнения, используя знак равносильности:

$$-4,5x - 2(6,25x + 1,5) = 4(2,5x - 1,5)$$



Задачи повышенного уровня сложности

№ 298* Найди два числа, сумма, произведение и частное которых равны между собой.

$$x + y = xy = \frac{x}{y}$$

Ответ: $\frac{1}{2}; -1.$



п. 5 Следование и свойства предметов

Урок 127 (ОНЗ)

Новое знание

Способ определять свойства и записывать их на математическом языке.

Актуализация знаний

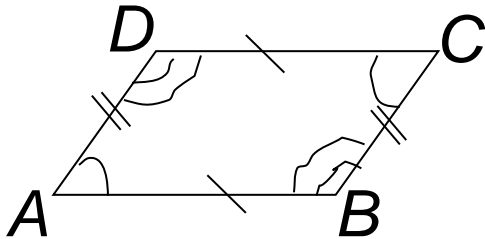
Построй утверждение, обратное данному. Определи, будут ли утверждения и обратные к ним равносильными (если нет, то докажи это контрпримером):

$$\text{а) } \frac{a}{b} \geq 1, \frac{c}{d} \geq 1 \Rightarrow \frac{a}{b} + \frac{c}{d} \geq 1 \quad \text{б) } a > 0 \Rightarrow a^2 > 0$$

в) Если противоположные стороны четырехугольника попарно параллельны, то такой четырехугольник параллелограмм

Пробное задание

Рассмотри рисунок и попробуй записать свойство параллелограмма с помощью знака следования (\Rightarrow):





п. 5 Следование и свойства предметов

Урок 127 (ОНЗ)

Эталоны

Предложения, выражающие *общие свойства предметов* можно представить в виде **ЛОГИЧЕСКОГО СЛЕДОВАНИЯ**.

Определения понятий можно записать с помощью **знака равносильности**.

Свойства, определяющие понятие, называют **характеристическими свойствами** или **признаками** данного понятия.

Применение нового знания

299 На какие классы разбивают данное множество объектов следующие свойства:

- а) « z не тонет в воде» ($z \in C$, где C – множество металлов);
- б) « k имеет парламент» ($k \in D$, где D – множество государств);
- в) « n кратно 9» ($n \in N$);
- г) « $|x| \in N$ » ($x \in Z$);
- д) « $y^2 + 1 = 0$ » ($y \in Q$);
- е) « $a \parallel b$ » ($a, b \in P$, где P – множество прямых и b – фиксированная прямая из этого множества)?



- а) Металлы, которые тонут в воде, и металлы, которые не тонут в воде.
- б) Государства, которые имеют парламент, и государства, которые не имеют парламент.
- в) Числа, которые кратны 9, и числа, которые не кратны 9.
- г) Модули чисел, которые являются натуральными числами, и модули, которые не являются натуральными числами.
- д) Рациональные числа, которые являются корнем данного уравнения, и рациональные числа, которые не являются корнем данного уравнения.
- е) Множество параллельных прямых и множество непараллельных прямых.

п. 5 Следование и свойства предметов

Урок 127 (ОНЗ)

300 Какие свойства описывают следующие предложения? Какие из этих свойств являются признаками?

а) n кратно 9 \Rightarrow сумма цифр числа n кратна 9 ($n \in N$);

б) $a : b = c \Rightarrow c \cdot b = a$ ($a, b, c \in Q, b \neq 0$);

в) $ABCD$ – прямоугольник $\Rightarrow \angle A$ – прямой;

г) $a \parallel b \Rightarrow a \cap b = \emptyset$ ($a, b \in P$, где P – множество прямых).



а) Свойство делимости чисел на 9 является признаком (признак делимости чисел на 9), т. к. обратное утверждение истинно.

б) Свойство делимости чисел — признак, т. к. обратное утверждение истинно.

в) Свойство углов прямоугольника не является признаком, т. к. обратное утверждение ложно.

г) Свойство параллельных прямых не является признаком (скрещивающиеся прямые), т. к. обратное утверждение ложно.



п. 5 Следование и свойства предметов

Урок 127 (ОНЗ)

№ 301 Запиши, используя знак *def*, определение:

- а) умножения рациональных чисел; б) правильной дроби;
в) прямоугольника; г) трапеции.

def

а) $l \Leftrightarrow a + a + a + \dots + a.$

def

б) Дробь правильная \Leftrightarrow Дробь меньше 1.

def

в) $ABCD$ — прямоугольник $\Leftrightarrow \angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90^\circ.$

def

г) $ABCD$ — трапеция $\Leftrightarrow BC \parallel AD.$



Задачи повышенного уровня сложности

№ 309* Участок квадратной формы расширили так, что получили новый квадрат, сторона которого на 5 м больше стороны первоначального, а площадь при этом увеличилась на 225 м². Чему равна площадь первоначального участка?

x^2 – первоначальная площадь

$(x + 5)^2$ – новая площадь

$$(x + 5)^2 - x^2 = 225$$

$$10x + 25 = 225$$

$$10x = 200$$

$$x = 20$$

$$20^2 = 400 \text{ (м}^2\text{)}$$

Ответ: 400 м²



БЛАГОДАРИМ ЗА СОТРУДНИЧЕСТВО!



www.sch2000.ru

Телефон
+7 (495) 797-89-77

E-mail:
info@sch2000.ru



**КОМАНДА ИНСТИТУТА
СИСТЕМО-ДЕЯТЕЛЬНОСТНОЙ ПЕДАГОГИКИ**



НАШ АДРЕС: МОСКВА, УЛ. 5-ГО ЯМСКОГО ПОЛЯ, Д.9