**1-2 класс**

***«Пчелиная история».*** *Королева пчел повелела раскрасить соты в улье изнутри так, чтобы соты с общей стенкой были разного цвета. Предложи, как можно раскрасить соты, при этом используя как можно меньше красок разного цвета. Можно ли обойтись меньшим числом красок?*

**Решение.** Пример раскраски в три цвета – на рисунке.

**Замечание.** Принципиально других вариантов раскраски в три цвета получиться не может, что следует из объяснения, написанного ниже.

**Объяснение.** Почему меньшим количеством цветов обойтись нельзя? Если рассмотреть внутренний шестиугольник (выделен красным цветом) и двух его «соседей» (отмечены синим цветом), то можно понять, что даже на их покраску уже нужно 3 цвета (так как у каждых двух из них есть общая стенка).

**3-4 класс**

***«Фигурное королевство».*** *В Фигурном королевстве считают так же, как и у нас, только цифры обозначают фигурками. В примере одинаковые фигурки обозначают одинаковые цифры, а разные – разные:*

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| ­­̶ |  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |

*Расшифруй запись так, чтобы равенство было верным. Попробуй найти как можно больше решений и объяснить, почему других вариантов быть не может.*

**Варианты ответа (6 вариантов): 1032 – 123 = 909, 1043 – 134 = 134, 1054 – 145 = 909, 1065 – 156 = 909, 1076 – 167 = 909, 1087 – 178 = 909.**

**Замечание.** С решением данной задачи школьники могут справиться по-разному. Приведем варианты возможных ответов (в зависимости от уровня полноты решения):

* Найден один вариант «расшифровки»
* Найдено несколько вариантов «расшифровки»
* Найдены все варианты «расшифровки»
* Найдены все варианты «расшифровки» и доказано, что других нет

**Решение.** Треугольник может обозначать только 1, иначе разность была четырехзначным числом. Тогда ромб обозначает 9, а квадрат – 0 (чтобы разность была трехзначной). Получается запись (см. рис. справа):

Из разряда десятков можно понять, что число, обозначенное кружком, на 1 больше числа, обозначенного звездочкой. Отсюда получаем 6 решений:

1) круг = 3, звёздочка = 2;

2) круг = 4, звёздочка = 3;

3) круг = 5, звёздочка = 4;

4) круг = 6, звёздочка = 5;

5) круг = 7, звёздочка = 6;

6) круг = 8, звёздочка = 7.

Варианты круг = 2, звёздочка = 1 и круг = 9, звёздочка = 8 не подходят, потому что тогда разные фигуры будут означать одинаковые цифры.

**5-6 класс**

 ***«Весь мир – театр».*** *Петя заменил в примере на сложение одинаковые цифры одинаковыми буквами, а разные – разными. Вот что у него получилось:*

*РЕБУС + РЕБУС = ТЕАТР*

*Расшифруй, какой у него мог быть пример. Найди как можно больше вариантов и постарайся объяснить, почему других нет.*

**Варианты ответа (2 варианта): 40192 + 40192 = 80384, 40392 + 40392 = 80784.**

**Замечание.** С решением данной задачи школьники могут справиться по-разному. Приведем варианты возможных ответов (в зависимости от уровня полноты решения):

* Найден один вариант примера
* Найдены оба варианта примера
* Найдены оба варианты примера и доказано, что других нет

**Решение.** Для удобства запишем ребус «в столбик»:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ­+ | Р | Е | Б | У | С |
| Р | Е | Б | У | С |
|  | Т | Е | А | Т | Р |

Сумма Р + Р меньше 10, иначе получилось бы шестизначное число. Тогда Р может означать 1, 2, 3 или 4. При этом Р – четное число, потому что С + С четное. Значит, Р = 2 или Р = 4. При этом Е = 0 или Е = 9. Разберем случаи:

* Е = 0, Р = 2. Тогда Т = 4 (Р + Р = 4), С = 1 (C + C = 2), У = 7 (У + У = 14). Б + Б не должно давать перехода через десяток, поэтому Б < 5. Но остался только вариант Б = 3, тогда А = 7, что невозможно (А ≠ У).

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 1 |  |  |
| ­+ | Р | Е | Б | У | С |  | + | 2 | 0 | Б | У | С |  | + | 2 | 0 | Б | 7 | 1 |
| Р | Е | Б | У | С |  | 2 | 0 | Б | У | С |  | 2 | 0 | Б | 7 | 1 |
|  | Т | Е | А | Т | Р |  |  | Т | 0 | А | Т | 2 |  |  | 4 | 0 | А | 4 | 2 |

* Е = 0, Р = 4. Тогда Т = 8 (Р + Р = 8), С = 2 (С + С = 4), У = 9 (9 + 9 = 18). Б + Б не должно давать перехода через десяток, поэтому Б < 5. Если Б = 1, то А = 3. Если Б = 3, то А = 7. Это дает 2 способа решения.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 1 |  |  |
| ­+ | Р | Е | Б | У | С |  | + | 4 | 0 | Б | У | С |  | + | 4 | 0 | Б | 9 | 2 |
| Р | Е | Б | У | С |  | 4 | 0 | Б | У | С |  | 4 | 0 | Б | 9 | 2 |
|  | Т | Е | А | Т | Р |  |  | Т | 0 | А | Т | 4 |  |  | 8 | 0 | А | 8 | 4 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  | 1 |  |  |  |  |  |  | 1 |  |  |
| + | 4 | 0 | 1 | 9 | 2 |  | + | 4 | 0 | 3 | 9 | 2 |
| 4 | 0 | 1 | 9 | 2 |  | 4 | 0 | 3 | 9 | 2 |
|  | 8 | 0 | 3 | 8 | 4 |  |  | 8 | 0 | 7 | 8 | 4 |

* Е = 9, Р = 2. Тогда Т = 5 (Р + Р + 1 = 5), С = 6 (С + С = 12), У = 7 (7 + 7 + 1 = 15). Б + Б должно давать переход через десяток, значит, Б > 4. Остался только вариант Б = 8, но тогда А = 7 и совпадает со значением У. Значит, этот вариант невозможен.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  | 1 | 1 |  |  |  |  |  | 1 | 1 | 1 | 1 |  |
| ­+ | Р | Е | Б | У | С |  | + | 2 | 9 | Б | У | С |  | + | 2 | 9 | Б | 7 | 6 |
| Р | Е | Б | У | С |  | 2 | 9 | Б | У | С |  | 2 | 9 | Б | 7 | 6 |
|  | Т | Е | А | Т | Р |  |  | Т | 9 | А | Т | 2 |  |  | 5 | 9 | А | 5 | 2 |

* Е = 9, Р = 4. Тогда Т = 9 (Р + Р + 1 = 9), что невозможно (Т ≠ Е).

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  | 1 | 1 |  |  |  |
| ­+ | Р | Е | Б | У | С |  | + | 4 | 9 | Б | У | С |
| Р | Е | Б | У | С |  | 4 | 9 | Б | У | С |
|  | Т | Е | А | Т | Р |  |  | Т | 9 | А | Т | 4 |

**5-6 класс**

***«Катится квадрат».*** *По приклеенному к столу зеленому квадрату катится такой же квадрат с нарисованными разноцветными кружками. Нарисуй эти кружки на внешнем квадрате, когда он будет в крайнем правом, в крайнем нижнем и крайнем левом положении.*

**Решение.** Решение на рисунке. После одного оборота сторона, помеченная синим кружком, будет соприкасаться со стороной зеленого квадрата. Тогда за два оборота квадрат будет направлен так же, как вначале.

**7 класс, педагогические колледжи и все заинтересованные…**

***«Слонёнок».*** *Назовем новую шахматную фигуру слонёнком, если она бьёт клетки по диагонали в любую сторону, но не дальше, чем на 2 клетки. Каким наименьшим количеством слонят можно побить все клетки доски ? (считается, что слонёнок бьёт клетку, на которой стоит) Постарайся не только привести свой способ, но и объяснить, почему меньшим числом слонят никак не обойтись.*

**Ответ: 8 слонят.**

**Решение.** Для удобства раскрасим доску шахматной раскраской. Приведем **пример** расстановки 8 слонят, при которой все клетки доски будут побиты:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |
|  | с |  |  | с |  |
|  |  | с | с |  |  |
|  |  | с | с |  |  |
|  | с | с |  | с |  |
|  |  |  |  |  |  |

Теперь **докажем**, почему нельзя обойтись меньшим числом слонят. Заметим, что слонёнок, стоящий на белой клетке, бьет только белые клетки, и наоборот. Поэтому можно рассмотреть две одинаковые подзадачи (например, рассмотрим только белопольного слонёнка). Докажем, что для того, чтобы побить все белые клетки, нужны будут хотя бы 4 слонёнка на белых полях.

Рассмотрим угловые клетки (1 и 2). Их может побить только слон, стоящий на главной диагонали. С другой стороны, один слон не может побить одновременно оба этих угла (он бьет 5 клеток максимум по одному направлению). Значит, на главной диагонали должны оказаться как минимум два слона. Эти два слона стоят на пересечении главной диагонали и каких-то двух других диагоналей, перпендикулярных ей (если слон стоит в углу, то соответствующая диагональ состоит из одной клетки), то есть бьют клетки не более, чем двух из отмеченных диагоналей. Но один слоник не может бить все (не лежащие на главной диагонали) клетки двух таких диагоналей (для примера, если остались не побитыми верхняя и нижняя диагональ, то клетки, отмеченные красным, не могут быть побиты одновременно). Значит, необходимо поставить еще как минимум двух слоников.